



36-29-33-10
(88.7)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 4

Место проведения Москва
город

+ 1 место (Лучшая)
+ 1 место Вс

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"
название олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Богдан Петра Анисеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
36-29-33-10	95	15	15	15	15	15	5	15	0

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

36-29-33-10
(88,7)

Черновик №1

(95)

Гла
Сохр

$$x = \sqrt{45 - \sqrt{2022}} / \sqrt{45 + \sqrt{2022}}$$

$$x^2 = 45 - \cancel{\sqrt{2022}} - 2\sqrt{45^2 - 2022} + 45 + \cancel{\sqrt{2022}}$$

$$x^2 = 90 - 2\sqrt{45^2 - 2022} = \\ = 90 - 2\sqrt{3}$$

Тогда, $x = \sqrt{x^2} = \sqrt{90 - 2\sqrt{3}}$,

$$\therefore 9 < x < 10$$

$$81 < (\sqrt{90 - 2\sqrt{3}})^2 < 100$$

$$81 < 90 - 2\sqrt{3} < 100$$

$$2\sqrt{3} < 9 \quad 10 > -2\sqrt{3}$$

$$4 \cdot 3 < 81 \Rightarrow -9 > -x > -10$$

$$\Rightarrow [-x] = -10.$$

$$\text{Ответ: } [-x] = -10.$$

№2

$$1234 \sin^{20}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 789 \cos^{23}\left(\alpha x + \frac{\pi}{4}\right) = 2023. -$$

- имеем решения при $x \in [-\pi; \pi]$.

$$\begin{array}{r} 1234 \\ + 789 \\ \hline 2023 \end{array} \Rightarrow \text{м.к. } \sin^{20}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 1, \text{ т.к.} \\ - \cos^{23}\left(\alpha x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1, \Rightarrow$$

$$1234 \sin^{20}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 1234 \Rightarrow$$

$$-789 \cos^{23}\left(\alpha x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 789$$

$$1234 \sin^{20}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 789 \cos^{23}\left(\alpha x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 2023 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \sin^{20}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \\ \cos^{23}\left(\alpha x + \frac{\pi}{4}\right) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \\ \cos\left(\alpha x + \frac{\pi}{4}\right) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \\ \cos\left(\alpha x + \frac{\pi}{4}\right) = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -1 \\ \cos\left(\alpha x + \frac{\pi}{4}\right) = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ \alpha x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k, \quad n, k \in \mathbb{Z} \end{cases} = \text{доказ.}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + \pi k \Rightarrow x \in \left[-\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$$

$\alpha x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$

N6

$$a_1 = 11$$

Черновик

$$d\left(\frac{1}{3} + n\right) = \frac{3}{4} + 2k' \quad n, k \in \mathbb{Z}$$

$$\alpha = \frac{3+8k}{4\left(\frac{1}{3} + n\right)} = \frac{9+24k}{4+12n} \quad n, k \in \mathbb{Z}$$

$$\alpha = \frac{1}{4+12n} + 2\left(\frac{4+12k}{4+12n}\right) \quad n, k \in \mathbb{Z}$$

~~При не брать~~

$$\frac{a_n}{a_1} = \prod_{i=2}^n \frac{a_i}{a_{i-1}} = \prod_{i=2}^n \frac{(i^2+1) \cdot 12}{(i-1)^2+1} = \frac{(2^2+1) \cdots (n^2+1)}{(1^2+1) \cdots ((n-1)^2+1)} \cdot n! = \frac{n!(n^2+1)}{2}$$

$$d\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$$

$$d = -\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{2\pi k}{3}\right) = -\left(\frac{9}{8} + 3k\right) = -\frac{9}{8} - 3k.$$

$$\Rightarrow \text{если } k=0: \quad d = -\frac{9}{8}, \quad \text{если } k=1: \quad d = 3 - \frac{9}{8} = \frac{15}{8}$$

~~или же на морально 2 б в этом случае~~ = $\frac{9}{8}$.

$$d\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{3}{4} + 2k$$
 ~~$d = \frac{9}{4} + 6k: \quad d = \frac{9}{4}, \quad d = \frac{9}{4} - 6 = -\frac{15}{4} \Rightarrow$~~

~~и то и то же самое~~ $\Rightarrow \frac{9}{4}$.

~~так как~~ $a_1: |d| > \frac{9}{8}$

N3

$$\log_7((x^2-7)^3+1) + \sqrt{3x^4-9x^2+13} - \sqrt{2x^4+5x^2-18} = 0$$

$$D_1 = 81 - 4 \cdot 3 = 37 \neq 0$$

$$D_2 = 3^2 + 4 \cdot 2 \cdot 18 = 28 + 28 \cdot \sqrt{18} \approx$$

$$\log_7((x^2-7)^3+1) + \frac{3x^4-9x^2+13-2x^4-5x^2+18}{\sqrt{3x^4-9x^2+13} + \sqrt{2x^4+5x^2-18}} = 0$$

$$\log_7((x^2-7)^3+1) + \frac{x^4-14x^2+49}{\sqrt{3x^4-9x^2+13} + \sqrt{2x^4+5x^2-18}} = 0$$

$$\log_7((x^2-7)^3+1) + \frac{(x^2-7)^2}{\sqrt{-}} = 0 \Rightarrow x = 7$$

$$2 \cdot 49 + 5 \cdot 7 - 18 > 0$$

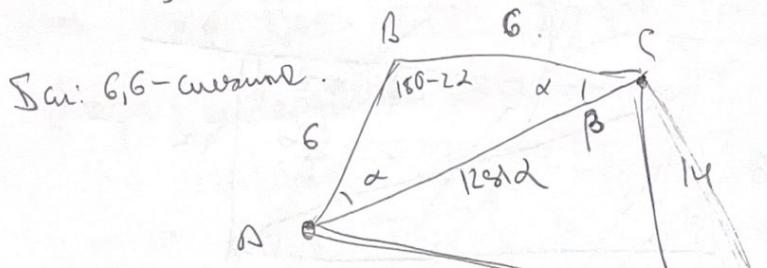
$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{7}$$

36-29-33-10
(88.7)

Черновик

N4

6, 6, 14, S-квад.



