0 215180 960000

21-51-80-96
(28.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

выход: 17:44-17:48

Вариант ____________

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по космонавтике
профиль олимпиады

Шуваловой Дианы Борисовны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«04» марта 2023 года

Подпись участника

ДШув

21-51-80-96
(28.1)

Чистовик

71 (семьдесят один)
В.Р. (Сазонов В.В.)
(Владимиров В.Е.)

Задача 1 *** (?!) = противоречие

Пусть есть число $n \in \mathbb{N}$.
Минимальный натуральный делитель $= 1$.
Пусть следующие по минимальности $= a$ и b.
Тогда, $1+a+b=n$ (по условию)

• если $a, b \leq \sqrt{n}$, то $1+a+b \leq 2\sqrt{n}+1$.
при $n \geq 6$, $2\sqrt{n}+1 < n$. нужно доказать
если $n<6$, то рассмотрим варианты n:
- $n=1$ - всего 1 делитель (?!)
- $n=2$, $n=3$, $n=5$ } - эти числа простые, у них 2 делителя
- $n=4$: делители 1, 2, 4.
Но, $1+2+4 \neq 4$

$\Rightarrow$ В этом случае, подходит 0 чисел $n \Rightarrow$ (?!)

• если $a, b \geq \sqrt{n}$, то $\frac{n}{a} \leq a$ и $\frac{n}{b} \leq b$, а значит противоречие с выбором a и b, либо $\frac{n}{a}=a$ и $\frac{n}{b}=b$, но тогда $a=b=\sqrt{n} \Rightarrow$ (?!).

$\Rightarrow$ без ограничения общности $a<b$ и тогда: $a \leq \sqrt{n}$; $b \geq \sqrt{n}$.

Докажем тогда, что $ab=n$.
- если $b > \frac{n}{a}$, тогда противоречие с выбором b, ведь можно было взять $1, a, \frac{n}{a}$.
- если $b < \frac{n}{a}$, то $\frac{n}{b} < \sqrt{n} \leq b \Rightarrow \frac{n}{b} < b$, но при этом $\frac{n}{b} > a$, т.к. $b < \frac{n}{a} \Rightarrow$ противоречие с выбором b, ведь можно было взять $1, a, \frac{n}{b}$.
$\Rightarrow b = \frac{n}{a} \Rightarrow \boxed{a \cdot b = n}$

Чистовик

$\Rightarrow \begin{cases} ab=n \\ a+b+1=n \end{cases}$

$\Rightarrow ab=a+b+1$

$\Rightarrow ab-a-b-1=0$

$\Rightarrow (ab-a)-(b-1)=2$

$\Rightarrow (a-1)(b-1)=2$

* т.к. $a<b$, то $a-1<b-1$, значит, т.к. a и $b \in \mathbb{N}$, $(a-1)=1$ и $(b-1)=2$

$\Rightarrow a=2$ и $b=3$ $\Rightarrow n=a\cdot b=2\cdot 3=6$.

Ответ: 6. Ответ верный

Задача 4

$\begin{cases} \frac{2x^2}{1+x^2}=y \\ \frac{2y^2}{1+y^2}=z \\ \frac{2z^2}{1+z^2}=x \end{cases}$

• если $x=0$, то $y=\frac{2x^2}{1+x^2}=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow z=\frac{2y^2}{1+y^2}=0$

$\Rightarrow$ тройка $(0;0;0)$ - решение

• если $x\neq 0$, то $y=\frac{2x^2}{1+x^2}\neq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow z=\frac{2y^2}{1+y^2}\neq 0$

Тогда, перевернём все дроби:

$\begin{cases} \frac{1+x^2}{2x^2}=\frac{1}{y} \\ \frac{1+y^2}{2y^2}=\frac{1}{z} \\ \frac{1+z^2}{2z^2}=\frac{1}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+\frac{1}{x^2}=\frac{2}{y} \\ 1+\frac{1}{y^2}=\frac{2}{z} \\ 1+\frac{1}{z^2}=\frac{2}{x} \end{cases}$

