0 097786 040009

09-77-86-04
(29.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

1755

Вариант 3

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов - 2023"
наменование олимпиады

по космонавтике
профиль олимпиады

Курбацкого Фёдора Андреевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«4» Марта 2023 года

Подпись участника

ФКурб

09-77-86-04
(29.1)

Чистовик №1

85 (восемьдесят пять)
В.Сад /Сазонов В.В./
(Владыкина В.Е.)

$x+\sqrt[3]{1-x^3}=\frac{2023}{2022}$

Скажем, что $\frac{2023}{2022}=k$ для упрощения промежуточных этапов

$x+\sqrt[3]{1-x^3}=k$

$\sqrt[3]{1-x^3}=k-x$

$1-x^3=(k-x)^3$

$1-x^3=(k-x)(k^2-2kx+x^2)$

$1-x^3=k^3-2k^2x+kx^2-k^2x+2kx^2-x^3$

$1-\cancel{x^3}=k^3-3k^2x+3kx^2-\cancel{x^3}$

$3kx^2-3k^2x+(k^3-1)=0$

Это квадратное уравнение относительно x

⇒ по теореме Виета:

сумма корней $=\frac{3k^2}{3k}=k$

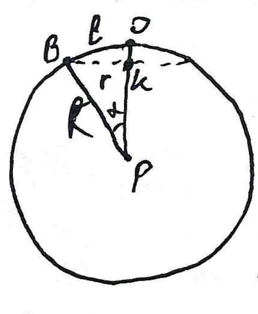
не доказано наличие корней

⇒ сумма корней $=k \Rightarrow \left(\frac{2023}{2022}\right) = \frac{2023}{2022}$

Ответ: $\frac{2023}{2022}$

ответ верный

№2



Заметим, что окружность на сфере — это окружность на плоскости, но с меньшим радиусом.

На рисунке $BO=l$ — радиус окружности для жителей двумерной вселенной,

а $BK=r$ — радиус окружности в трёхмерном пространстве.

$\angle BPO=\alpha$; $BP=R$ — радиус вселенной.

Из прямоугольного тр-ка BИР: $\sin\alpha = \frac{r}{R}$ Чистовик

$l = 2\pi R \cdot \frac{\alpha (рад)}{2\pi} = R\cdot\alpha$

По условию: $\frac{2\pi r}{2\pi l} = 0,9999$; $2\pi r$ – реальная длина, $2\pi l$ — длина, которая должна получиться.

$\Rightarrow \frac{r}{l} = 0,9999$

$\frac{r}{R\cdot\alpha} = 0,9999$

$\frac{\sin\alpha}{\alpha} = 0,9999$ – верно

необосновано

Это уравнение однозначно определяет угол α, т.к. $\angle \in [0; \frac{\pi}{2}]$

Ввиду отсутствия калькулятора, который может посчитать $\sin\alpha$, я предложу способ нахождения этого α.

α можно искать с помощью калькулятора бинарным поиском, таким образом будет получен достаточно точный результат

Возьмём $\alpha_0 = \frac{\pi}{6}$, найдём значение функции $f(\alpha) = \frac{\sin\alpha}{\alpha}$

~~[illegible]~~

при $\alpha_0 = \frac{\pi}{6}$; $f(\alpha) = \frac{3}{\pi} < 0,9999$

$\alpha_1 = \frac{\pi}{12}$

Далее, на каждом шаге если $f(\alpha_i) < 0,9999$,

далее рассматривается $\alpha_{i+1} = \alpha_i - \frac{\alpha_i}{2^i}$ — это метод, который бы я искал α при помощи калькулятора

если $f(\alpha_i) > 0,9999$; $\alpha_{i+1} = \alpha_i + \frac{\alpha_i}{2^i}$

неясно, почему метод сойдется

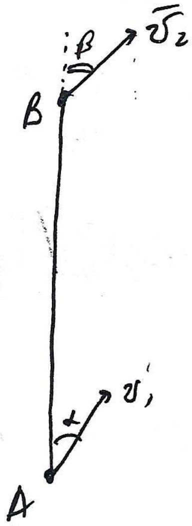
мы приблизимся к искомому α достаточно близко, и можно считать, что α найден таким образом.