Sari: 6, 6 - квадрат.

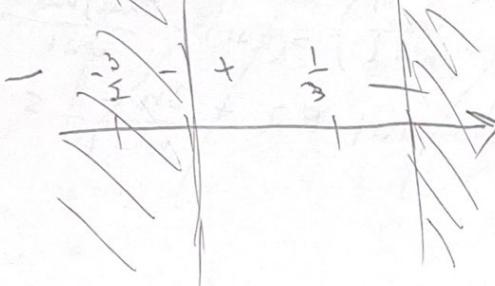
$$\begin{aligned} AC^2 &= 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos(180 - 2\alpha) = \\ &= 2 \cdot 6^2 + 2 \cdot 6^2 \cdot \cos 2\alpha = 2 \cdot 6^2 (\cos 2\alpha + 1) = \\ &= 2 \cdot 6^2 \cdot 2 \cos^2 \alpha. \Rightarrow AC = 2 \cdot 6 \cdot \cos \alpha = 12 \cos \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow S_{ABCD} &= \frac{6 \cdot 6 \cdot \sin(180 - 2\alpha)}{2} + \frac{12 \cos \alpha \cdot 14 \cdot \sin \beta}{2} = \\ &= 18 \sin 2\alpha + 12 \cdot 7 \cos \alpha \cdot \sin \beta = \\ &\leq 36 \sin 2\cos \alpha + 84 \cos \alpha \sin \beta = \\ &\leq 12 \cos \alpha (3 \sin 2\alpha + 7 \sin \beta) \leq \\ &\leq 12 \cos \alpha (3 \sin \alpha + 7) = \\ &= 36 \cos^2 \alpha + 84 \cos \alpha = 18 \sin^2 \alpha + 84 \cos \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S'(x) &= 2 \cdot 18 \cdot \cos 2\alpha - 84 \sin \alpha = \\ &= 12(3(1 - 2\sin^2 \alpha) - 7\sin \alpha) = \\ &= 12(3 - 6\sin^2 \alpha - 7\sin \alpha) = \\ &= 12(-6\sin^2 \alpha - 7\sin \alpha + 3) = \\ &= -12(6\sin^2 \alpha + 7\sin \alpha - 3). \end{aligned}$$

$$D = 7^2 + 4 \cdot 3 \cdot 6 = 49 + 72 = 121.$$

$$\sin \alpha = -\frac{7\sqrt{11}}{12} \quad \left[\begin{array}{l} \sin \alpha = -\frac{3}{2} \\ \sin \alpha = \frac{1}{3} \end{array} \right]$$

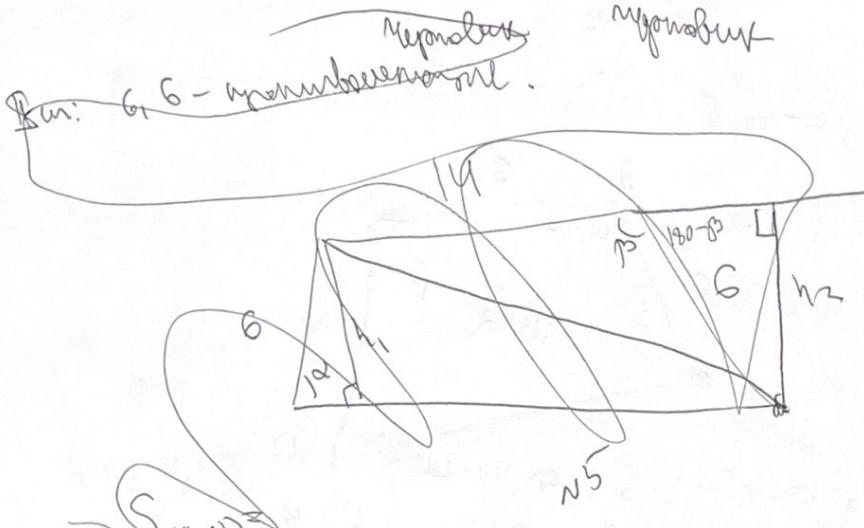


> вероятно,

$$r = 90^\circ \sin \alpha = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2}$$

$$S = 12 \cdot 8 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 64\sqrt{2}.$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ



Задача 6.6 - многочленом.

$$S(n) - \text{шаги алгоритма в } n\text{-й единице } n \in N.$$

При этом на каждом шаге, имеем $S(2^n) + S(5^n) = S(10^n)$

Доказ.: $S(2^1) + S(5^1) = 1+1=2 = S(10^1)$

Доказ. что $S(2^k) + S(5^k) = S(10^k)$ - верно.

$$S(n) = \lceil \log_{10} n \rceil + 1$$

$$S(2^{2020}) = \lceil 2020 \log_{10} 2 \rceil + l$$

$$S(5^{2020}) = \lceil 2020 \log_{10} 5 \rceil + l$$

$$(S(2^{2020}) + S(5^{2020})) = 2 + 2020 - \lceil 2020 \log_{10} 2 \rceil - \lceil 2020 \log_{10} 5 \rceil$$

$$= 2022 - \lceil 2020 \log_{10} 2 \rceil - \lceil 2020 \log_{10} 5 \rceil$$

~~$$\{a_n\}: a_1 = l; a_n = \frac{(n^2+1) \cdot n}{(n-1)^2 + 1} = \frac{n^3+n}{n^2-2n+1}$$~~

~~$$a_n = \frac{(n+1)^2 + (n-1)^2}{n^2 + 1} = \frac{(n^2+1) + (2n+1)(n+1)}{n^2+1} =$$~~
~~$$= \frac{n^2(n+1)(1+\frac{2n+1}{n^2+1})}{n^2+1} = (n+1) + \frac{(2n+1)n^2}{n^2+1} =$$~~
~~$$= (n+1) + \frac{2n^3+3n^2+1}{n^2+1} = n+1 + 2 + \frac{3n-1}{n^2+1} \leq$$~~

~~$$S(n+1) + \frac{3n-1}{n^2+1}$$~~

Числовик.