переобозначим:

$\frac{1}{x}:=a$;

$\frac{1}{y}:=b$

$\frac{1}{z}:=c$

Тогда:

$\begin{cases} 1+a^2=2b \\ 1+b^2=2c \\ 1+c^2=2a \end{cases}$ сложим: $1+a^2+1+b^2+1+c^2=2a+2b+2c$

Чистовик

$\Rightarrow (1+a^2-2a)+(1+b^2-2b)+(1+c^2-2c)=0$

$\Leftrightarrow (a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=0$

Такое возможно только если $\begin{cases} a-1=0 \\ b-1=0 \\ c-1=0 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=1 \end{cases}$ Вернёмся к $(x;y;z)$: $\begin{cases} \frac{1}{x}=1 \\ 1/y=1 \\ 1/z=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$

$\Rightarrow$ решение: тройка $(1;1;1)$.

Ответ: $(0;0;0)$ и $(1;1;1)$.

верно

Задача 3

Мой ~~люби~~ любимый язык – Python.

```
N= int(input())
ans=0 # число удив. моментов
for i in range (0; N): #„пробегаемся" по всем часам
    a1= N//10 # пусть N= ā₁ā₂, ищем a₁ и a₂
    a2 = N % 10
    if (10*a2 + a1) < 60:  # у нас N'-секунды = ā₂ā₁, N'<60, а N'= 10a₂+a₁
        ~~ans+~~
        ans += 6  # 6, т.к. для минут в каждом часе есть только 6 вариантов, секунды однозначно восстанавливаются по номеру часов
print (ans)
```

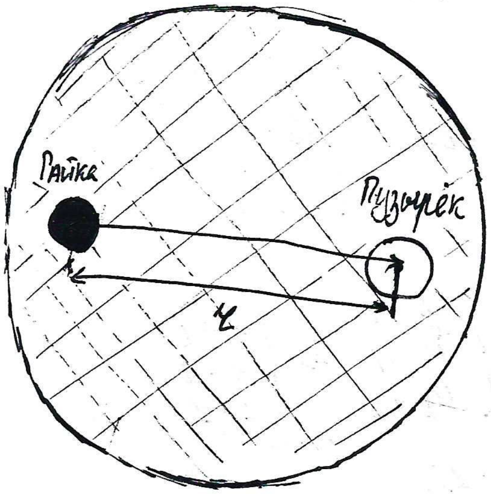
Не N, а i

ок

P.S. после „#" я пишу комментарий к данной строке программы, чтобы было понятно, что происходит.

Задача 6

Чистовик

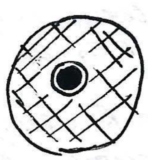


Т.к. в условии сказано, что аппарат находится вдали от других тел и на него не действуют внешние силы, g нет, а значит гайка и пузырёк в невесомости.

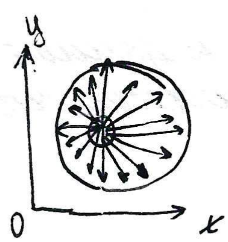
Однако они притягиваются друг к другу с силой:

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$ (m_1 и m_2 - масса гайки и пузырька)

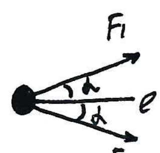
~~так~~ Значит, они будут двигаться друг навстречу другу, пока не сольются в единое тело:



"гайка в пузырьке" тоже в невесомости. ~~но~~ его притягивает к себе со всех сторон оболочка корабля, т.к. тоже имеет массу M.



На рисунке слева нарисованы силы, во все стороны, которые притягивают тело. Заметим, что:



$F_1 = F_2$
$\Rightarrow$ их равнодейств. направлена по прямой l.
Таким образом, ~~все~~ равн. сила всех сил тоже направлена по оси Ox.

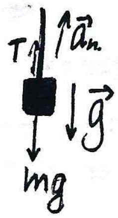
Тело (чистовик) сместится в ту точку, в которой равн. всех сил будет равна 0, т.к. все тела стремятся к состоянию покоя.