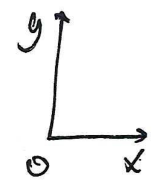
Наибольшая длина пути по сфере — это длина пути по окружности с таким же радиусом, т.е. $l_{max} = \pi R$

$l_{max} = \pi R = \frac{\pi l}{\alpha}$

Ответ: $l_{max} = \frac{\pi l}{\alpha}$ верная формула

№3 Чистовик





Зная углы α и β, можно найти проекции скоростей на осях Ox и Oy:

$$\vec{v}_{2x} = \vec{v}_2 \cdot \sin\beta = v_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\vec{v}_{2y} = v_2 \cdot \cos\beta = v_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\vec{v}_{1x} = v_1 \cdot \sin\alpha = v_1 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\vec{v}_{1y} = v_1 \cdot \cos\alpha = v_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Понятно, что палка движется и расстояние между её концами не изменяется $\Rightarrow v_{1y} = v_{2y}$

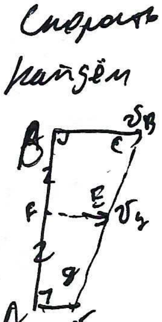
$$v_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = v_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} v_1$$

$$\Rightarrow v_{2x} = v_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{\cancel{\sqrt{2}}} \cdot \frac{\cancel{\sqrt{2}}}{2} v_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} v_1$$

Скорость центра по оси $Oy = v_{1y} = \frac{\sqrt{3}}{2} v_1$

Найдём скорость центра по оси Ox:



ABCD — трапеция, а FE — её средняя линия

$\Rightarrow FE = \frac{BC + AD}{2} \Rightarrow$ при этом FE — это скорость центра по оси Ox $\Rightarrow v_{цx} = \frac{v_{2x} + v_{1x}}{2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} v_1 + \frac{1}{2} v_1}{2} =$

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{4} v_1 \approx 0{,}683\, v_1$$

Исходя
$\Rightarrow$ угол, между вектором скорости центра и горизонталью

равен $\operatorname{arctg}\frac{v_y}{v_x}=\operatorname{arctg}\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}v_1}{\frac{\sqrt{3}+1}{4}}=\operatorname{arctg}\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$ — это не тот угол, он нужен другой (см рис. 7)

$\Rightarrow \angle\varepsilon=\operatorname{arctg}\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}\Rightarrow$ [redacted]

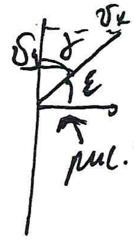


рис. 1

$\Rightarrow \angle\gamma=\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{3}}=\operatorname{arctg}\frac{v_x}{v_y}$

Ответ: $\angle\gamma=\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{3}}$

Верн ответ

№ 4

Программа на языке python.

```
1. M, N = map(int, input().split())
~~2. for i in range(M):~~
~~3.     for j in range(N):~~
2. a=[] ;b=[] ;c=[]
3. for i in range(N):
4.     a.append(list(map(int, input().split())))
5. for i in range(M):
6.     for j in range(N):
          if a[i][j]==1:
             k=1
             while a[i+k][j]==1:
                k+=1
             p=1
             while a[i][j+p]==1:
                p+=1
             count=0
             for u in range(k):
                for q in range(p):
                   if a[i+u][j+p]==1:
                      count+=1
             c.append(count)
          b.append(min(c))
          c=[]
          count=0
print(max(b))
```

k? q? ~ непонятно, что внимание, что нужно "подряд идущие 1" ~ должно быть произведение

№5 Чистовик

а) по условию, звезда засвечивает только 1 пиксель, а 2 звезды не засвечивают 2 соседних.

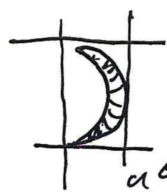
Значит можно рассмотреть все засвеченные пиксели и, если они ни с какими другими засвеченными пикселями не граничат, сделать их незасвеченными. Т.е. такой пиксель меняет значение с 1 на 0

⇒ засвеченные пиксели останутся только от луны.