№1

Таким $x = \sqrt{45 + \sqrt{2022}} - \sqrt{45 - \sqrt{2022}}$.

Понадобится найти $\{-x\}$.

$$\begin{aligned} x^2 &= 45 + \sqrt{2022} - 2\sqrt{45^2 - 2022} + 45 - \sqrt{2022} = \\ &= 90 - 2\sqrt{45^2 - 2022} = \frac{45}{\frac{45}{225}} = \\ &= 90 - 2\sqrt{2025 - 2022} = \frac{180}{2025} \\ &= 90 - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

Заметим, что

$$\begin{aligned} x^2 &> g^2: & x^2 &< 10^2: \\ 90 - 2\sqrt{3} &> 81 & 90 - 2\sqrt{3} &< 90 < 100. \\ g &> 2\sqrt{3} & & \\ 81 &> 12 & & \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} g < x < 10 \\ -10 < -x < -g \end{cases} \Rightarrow \{-x\} = -10.$$

Ответ: $\{-x\} = -10$.

№2.

Заметим, что $1234 + 789 = 2023 \Rightarrow$ получим
что $\sin^{23}(x + \frac{\pi}{6}) \leq 1$, и $\sin^{23}(\alpha x + \frac{\pi}{4}) \leq 1$, то
 $1234 \sin^{23}(x + \frac{\pi}{6}) + 789 \cdot (-\sin^{23}(\alpha x + \frac{\pi}{4})) \leq 1234 + 789 = 2023 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin^{23}(x + \frac{\pi}{6}) = 1 \\ \sin^{23}(\alpha x + \frac{\pi}{4}) = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(x + \frac{\pi}{6}) = 1 \\ \sin(\alpha x + \frac{\pi}{4}) = -1 \end{cases}$$

Если $\sin(x + \frac{\pi}{6}) = 1$: $x + \frac{\pi}{6} \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi h, h \in \mathbb{Z}$.

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi h, h \in \mathbb{Z}, \text{ m.k. } x \in [-\pi, \pi] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{3}. \quad (\text{Понадобится, м.k. } \alpha x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}).$$

$$\alpha \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\alpha = \frac{9}{4} + 6k, k \in \mathbb{Z}. \quad \text{если } k=0: \alpha = \frac{9}{4}.$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{9}{4} + 6k, k \in \mathbb{Z} \\ \text{если } k=-1, \text{ то } \alpha &= \frac{9}{4} - 6 = -\frac{15}{4} \quad \text{если } k>0, \text{ то } \alpha \text{ будет } > \frac{9}{4}, \\ \text{а если } k=1 \Rightarrow \alpha &< -\frac{15}{4} \quad \Rightarrow \text{ в этом случае можно} \\ \text{но получим } \alpha &= \frac{9}{4} \text{ а} \end{aligned}$$

Чистовик
№2 (прогнозирование)

$$\text{Если } \sin(x + \frac{\pi}{6}) = -1, \text{ то } x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

т.к. $x \in [-\pi; \pi] \Rightarrow x = -\frac{2\pi}{3}$ - корень.

$$2 \cdot \left(-\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$-\frac{2}{3}\alpha = \frac{3}{4}\pi + 2k\pi.$$

$$\alpha = -\frac{9}{8} - 3k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Если } k=0, \alpha = -\frac{9}{8}, \text{ если } k \geq 0, \text{ то } \alpha < -\frac{9}{8}.$$

$$\text{Если } k=-1, \alpha = 3 - \frac{9}{8} = \frac{15}{8}; \text{ если } k < -1, \alpha > \frac{15}{8}.$$

\Rightarrow в этом случае минимум не может быть $\alpha = -\frac{9}{8}$.

$$\text{Ответ: } \alpha = -\frac{9}{8}.$$

$$\log_7(|x^2 - 7|^3 + 1) + \sqrt[3]{3x^4 - 9x^2 + 31} - \sqrt{2x^4 + 5x^2 - 18} = 0.$$

$$3x^4 - 9x^2 + 31! D = 9^2 - 4 \cdot 3 \cdot 31 < 0 \Rightarrow 3x^4 + 9x^2 + 31 > 0.$$

$$\text{ОДЗ: } 2x^4 + 5x^2 - 18 > 0.$$

$$\log_7(|x^2 - 7|^3 + 1) + \frac{(\sqrt[3]{3x^4 - 9x^2 + 31} - \sqrt{2x^4 + 5x^2 - 18})(\sqrt[3]{3x^4 - 9x^2 + 31} + \sqrt{2x^4 + 5x^2 - 18})}{\sqrt[3]{3x^4 - 9x^2 + 31} + \sqrt{2x^4 + 5x^2 - 18}} = 0$$

$$\text{т.к. } \sqrt[3]{3x^4 - 9x^2 + 31} > 0 \Rightarrow (\sqrt[3]{3x^4 - 9x^2 + 31} + \sqrt{2x^4 + 5x^2 - 18}) > 0.$$

$$\log_7(|x^2 - 7|^3 + 1) \geq \log_7(1) > 0, \text{ т.к. } |x^2 - 7|^3 \geq 0.$$

$$\log_7(|x^2 - 7|^3 + 1) + \frac{3x^4 + 9x^2 + 31 - 2x^4 - 5x^2 + 18}{\sqrt[3]{3x^4 - 9x^2 + 31} + \sqrt{2x^4 + 5x^2 - 18}} = 0$$

$$\log_7(|x^2 - 7|^3 + 1) + \frac{x^4 + 4x^2 + 49}{\sqrt[3]{3x^4 - 9x^2 + 31} + \sqrt{2x^4 + 5x^2 - 18}} = 0$$

$$\log_7(|x^2 - 7|^3 + 1) + \frac{(x^2 - 7)^2 - 30}{\sqrt[3]{3x^4 - 9x^2 + 31} + \sqrt{2x^4 + 5x^2 - 18}} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 7 \quad ; \quad 2 \cdot 49 + 5 \cdot 7 - 18 > 0 - 28$$