Очевидно, что это центр аппарата. Т.о. тело сместится в центр аппарата.

Забыта сила Архимеда.

Задача 2

$A = F \cdot S$
$\quad\ \ \| $
$\ \ ma \cdot S$



T=const ⇒ ~~нича~~ никакого изменения по ускорению T не даёт ⇒ пренебрежём им.

$a = g - a_п.$

$h = 2м$; $t = 3с$; $v_0 = 0$ м/с − нач. скорость

$\Rightarrow h = \underbrace{v_0 \cdot t}_{0м} + \frac{a_п t^2}{2} \Rightarrow \frac{a_п \cdot t^2}{2} = h$

$\Rightarrow a_п \cdot t^2 = 2h \Rightarrow a_п$ − ускорение тела при подъёме $= \frac{2h}{t^2} = \frac{4}{9}$ м/с² верно

$\Rightarrow a = 10$ м/с² $- a_п = 86/9$ м/с² неверная логика

$\Rightarrow A = 1кг \cdot 86/9$ м/с² $\cdot 2м \approx 19{,}11$ Дж

Ответ: 19,(1) Дж.

Ответ неверный

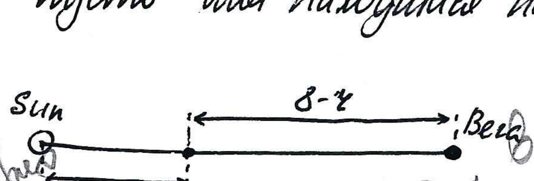
Задача 5 Не учтена кинетическая энергия

π − ~~парр~~ параллакс Веги ⇒ $r_В$ − расст. до Веги.

$r_В = \frac{1}{\pi} = \frac{1}{0{,}12''} \approx 8{,}(3)$ пк

пусть мы находимся на расстоянии r от Солнца.

Напишем формулу Погсона для Солнца и для Веги:



верно

$\begin{cases} 0^m - m = -2{,}5\log\left(\left(\frac{8-r}{8}\right)^2\right) \\ -26{,}8^m - m = -2{,}5\log(r^2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m = -5\log\left(\frac{8-r}{8}\right) \\ -26{,}8 - m = -5\log r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5\log\left(\frac{8-r}{8}\right) \\ 26{,}8 + m = 5\log r \end{cases}$

Ошибка в формуле

Чистовик

$\Rightarrow 26,8 = 5\log r - 5\log\frac{8-r}{8}$

$\Rightarrow 5,36 = \log r - \log\frac{8-r}{8}$

$\Rightarrow 10^{5,36} = 10^{\log r - \log\frac{8-r}{8}} = \frac{10^{\log r}}{10^{\log\frac{8-r}{8}}} = \frac{8r}{8-r}$

Оценим $10^{5,36}$

(~~За невнимательный калькулятор~~ Поясним, что:

$10^{0,36} \approx 10^{0,375} = \sqrt{10^{0,75}} = \sqrt{\sqrt{10^{1,5}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{10^3}}} \approx 2,37$

$\Rightarrow 10^{5,36} = 10^5 \cdot 10^{0,36} \approx 237000$

$\Rightarrow \frac{8r}{8-r} = 237000 \Rightarrow r \approx 7,99973\text{пк} \approx 8\text{пк}$

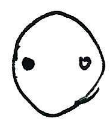
Ответ: на расстоянии 8пк. Ответ неверный

Черновик

$v = \frac{h}{t} = \frac{2м}{3с}$ $\quad v = \frac{h}{t} = \frac{2м}{3с} = \frac{2}{3}\ м/с$

