0 897328 970005

89-73-28-97
(28.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

сдал: 13:11

Вариант ______

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по космонавтике
профиль олимпиады

Шехиревa Марселя Дмитриевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«04» марта 2023 года

Подпись участника

89-73-28-97 (28.2)

Чистовик 60 (шестьдесят) / Сафонов В.В. / (Влодавец В.Е.)

№1.

Первый (наименьший) натуральный делитель любого натур. числа — число 1.

Пусть другие 2 наим. делителя — a и в, причём a < в. (a, в > 1). Пусть наше исх. число — n.

$1+a+b=n$.

Сравним $1+a+b$ и $1\cdot a\cdot b$.

$a\cdot b = \underbrace{b+b+\ldots+b}_{a\ \text{раз}}$

$a+b=b+a$

~~Т.~~ Поскольку $b>a$, то $b+b+\ldots+b > b+a$, следовательно, $1+a+b \le ab$.

Пусть $a+b+1=ab$.

Тогда $ab-a-b=1$.

$a+b = \underbrace{b+b+\ldots+b}_{a\ \text{раз}} - 1$.

$a = \underbrace{b+\ldots+b}_{a-1\ \text{раз}} - 1$.

$b>a \Rightarrow$ ~~$b>a$.~~ Такое может быть либо если в-дробное число, либо если $\{a=2;\ b=a+1\}$.

~~Мы можем представить в в виде (a+k), чтобы доказать это:~~

~~$a+(a+k)=(a+k)+(a+k)+\ldots+(a+k)-1$~~

~~$2a+k=a^2+ak-1$~~

~~$a^2+ak-2a-k=1$~~

~~$k(a-1)+a(a-2)=1$~~

~~$(a+k)(a-1)-a=1$~~

~~$ab-2a=1$~~

~~либо если~~

Предположим, что $ab>1+a+b$.

Тогда $ab>n$, но такого не может быть если a и в — наименьшие делители.

Значит, $a=2$ $b=3 \Rightarrow n=6$.

Ответ: 6. Ответ верный

Чистовик
№2.

Дано:
$h = 2м$
$t = 3с$
$g = 10 \frac{м}{с^2}$
$m = 1кг$

$A - ?$

Решение:

$A = Fs \cdot \cos\alpha$

($\cos\alpha$ - угол между вектором силы и вектором скорости перемещения тела).

$\alpha = 0$

$\cos 0° = 1$

$A = Fs$

$S = h = 2м$

~~По 3~~

$\vec{F} = -\vec{P}_{тяж.}$ (P, поскольку учитываем силу, с которой гиря действует на верёвку).

$|\vec{F}| = |\vec{P}_{тяж.}|$

$P_{тяж.} = mg$

$P_{тяж.} = 10Н$

$A = 10Н \cdot 2м$

$A = 20Дж$

Ответ: $A = 20Дж$.

Не учтена кинетическая энергия

N3.

(Язык Python). Перепутаны в рассуждениях десятки и единицы числа N

```
a = int(input("Введите количество часов в сутках"))
# Если N меньше 60, то палиндромы
# могут быть: N:aa:(N-1) (напр.: 05:33:50) и
# меньше до 0 (00:33:00). То есть, их может
# быть ровно N (в сутках они N раз).
# Если N≥60, то палиндромов ~~60~~ 596, потому
```

чистовик

что ~~минут~~ секунд всего 60.

```
~~if (a<=0):~~ if (a <= 0):
    print(„Слишком мало").
elif (a>100):
    print(„Слишком много").
else:
    print(„Количество палиндромов в сутках:")
    if (a<60):
        ~~print(a)~~ print(6*a)
    ~~elif (a~~
    else:
        ~~print(„59")~~.
        print(59*6)
```

не учтены ограничения на $a_1 a_2 \le 9{,}9$

$a_1 < 6$

Нет проверки четверти!

(Чистовик ↕).

№4.

$$\begin{cases} \frac{2x^2}{1+x^2}=y \\ \frac{2y^2}{1+y^2}=z \\ \frac{2z^3}{1+z^2}=x \end{cases}$$

Рассмотрим некое $a\in\mathbb{R}$, такое что $a>2$.

$\frac{2a^2}{1+a^2} \vee a$.

(если $a\neq 0$)

$\frac{2a^2}{a^2}=2 \Rightarrow \frac{2a^3}{1+a^2}<2 \Rightarrow \frac{2a^2}{1+a^2}<a$. ~~Если~~ Пусть $x>2$.