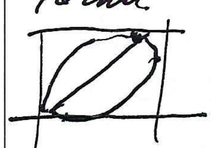
~~[illegible]~~

будем считать, что 90% пикселей, которые попали на луну, были засвеченными. ?

Найдём крайние точки, которые засвечены со всех сторон



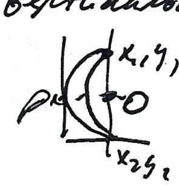
⇒ получим, что луна лежит в прямоугольнике, ограниченном гранями, проходящими через крайние точки.



Таким образом мы получили 4 точки. Заметим, что ~~[illegible]~~ независимо от наклона камеры, диаметр луны на фото будет расстоянием между самыми дальними из этих четырёх точек точками. ~~[illegible]~~

Угловое ~~[illegible]~~ расстояние между самыми дальними точками = диаметр луны на фото ⇒ угол = 30' почему?

Опишем положение углового размера ~~[illegible]~~ „ширина" луны при случае, когда луна ~~[illegible]~~ сфотографирована вертикально



координаты дальних точек = (x_1, y_1) и $(x_2; y_2)$

координаты точки $O = \left(\frac{x_1+x_2}{2}; \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

будем идти по строке $\frac{x_1+x_2}{2}$ ~~[illegible]~~ в сторону крайней точки, пока не встретим засвеченный пиксель, или наоборот, если точка O - засвечена.

(дополнение к п.1: центр лежит на отрезке между точками, при этом - на его середине) черновик

Программа на языке Python для нахождения центра в общем виде и углового расстояния для частного случая:

```
N = int(input())
a=[]; b=[]; c=[]; d=[]; g=[]

for i in range(200):
    a.append(0)
    g.append(0)
for i in range(200)
    b.append(a)
    d.append(g)
for i in range(N):
    x,y= map(int, input().split())
    b[y][x] = 1
    d[x][y]=1

for i in range(1,199)
    for j in range(1,199):
        if b[i][j+1] + b[i][j-1] + b[i-1][j] + b[i+1][j] +
+ b[i+1][j+1] + b[i-1][j-1] + b[i-1][j+1] + b[i+1][j-1] == 0:
            b[i][j]=0

for i in range(200):
    if b[i] ≠ ([0]*200):
        k = b.index(1)
        c.append([i,k])
        break
```

чистовик

```
for i in range(200, 0, -1)
    if b[i] ≠ [0]·200 :
        k = b.index(1)
        c.append([i, k])
        break

for i in range(200)
    if d[i] ≠ [0·200]:
        k = d.index(1)
        c.append([i, k])
        break

for i in range(200; 0; -1)
    if d[i] ≠ [0]·200 :
        k = d.index(1)
        c.append([i, k])
        break
```

```
m = 0
x1 = 0
x2 = 0
y1 = 0
y2 = 0
```

```
for i in range(len(c)):
    for j in range(len(c)):
        if (C[i][0] - C[j][0])^2 + (C[j][1] - C[j][1])^2 > m:
            m = (C[i][0] - C[i][0])^2 + (C[j][1] - C[j][1])^2
            x1 = C[i][0]
            y1 = C[i][1]
            x2 = C[j][0]
            y1 = C[j][1]
```

$W = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

print(W)

Чистовик

№6

В невесомости у человека неправильно работает вестибулярный аппарат. Задержка происходит по той же причине, почему после быстрого вращения, человек не может удержать взгляд в одной точке, а он „плывет“. Удерживание взгляда тесно связано с работой вестибулярного аппарата. ⇒ В невесомости, где у космонавтов проблемы с правильной (земной) работой вестибулярного аппарата, при поворачивании головы, взгляд не остается в той же точке.

верно

Методы уменьшения последствий:

1. Можно вращать станцию с некоторой скоростью, таким образом космонавты будут чувствовать себя как на земле, ведь возникает центробежная сила. Но такой способ слишком сложен в реализации.

Не очень понятно

2. Если космонавт зафиксирует голову и будет только переводить взгляд, то эта проблема станет минимальной. Для этого нужно сделать приборную панель и рычаги управления близко друг к другу, чтобы можно было не вращать головой, а только переводить взгляд. Этот способ наиболее простой и достаточно прост в реализации.