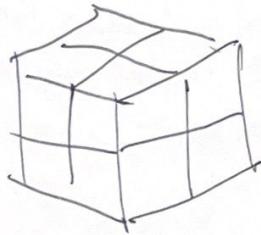
$$\Rightarrow x_2 \in \sqrt{7}. \text{ Ответ: } x \in \{-\sqrt{7}; \sqrt{7}\}.$$

36-29-33-10
(88,7)

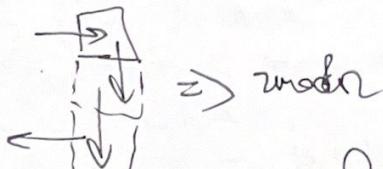
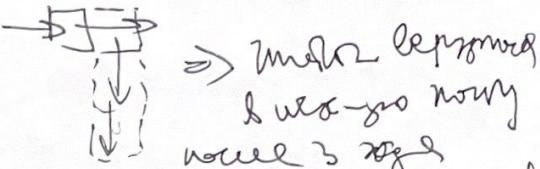
Чемодан

n+(чтобы не -)

С другой стороны, что никак не обрезан
не может быть так как это максимум
 $3c$ (макс. это $3c = 1cm$) - то он
не \rightarrow является ящиком), то есть $4c$, т.к.
Макс. это 2×2 .



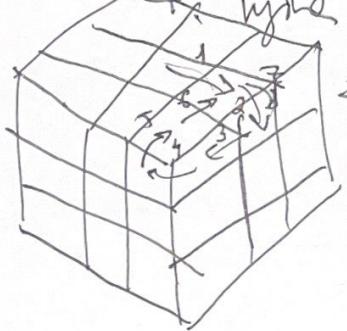
но:

 \Rightarrow можно \Rightarrow можно вернуть
и что-то поменять
все в ящике

вернуть в из-под него 33 -х ящиков
и 2×2 , то:

~~2023~~ ~~24~~ \Rightarrow все решено
2023 24
- 192 84

103
- 86
 \Rightarrow можно менять
единицами 9 и 8 -ми
единицами. \Rightarrow то единица
вынимается из центрального ящика
и идет в нижний ящик.