$\Delta p = mv$

$A = F\cdot h = ma\cdot h = \frac{mv}{t}\cdot h = \Delta p\cdot\frac{h}{t}$



$10^{\log 100} = 100$

$10^{\log 10} = 10$

$$\begin{cases} m = 5\log\left(\frac{8-r}{8}\right) \\ 26,8 + m = 5\log r \end{cases}$$

$$26,8 + 5\log\left(\frac{8-r}{8}\right) = 5\log r$$

$$26,8 = 5\log r - 5\log\left(\frac{8-r}{8}\right)$$

$$5,36 = \log r - \log\frac{8-r}{8}$$

$$10^{5,36} = 10^{\log r - \log\frac{8-r}{8}}$$

$$10^{a-b} = \frac{10^a}{10^b}$$

$$\frac{10^{\log r}}{10^{\log\frac{8-r}{8}}} = \frac{8r}{8-r} = 10^{5,36}$$

$$8\cdot 10^{5,36} = 8r + 10^{5,36}\cdot r$$

$$\Rightarrow r = \frac{8\cdot 10^{5,36}}{8 + 10^{5,36}}$$

$$10^{5}\cdot 10^{0,36}$$

$$10^{0,36} \approx 10^{0,375} = \sqrt{10^{0,75}} = \sqrt{\sqrt{10^{1,5}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{10^{3}}}}$$

$$\approx 2,37$$

$$\Rightarrow 10^{5,36} \approx 234000 \Rightarrow r \approx 7,99973\ пк$$

Черновик

$$\begin{cases} 2-y-\frac{2}{1+x^2}=0 \\ 2-z-\frac{2}{1+y^2}=0 \\ 2-x-\frac{2}{1+z^2}=0 \end{cases}$$

$F=\frac{Gm_1m_2}{r^2}$

$$\begin{cases} \frac{1+x^2}{2x^2}=\frac{1}{y} \\ \frac{1+y^2}{2y^2}=\frac{1}{z} \\ \frac{1+z^2}{2z^2}=\frac{1}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x^2}=\frac{1}{y} \\ \frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{y^2}=\frac{1}{z} \\ \frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{z^2}=\frac{1}{x} \end{cases}$$

пусть $\frac{1}{x}:=a$; $\frac{1}{y}:=b$; $\frac{1}{z}:=c$.

$$\begin{cases} 1+a^2=2b \\ 1+b^2=2c \\ 1+c^2=2a \end{cases}$$

$(1+a^2-2a)+(1+b^2-2b)+(1+c^2-2c)=0$

$(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=0$

③ $N=\overline{a_1a_2}=10a_1+a_2$

секунды $10a_2+a_1$

минуты

00 11 22

33 44 55 / 6вар.

0^m ~~25lg(2)~~ $+5$

$0^m+5-5\lg(r)$ $r=8\frac{1}{3}$ ~~0,925~~ 0,92 ~~2,125~~ 8 25 $8,2\sqrt[3]{4,6}$

~~2,125~~

⑤ $M_\odot=5^m$ - абс. зв. величина

$M_B=0^m+5-5\lg(r)\approx 0,4^m$ | $r=8\frac{1}{3}$ пк

Черновик

① 1 ; a ; в $n \in \mathbb{N}$

· если $a, в \le \sqrt{n}$

$\Rightarrow a + в + 1 \le 2\sqrt{n} + 1$

при $n \ge 6$, $2\sqrt{n} + 1 < n$

~~до~~ если $n = 1$, a и в не существует
если $n = 2$, ~~те~~ (-)
$n = 3$ (-)
$n = 4$ $1 + 2 + 4 \ne 4$
$n = 5$ (-)

$\Rightarrow$ такого не может быть.

· если $a, в \ge \sqrt{n}$, тогда:
$\frac{n}{a}$ ~~4~~ $\le a$ и $\frac{n}{в} \le в$ - противоречие с выбором a и в,
или $a = в = \sqrt{n}$, что тоже (?!)

· если $a \le в$ и
$a < \sqrt{n}$; $в > \sqrt{n}$.

Тогда, если $в < \frac{n}{a}$, то $\frac{n}{в} > a$, но при этом
$\frac{n}{в} < в$ » противоречие с выбором в.
если $в > \frac{n}{a}$

⑤ π - параллакс = 0,12" и $r = \frac{1}{\pi} = \frac{1}{0,12''} \approx 8,33$ пк
$8\frac{1}{3}$ пк

$M_B = 0 + 5\lg$