Не поняли почему

Есть верное направление и верное объяснение

$\frac{v_1+v_2}{2}=\frac{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}=\dots$

Черновик

$(k-x)(k^2-2kx-x^2)=$

$=k^3-2k^2x-kx^2-k^2x-2kx^2+x^3=$

$x+\sqrt[3]{1-x^3}=\frac{2023}{2022}$

$1-x^3$

$x=1$

$x+\sqrt[3]{(x-1)(-x^2-x-1)}=$

$=x-\sqrt[3]{(x-1)(x^2+x+1)}$

$-x^3+1 \mid x-1$

$-x^2-x-1$

$-x^3+x^2$

$-x^2+1$

$-x^2+x+1$

$-x+1$

$\frac{2023}{2022}-x$

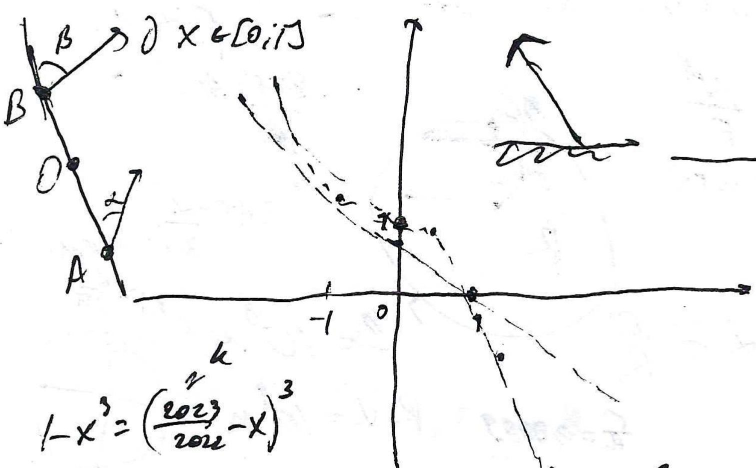
$2022x+2022\sqrt[3]{1-x^3}=2023$

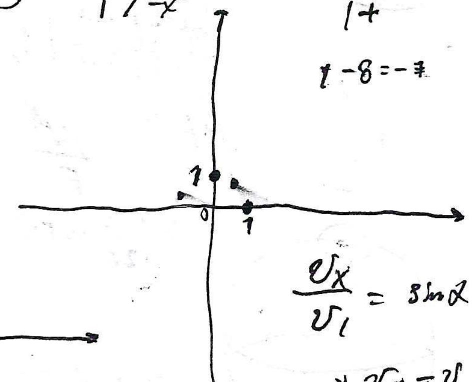
$\sqrt[3]{1-x^3}$

$1+$

$1-8=-7$

$x\in[0;1]$





$\frac{v_x}{v_1}=\sin\alpha$

$v_x=v_1$

$1-x^3=\left(\frac{2023}{2022}-x\right)^3$

$1-x^3=(k-x)^3=(k-x)(k^2-2kx+x^2)=k^3-2k^2x+kx^2-k^2x+2kx^2-x^3=$

$=k^3-3k^2x+3kx^2-x^3$

$1-\cancel{x^3}=k^3-3k^2x+3kx^2-\cancel{x^3}$

Сумма корней $=3k^2$

$3kx^2-3k^2x+(k^3-1)=0$

$9k^4-12k(k^3-1)=-3k^3+12k$

$v_x=v_1\cdot\sin\alpha=\frac{1}{2}v_1$

$v_y=v_1\cdot\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}v_1$