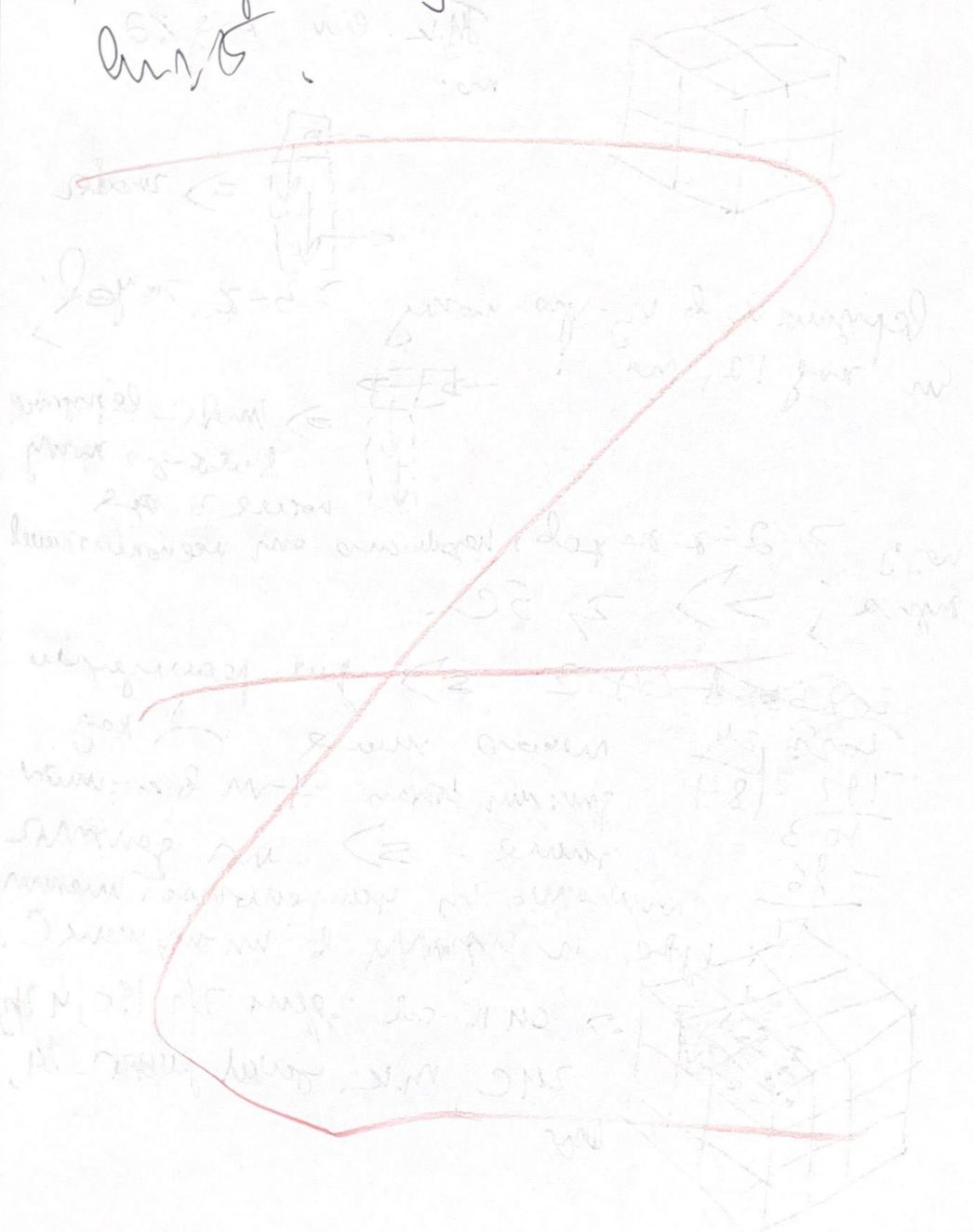


\Rightarrow он же здешний $2/3$ $15c$, $4/3$
 $24c$; т.к. уехал грузовик 24,

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

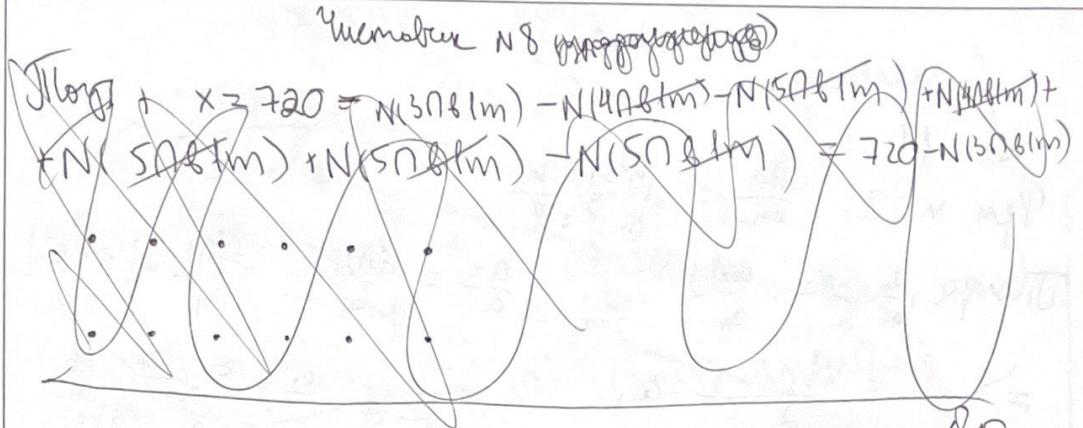
2023-132 2⁴ D.

- ~~они на бутылке сидят в
такие такие~~
- они на бутылке сидят в кислоту
и хотят смыть воду из бутылки
с бутылки смыть 3 то на 2н,
- он смыт из неё загородка
- они б.

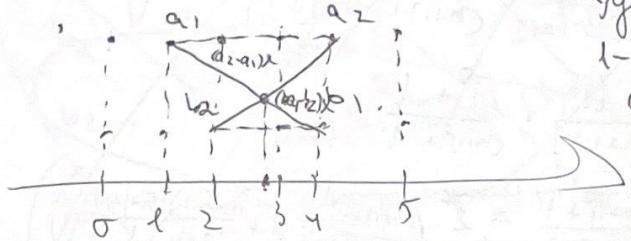


ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

36-29-33-10
(88.7)



После сокращения произведения определено, что для
из каждого такого блока будет $\frac{1}{6}$ отрезка $= 6!$.
Также есть 2 отрезка, \cap в 2-м блоке:



Если k -мая вершина
 $1-k = a_1 \text{ и } a_2$,
 $a_2 - w = b_1 \text{ и } b_2$.
Из к-ии Δ , то
если $a_2 > a_1 \Rightarrow$
 $b_2 < b_1$.

Такие координаты м. $\Delta = a_1 + (a_2 - a_1) \cdot \frac{(a_2 - a_1)}{(a_2 - a_1) + (b_2 - b_1)}$

$$a_1 + (a_2 - a_1) \cdot \frac{a_2 - a_1}{(a_2 - a_1) + (b_2 - b_1)} = a_1 + \frac{(a_2 - a_1)}{(a_2 - a_1) + (b_2 - b_1)}$$

Такие координаты м. координаты $\in N$, но
ко м. Δ — разномощные, и в дальнейшем учи-
тывали они $\log 10$.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Числовик

N6

$$a_1 = 1!$$

$$\text{При } n \geq 2: \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{(n^2+1) \cdot n}{(n-1)^2 + 1}.$$

$$\text{Поэтому, } \frac{a_n}{a_1} = \frac{a_n}{a_{n-1}} \cdot \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} \cdots \frac{a_2}{a_1} = \frac{(n^2+1)}{(n-1)^2+1} \cdots \frac{(2^2+1)}{1^2+1} \cdot n! = \frac{n!(n^2+1)}{2}.$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{n!(n^2+1)}{2} \cdot a_1.$$

$$\text{Поэтому, } a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = \sum_{i=1}^{n-1} i! \cdot (i^2+1) = \sum_{i=1}^{n-1} i! \cdot (i^2+1) = \frac{a_2}{a_1} \cdot 5 + \frac{a_3}{a_2} \cdot 3 + \frac{a_4}{a_3} \cdot 17 + \frac{a_5}{a_4} \cdot 3.$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{i! \cdot (i^2+1)}{(n+1)! \cdot ((n+1)^2+1)} = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{i! \cdot (i^2+1)}{(n+1)! \cdot ((n+1)^2+1)} = a_2 = 5a_1, \\ a_3 = 30a_1, a_4 = 12 \cdot 7a_1, a_5 = 60 \cdot 26a_1.$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} \frac{i! \cdot (i^2+1)}{(n+1)! \cdot ((n+1)^2+1)} = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{(n+1)!}{(1+i)^2+1} =$$

$$a_1 + a_{n-1} = \frac{(n-2)! \cdot ((n-2)^2+1) + (n-1)! \cdot ((n-1)^2+1)}{2} =$$

$$= \frac{(n-2)! \cdot ((n-2)^2+1) + (n-1) \cdot ((n-1)^2+1)}{2} =$$

$$= \frac{(n-2)! \cdot ((n-2)^2+1) + (n-1) \cdot ((n-1)^2+1)}{2} =$$

$$\leq \frac{n!}{2} \left((n-1)^2 + 1 + (n-1)(n-1)^2 + 1 \right) =$$

$$\leq \frac{n!}{2} \left((n-1)^2 + 2(n-1) + 1 + (n-1)^3 + (n-1) \right) =$$

$$\leq \frac{n!}{2} \left((n-1)^3 + (n-1)^2 - (n-1) + 1 \right) =$$

$$\leq \frac{n!}{2} \left((n-1)^2 - (n-1) \right) =$$

$$\leq \frac{n!}{2} \left((n-1) - \frac{n-2}{n(n-1)} \right) =$$

$$\leq \frac{n!}{2} \left((n-1) - \frac{n-2}{n(n-1)} \right) =$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Числовая нотация (применение)