Тогда $\{y<x,\ z<y,\ x<z.\}$ Но тогда получается, что $y<x;\ x<y$

Противоречие. неверно, т.к. неверно, что $y>2$

Значит, $a\le 2$, т.е. $x,y,z\le 2$.

Если $a=2$, то получаем аналогичную ситуацию: $\frac{2a^3}{1+a^2}<a$.

Значит, если $x=a=2$, то снова $y<x<y$,

противоречие. ЧИСТОВИК Значит, ~~x<2.~~ $x<2$.

~~Если Пусть $y>x$.~~
~~Тогда: сравним $2y^2$~~

~~Пусть~~ Рассмотрим числа $a>b$; $b \geq 0$.

$$\frac{2a^2}{1+a^2} \vee \frac{2b^2}{1+b^2}$$

$$\frac{2a^2}{1+a^2} : \frac{2b^2}{1+b^2} = \frac{2a^2(1+b^2)}{2b^2(1+a^2)} = \frac{2a^2+2(ab)^2}{2b^2+2(ab)^2}$$

$2a^2+2(ab)^2-(2b^2+2(ab)^2) = 2a^2-2b^2$; поскольку $0 \leq b < a$, то $2a^2-2b^2>0 \Rightarrow \frac{2a^2+2(ab)^2}{2b^2+2(ab)^2} > 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{2a^2}{1+a^2} > \frac{2b^2}{1+b^2}.$$

Тогда если $y>x$, то:

$$\frac{2y^2}{1+y^2} > \frac{2x^2}{1+x^2} \Rightarrow z>y \Rightarrow \frac{2z^2}{1+z^2} > \frac{2y^2}{1+y^2} \Rightarrow x>z \Rightarrow$$

$\Rightarrow x>y \Rightarrow x>x$. Противоречие.

верно (Значит, если одна переменная больше какой-то другой, то придём к противоречию $\Rightarrow x=y=z \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{2x^2}{1+x^2} = x.$$

Пусть $x=0$.

$$\frac{2\cdot 0^2}{1+0^2} = \frac{2\cdot 0}{1+0} = \frac{0}{1} = 0.$$ Подходит.

Пусть $x \neq 0$.

$$\frac{2x^2}{1+x^2} = x \quad |:x$$

$$\frac{2x}{1+x^2} = 1$$

$2x = 1+x^2$

$x^2-2x+1=0$

Решим кв. уравнение:

$D = 4-4$

$D=0$

Черновик

$x = \frac{2}{2}$

$x = 1$

Ответ: $\{x=1;\ y=1;\ z=1\}$ или $\{x=0;\ y=0;\ z=0\}$. Ответ верный

№6.

~~Параллакс = 0,12'' (Звезда Вега).~~
~~Зв. величина = 0m.~~
~~Видим. зв. величина Солнца = 26.8m.~~

Воздух менее плотный, чем вода. Значит, ~~воду~~ вода будет его вытеснять при притяжении и пузырёк будет двигаться против стороны гравитации. Сталь плотнее воды, значит, наоборот будет притягиваться, двигаясь в сторону гравитации.

Значит, под действием гравитационной силы гайка и пузырёк будут двигаться в противоположных направлениях ~~до~~ до столкновения со стенкой. При столкновении пузырёк распределится по стороне аппарата противоположной гравитации, а гайка ~~упадёт~~ переместится в самую нижнюю (ближнюю к центру гравитационной силы) точку аппарата.

В задаче нет внешних сил!

№5.

~~Звёздная величина Веги – 0m, следовательно, она ярче, чем Солнце при видимой звёздной величине 26,8m~~

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

ЧИСТОВИК

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

ЧЕРНОВИК

$5^2=25$

$\frac{50}{26} < 5$

$2a^2$

$\frac{2a^2}{a^2}=2$

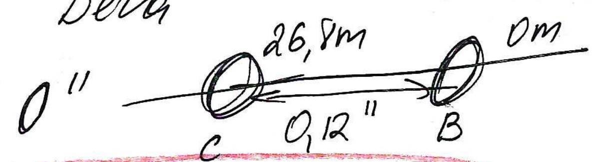
<2

0,12с – параллакс Вега

$a=2$ $2a^2$

$2\cdot 4=$

$y>x$.



Тогда $y=x+k$.