$v_{2x}=v_2\cdot\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}v_2$

$v_{2y}=\frac{\sqrt{2}}{2}v_2$

$v_{1y}=v_{2y}$

$v_2=\frac{\sqrt{3}}{2}v_1$

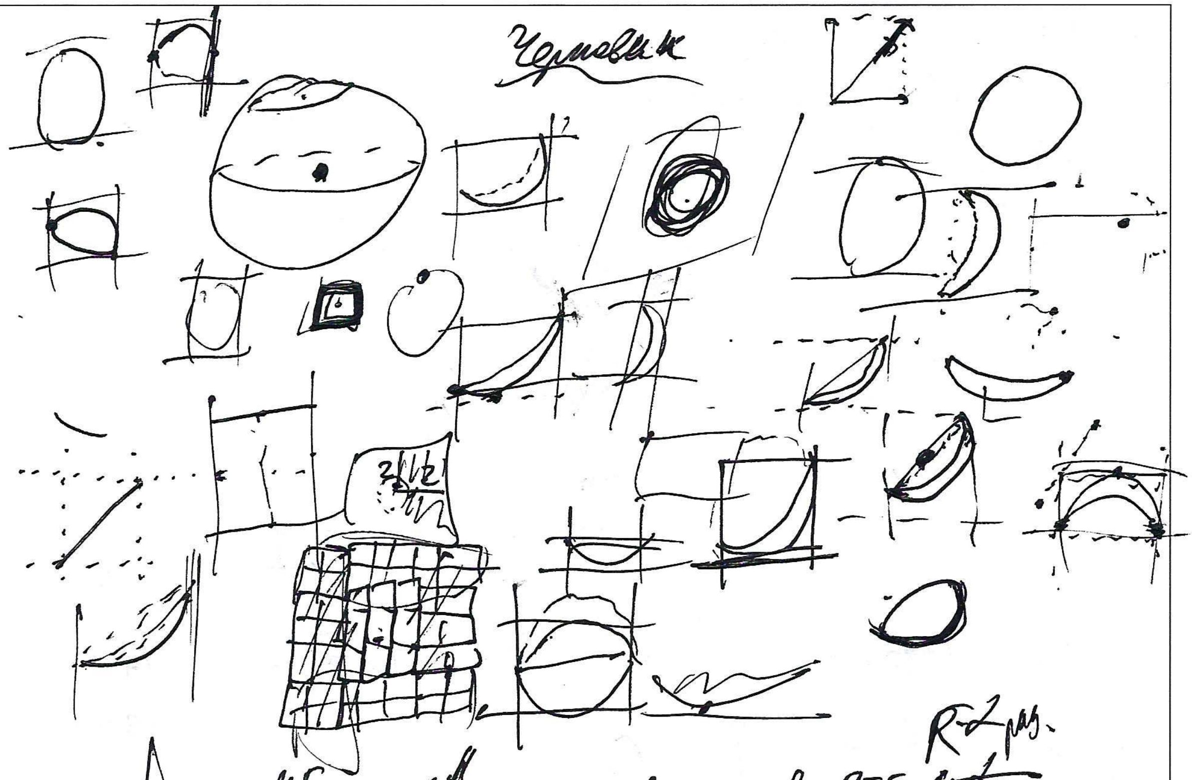
$v_2=\frac{\sqrt{3}}{2}v_1$

$v_y=$

3,464

2,732

Черновик



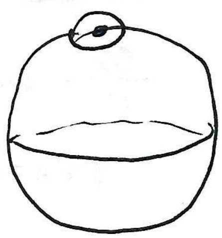
F

μF

$l = \cancel{2\pi r \cdot \alpha}$

$R\cdot\alpha$ рад.

$\frac{2\pi r\cdot\alpha}{2\pi} = r\cdot\alpha$



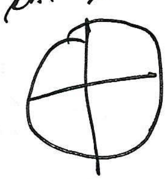
$\frac{2\pi r\cdot\alpha^\circ}{360^\circ} = 2\pi$ рад

$2\pi r\cdot\frac{\alpha}{2\pi}$

$\sin\alpha = \frac{r}{R}$

$l = 10^9$ м

$R\alpha = 10^9$ м



$\Rightarrow$

$\frac{r}{l} = 0{,}9999$

$\frac{r}{R\alpha} = 0{,}9999$

$\sin\alpha = 0{,}9999\cdot\alpha$

$R\cdot\sin\alpha = 0{,}9999\,l$

$\frac{\sin\alpha}{\alpha} = 0{,}9999$

$r = 0{,}9999\,l = 9999\cdot 10^5$ м

$(x-1)(x-2) = x^2 - 3x$

$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\pi}{6}} = \frac{3}{\pi}$

$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}+1}{4}} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+1}$