Числовик N 7(применение)

$$\frac{a_1 + \dots + a_n}{a_n} = \frac{(n^2+1)(n+1)}{(n+1)^2(n+1)} = \frac{n^2+1}{(n+1)^2}$$

$$\frac{a_1 + \dots + a_{n-1}}{a_n} = \frac{n^2+1}{(n+1)^2(n+1)}$$

$$\frac{a_1 + \dots + a_{n-1}}{a_n} = \frac{n^2+1}{(n+1)^2(n+1)} + \frac{n^2+1}{(n+1)^2(n+1)}$$

$$\text{Н.д. } b_{n+1} = \frac{n^2+1}{(n+1)^2(n+1)} (b_1 + 1), \quad b_1 = \frac{1}{3}.$$

Подсчитано наимен б 2021:

$$b_2 = \frac{1^2+1}{(2+1)^2(2+1)} (b_1 + 1) = \frac{2}{(3+1)^2(3+1)} (b_1 + 1) = \frac{2}{(4+1)^2(4+1)} (b_1 + 1) = \frac{2}{(5+1)^2(5+1)} (b_1 + 1) = \dots$$

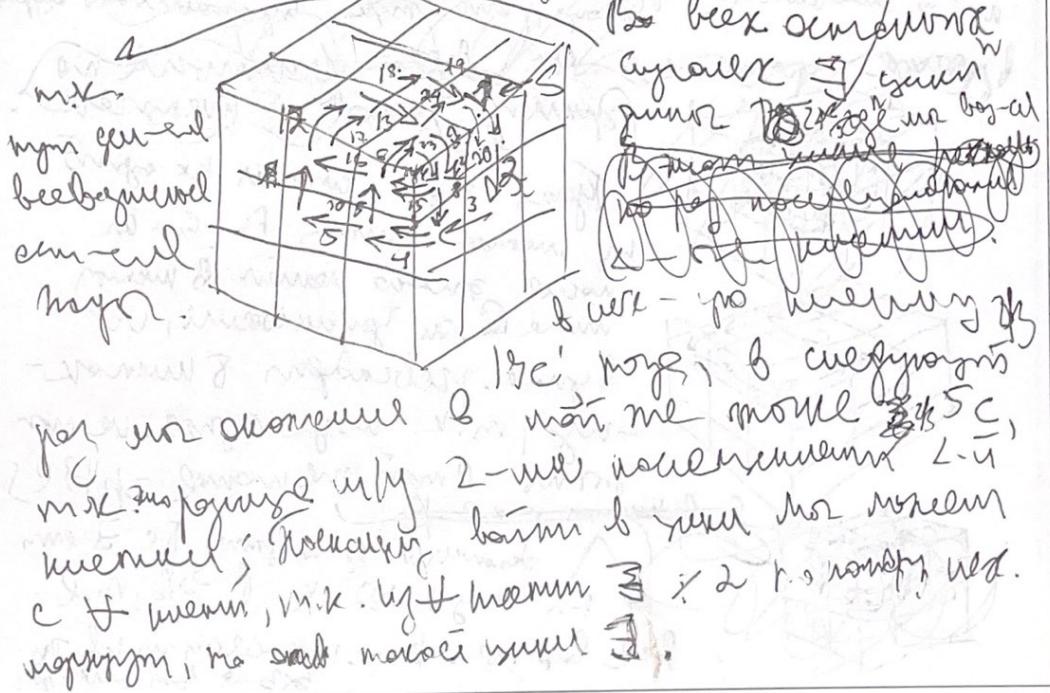
$$b_2 = \frac{2}{(3+1)^2(3+1)} (b_1 + 1) = \frac{2}{(4+1)^2(4+1)} (b_1 + 1) = \dots$$

$$b_{n+1} = \frac{2}{((n+1)+1)^2((n+1)+1)} (b_1 + 1) = \frac{2}{((n+2)+1)^2((n+2)+1)} (b_1 + 1) = \dots$$

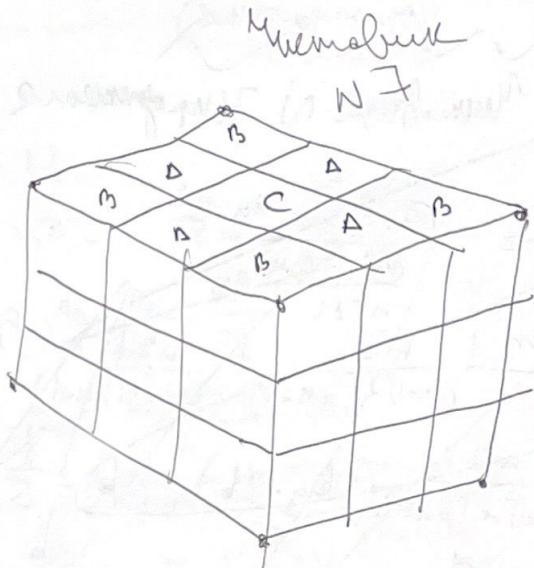
$$b_{n+1} = \frac{2}{((n+1)+1)^2((n+1)+1)} (b_1 + 1) = \frac{2}{((n+2)+1)^2((n+2)+1)} (b_1 + 1) = \dots$$

$$b_{n+1} = \frac{2}{((n+1)+1)^2((n+1)+1)} (b_1 + 1) = \frac{2}{((n+2)+1)^2((n+2)+1)} (b_1 + 1) = \dots$$