$\frac{2(x+k)^2}{1+(x+k)^2} \vee \frac{2x^3}{1+x^2}$ $x^2+2kx+k^2$

$\frac{2x^2+4kx+4k^2}{1+x^2+2kx+\cancel{2k}}$ $\frac{2x^2}{1+x^2}$ $x\neq 0 \Rightarrow$

это $\cancel{\neq}0$.

$\frac{2x^2+4kx+4k^2}{1+x^2+2kx+k^2} - \frac{2x^3}{1+x^2}$ $(2x^2+4kx)$

$\frac{2x^2+4kx+4k^2\cdot(1+x^2)}{1+x^2+2kx+k^2\cdot(2x^2)}$

$\frac{2x^2+4kx+4k^2+2x^4+4kx^3+4kx^2}{2x^2+4kx^3+2x^4+2x^2k^2}$

$\frac{4kx+4k^2+4kx^2}{(2kx)^2}$ 26,8m → + 0m → +

~~4(kx+k²+~~ 4k

$\frac{{}^2\cancel{4k}(x+k+x^2)}{\cancel{2k^2}x^2}$ $\frac{2k+2x+x^2}{kx^2}$

0m ← – 26,8m → +

ЧЕРНОВИК

$$\begin{cases} \frac{2x^3}{1+x^2} = y \\ \frac{2y^3}{1+y^2} = z \\ \frac{2z^3}{1+z^2} = x \end{cases}$$

~~$x=1$~~ $x=2$

$\frac{2\cdot 4}{5}$ $\frac{8}{5} = 1,6$

$2\cdot 1,6^2$ $1,6^2 < 2^2$

Сравнить $\frac{2x^3}{1+x^2}$ и X.

Тогда второе число меньше $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ третье ещё меньше.

$X=3$

$\frac{18}{10} = 1,8 < 3$ $\frac{x^2+x^2}{1+x^2}$ $\cancel{\frac{1+a^3}{a}}$

$X=4$

$\frac{32}{17} < 4$ $\frac{2x^3}{1+x^2} = x \;|:x$

$2x^2 =$ Пусть $x \neq 0$.

< 1

$5 < 6$

$4 < 5 \;|:5$ $\frac{2a^2}{1+a}$ и a

$\frac{4}{5} < 1$.

$\frac{2a^3}{1+a^2} < a \;|:a$

$a^2 > \frac{a+a^3}{2}$

$\frac{2a^2}{a+a^3} < 1$ $a^2 < \frac{a}{2} + \frac{a^3}{2}$

$2a^2 < a+a^3 \;|:2$ $\frac{a^3}{2}$ $\frac{a}{2}\cdot a\cdot a$

$\frac{a}{2}(a+a^2)$

ЧЕРНОВИК

$\frac{2x^2}{1+x^2}=y$

От

$\frac{2y^2}{1+y^2}=z$

От
(Вега

(солнце)

$\frac{2z^2}{1+z^2}=x$

$$\frac{2\cdot\left(\frac{2\cdot\left(\frac{2x^2}{1+x^2}\right)^2}{1+\left(\frac{2x^2}{1+x^2}\right)^2}\right)^2}{1+\cancel{2}\cdot\left(\frac{2\cdot\left(\frac{2x^3}{1+x^2}\right)^2}{1+\left(\frac{2x^3}{1+x^2}\right)^2}\right)}=x \quad |:x$$

$$x+x\underbrace{\left(\frac{2\cdot\left(\frac{2x^2}{\cancel{1+x^2}}\right)^2}{1+\left(\frac{2x^2}{1+x^2}\right)^2}\right)}_{t}=2($$

$$t=\frac{2\cdot\left(\frac{2x^2}{1+x^2}\right)^2}{1+\left(\frac{2x^2}{1+x^2}\right)^2}$$

$x+xt=2t$

$x(1+t)=2t$

$(1+t)x=2t$

$t\left(\frac{x}{t}+x\right)=2t$

$\frac{x}{t}+x=2$

$$\frac{\left(1+\left(\overset{n}{\frac{2x^2}{1+x^2}}\right)^2\right)x}{2\left(\frac{2x^2}{1+x^2}\right)^2}+x=2$$

$$\frac{(1+n^2)x}{2n^2}+x=2$$

$$x\left(\frac{1+n^3}{2n^2}\right)+x=2$$

$$x\left(\frac{1+n^2}{2n^2}+1\right)=2$$

ЧЕРНОВИК

$$\begin{cases} \frac{2x^2}{1+x^2} = y \\ \frac{2y^2}{1+y^2} = z \\ \frac{2z^2}{1+z^2} = x \end{cases}$$