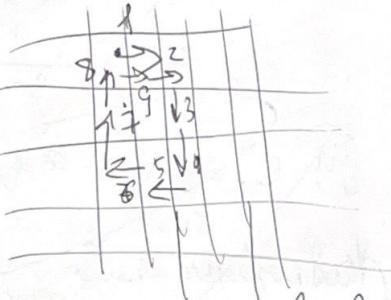
N 7(применение) 24



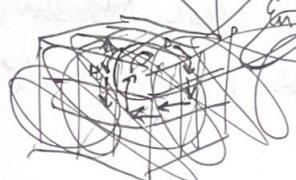
ЛИСТ-ВКЛАДЫШ



Рассмотрим движение бумаги в масштабе:



Таким образом мы общий принцип выразили.
М.к. се-де перенесение 2-д \Rightarrow си сб-де верх;
3-направо, 4-вправо, 5-направо, 6-вправо, 7-
направо, 8-вправо, 9-направо, и т.д.
затем верх в масштабе бумаги.
При этом мы можем увидеть, что для
перенесения 24 листов сб-де, они се-
дят на краю предыдущего сб-де, потому что
они в масштабе. Итак, мы можем увидеть
перенесение бумаги в масштабе.



Таким образом мы можем увидеть
перенесение бумаги в масштабе A. Ещё он
может заложить бумагу в чём
имеет B. Он заложил, и
таким образом бумага в масштабе
может заложить бумагу в чём
имеет B, т.к. может бумага не мог-
ет быть в чём имеется B?

Итак, бумага в чём имеется B, это
значит бумага в чём имеется B, это
также может быть B \rightarrow B, т.к. B \rightarrow B, т.к.

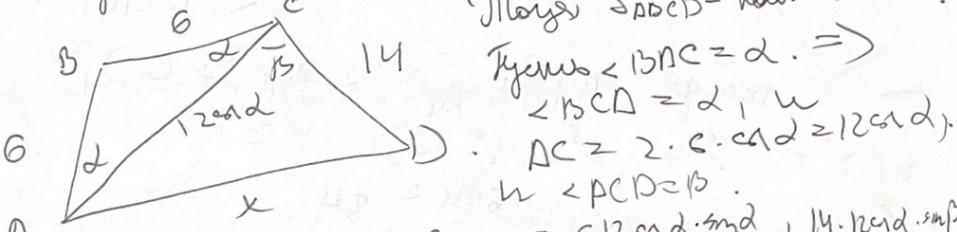
Таким образом К чему нам забыть, что
здесь же читаемые.

Числовик

Замечание, что $\sin^{\frac{n}{10^k}} = [\log_{10} n] + l$, поскольку для $n \geq 10^k$ и $n = a_1 \dots a_k$, то $[\log_{10} n] + l = l + [\log_{10} \frac{n}{10^k} + k] = k + [\log_{10} \frac{n}{10^k}] = k$.
 $\sin^{\frac{n}{10^k}} > \frac{n}{10^k} - 1$, потому $k+l$ — это как-то член n .

$$\begin{aligned} \text{Тогда, } S(2^{2020}) + S(5^{2020}) &= 2 + [2020 \log_{10} 2] + [\log_{10} 2^{2020}] \\ &\leq 2 + [2020 \log_{10} 2] + [2020 - 2020 \log_{10} 2]. \\ &\leq 2022 + [2020 \log_{10} 2] + [-2020 \log_{10} 2] = (*) \\ &\leq 2022 + [2020 \log_{10} 2] + [-2020 \log_{10} 2] = k, \\ \text{так как } k < 2020 \log_{10} 2 < k+1 \Rightarrow [2020 \log_{10} 2] = k, \\ \text{и так } -2020 \log_{10} 2 < -k \Rightarrow [-2020 \log_{10} 2] = -k-1, \\ \text{тогда } (*) &= 2022 + k - k - 1 = 2021. \\ \text{Ответ: } S(2^{2020}) + S(5^{2020}) &= 2021. \end{aligned}$$

Задача 4: Тупые спирали величины 6 — синусиналь.



$$\begin{aligned} \text{Тогда } S_{ABCD} &= S_{ABC} + S_{ACD} = \frac{6 \cdot 12 \sin \alpha}{2} + \frac{14 \cdot 12 \cos \alpha}{2} = \\ &= 3 \cdot 12 \sin \alpha + 7 \cdot 12 \cos \alpha \in 3 \cdot 12 \sin \alpha + 7 \cdot 12 \cos \alpha, \\ \text{и.е. если } \alpha &= 90^\circ, \text{ то } S_{ABCD}(\alpha) = 12 \left(3 \frac{\sin 90^\circ}{2} + 7 \cos 90^\circ \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{ABCD}(\alpha) &= 12 \left(3 \frac{\sin \alpha}{2} - 7 \cos \alpha \right) = 12 \left(3(1 - 2 \sin^2 \alpha) - 7 \cos \alpha \right) \\ &= 12(-6 \sin^2 \alpha - 7 \cos \alpha + 3) = -12(6 \sin^2 \alpha + 7 \cos \alpha - 3). \end{aligned}$$

$$\alpha = 49 + 4 \cdot 6 \cdot 3 = 49 + 72 = 121; \sin \alpha = \frac{-7 \pm \sqrt{121 - 4 \cdot 6 \cdot 9}}{12}.$$

$$\begin{cases} \sin \alpha = -\frac{3}{2}, \\ \sin \alpha = \frac{1}{2}. \end{cases} \quad \text{Тогда, т.к. } \alpha \in [0; 90], \text{ то } \sin \alpha = \frac{1}{2}.$$

$$\left(\text{м.к. } \alpha \in [0; \frac{\pi}{2}] \right) \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2}; \text{ тогда, } S_{ABCD}(\alpha) = 12 \left(3 \frac{1}{2} + 7 \cos \frac{1}{2} \right).$$

$$\text{График: } \begin{array}{c} \text{---} \\ -\frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \end{array} \quad \Rightarrow \text{минимум.}$$