$$x^2 = \frac{4z^4}{z^4+2z^2+2}$$

$$(1+z^2)^2 = 1^2 + 2\cdot 1\cdot z^2 + z^4 =$$

$$= z^4 + 2z^2 + 1$$

$$\frac{\cancel{2\cdot}^{8}}{1+\frac{4z^4}{z^4+}}$$

$$\frac{2\cdot 1}{1+1} =$$

если больше 1:

$$\frac{8z^4}{z^4+2z^2+2} = y \quad (z^4+2z^2+2)^2 \quad x^2 > x$$

$$\frac{\frac{64z^8}{(z^4+2z^2+2)(z^4+2z^2+2)}}{}$$

$$\frac{0}{1}$$ большое маленькое

$$\cancel{\frac{64}{z^8}} \quad \frac{64z^8}{} \quad y = z = x = 0$$

$$\frac{x}{z}$$

$$\frac{0}{1} = 0$$

$$\frac{5}{}$$

$$\frac{1}{1} = 1 \quad \frac{0}{1} = 0 \quad x^2 = 4$$

$$\frac{1}{1} = 1 \quad \frac{0}{1} = 0 \quad \frac{8}{5} = 1{,}6$$

меньше

$$\frac{2\cdot 1{,}6}{}$$

$$\frac{5}{1} = 5$$

$$\frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{5}{1} = 5$$

$$\frac{5}{1} = 5$$

ЧЕРНОВИК

$ab - a - b = 1$

$a + b = ab - 1$ $\quad$ $A = Fs$

$a + b = b + b$ $\quad$ Fh

$m = 1$ кг

$h = 2$ м $\quad$ $t = 3$ с $\quad$ Fs

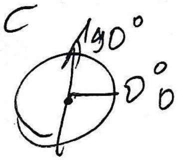
$F =$ $\quad$ $\cos 90° = 0$

$1Д* = ?$ $\quad$ $t = 3$ с

2м

Работа меньше при другом угле.

$1Вт = \frac{1Д*}{1с} = 1\frac{Д*}{с}$



$\sin 0° =$

$\sin 90° =$

Если $y > x$, то

44: ММ: СС

$x = 0;\ y = 0;\ z = 0.$

$x = 0$

$\frac{0}{1} = 0$ $\quad$ $\frac{2y^2}{1+y^2}$ $\quad$ $\frac{2x^2}{1+x^2}$

$\frac{0}{1} = 0$ $\quad$ $\frac{2y^2 \cdot (1+x^2)}{2x^2(1+y^2)}$

$\frac{0}{1} = 0$ $\quad$ $\frac{2y^2 + (2xy)^2}{2x^2 + (2xy)^2}.$

Черновик

3 натур. делителя (различ.)

Сумма трёх наим. натур. делителей.

6 $\quad \underline{1, 2, 3}, 6.$ $\quad abc \geq a+b+c \quad 1 \cdot ab \quad 1+a+b$

24 $\quad \underline{1\ 2\ 3}$ 4 6 8 12 24 $\quad 1\cdot 2\cdot 1 \quad 1+2+1$

6 $\quad$ 2

$1\cdot 1\cdot 1$ и $1+1+1$

8 $\quad$ 1 4 8

$\underline{1+2+4} = \frac{7}{8}$ $\quad$ 3 наим. натур. делителя.

6 $\quad ab \quad a+b+1$

$a-1 \quad 1+c+ \quad 7 \quad 2\cdot 3 \quad 2+3$

$1+\frac{a}{k}+\frac{a}{n}=a \quad 6 \quad 5$

Не простое число (сост.) $\quad abc=a+b+c$

$a-\frac{a}{k}-\frac{a}{n}=1$ $\quad kn$

$\frac{1}{4}a+\frac{1}{\ } \quad 3+3 \quad 3+2$

$\frac{a}{1}-\frac{a}{k}-\frac{a}{n}=1$

$1\cdot 2\cdot 3=6$

$\frac{kna-na-ka}{kn}=1 \quad |\cdot kn$

$1+2+3=6$

$kna-ka-na=kn$

$\frac{1}{4}a+ \quad 1+\frac{1}{4}a+\frac{1}{3}a=a \quad \frac{1}{2}$

$a-\frac{1}{4}a-\frac{1}{3}a=1 \quad |\cdot 12$

$12a-3a-4a=12$

$5a=12 \quad ab-(a+b)$

$1+a+b=n \quad ab-a-b$

$b(a-1)-a=1$