Четырехугольник
№4 (продолжение)

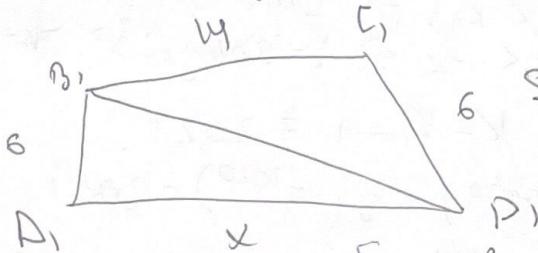
$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4 \cdot 2\sqrt{2}}{3} \left(3 + \frac{1}{3} + 4 + \frac{1}{3} \right) = 64\sqrt{2},$$

$$x^2 = \left(\frac{4 \cdot 2\sqrt{2}}{3} \right)^2 + (14\sqrt{2})^2 = (8\sqrt{2})^2 + 196 = 64 \cdot 2 + 196 = \\ = 128 + 196 = 324 = 18^2 \Rightarrow x = 18.$$

II ви: Сторона длина 6 — промежуточное значение.

$S_{B_1B_1C_1D_1}$ — максимальное



$$S_{A_1B_1C_1D_1} = S_{A_1B_1D_1} + S_{B_1C_1D_1} \leq \\ \leq \frac{6 \cdot x}{2} + \frac{14 \cdot 6}{2} \Rightarrow$$

$$S_{A_1B_1C_1D_1} = \frac{6 \cdot x}{2} + \frac{14 \cdot 6}{2}, \text{ и } \angle B_1A_1D_1 = 90^\circ, \text{ и } \angle B_1C_1D_1 = 90^\circ.$$

$$\Rightarrow \text{тогда } D_1B_1^2 + A_1D_1^2 = B_1C_1^2 + C_1D_1^2 \\ \text{и } x^2 + 6^2 = 6^2 + 14^2 \Rightarrow x = 14.$$

$$\text{Тогда } S_{A_1B_1C_1D_1} = 6 \cdot 14 = 84.$$

Значит, что $64\sqrt{2} > 84$
 $16\sqrt{2} > 21 \Rightarrow$ это не максимум

$$\text{тогда 4-ая сторона} = 18.$$

Ответ: 4-ая сторона = 18.

Черновик:

n6

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{(n^2+1)}{(n-1)^2+1} \cdot n$$

$$\Rightarrow \frac{a_n}{a_{n-1}} \cdot \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} \cdots \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_n}{a_1} - \text{с огни } a_{n-m},$$

$$a \in \mathbb{R} - \{0\}$$

$$= \frac{(n^2+1)(n-1)^2+1 \cdots 2^2+1}{(n-1)^2+1} \cdot n! =$$

$$= \frac{(n^2+1)n!}{2} \Rightarrow a_n = \frac{(n^2+1)n!}{2} \cdot a, n \in \mathbb{N}$$

$$a_m = \frac{(n^2+1)n!}{(n-1)^2+1} \cdot a_{m-1}$$

$$a_{m+n} + a_{m+1} = \frac{(n^2+1)n}{(n-1)^2+1} \cdot a_{m-1} + \frac{(n^2+1) \cdot (n+1)^2+1}{(n^2+1) \cdot (n-1)^2+1} \cdot n(n+1) a_{m-1} =$$

$$= a_{m-1} \cdot \frac{n}{(n-1)^2+1} \left((n^2+1) + (n+1)(n^2+1) \right) =$$

$$= a_1 \cdot \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{2 \cdot 3 \cdot 2} = 30$$

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 2$$

$$a_3 = 3$$

$$a_4 = 4$$

$$a_5 = 5$$

$$a_6 = 6$$

$$a_7 = 7$$

$$a_8 = 8$$

$$a_9 = 9$$

$$a_{10} = 10$$

$$a_{11} = 11$$

$$a_{12} = 12$$

$$a_{13} = 13$$

$$a_{14} = 14$$

$$a_{15} = 15$$

$$a_{16} = 16$$

$$a_{17} = 17$$

$$a_{18} = 18$$

$$a_{19} = 19$$

$$a_{20} = 20$$

$$a_{21} = 21$$

$$a_{22} = 22$$

$$a_{23} = 23$$

$$a_{24} = 24$$

$$a_{25} = 25$$

$$a_{26} = 26$$

$$a_{27} = 27$$

$$a_{28} = 28$$

$$a_{29} = 29$$

$$a_{30} = 30$$

$$a_{31} = 31$$

$$a_{32} = 32$$

$$a_{33} = 33$$

$$a_{34} = 34$$

$$a_{35} = 35$$

$$a_{36} = 36$$

$$a_{37} = 37$$

$$a_{38} = 38$$

$$a_{39} = 39$$

$$a_{40} = 40$$

$$a_{41} = 41$$

$$a_{42} = 42$$

$$a_{43} = 43$$

$$a_{44} = 44$$

$$a_{45} = 45$$

$$a_{46} = 46$$

$$a_{47} = 47$$

$$a_{48} = 48$$

$$a_{49} = 49$$

$$a_{50} = 50$$

$$a_{51} = 51$$

$$a_{52} = 52$$

$$a_{53} = 53$$

$$a_{54} = 54$$

$$a_{55} = 55$$

$$a_{56} = 56$$

$$a_{57} = 57$$

$$a_{58} = 58$$

$$a_{59} = 59$$

$$a_{60} = 60$$

$$a_{61} = 61$$

$$a_{62} = 62$$

$$a_{63} = 63$$

$$a_{64} = 64$$

$$a_{65} = 65$$

$$a_{66} = 66$$

$$a_{67} = 67$$

$$a_{68} = 68$$

$$a_{69} = 69$$

$$a_{70} = 70$$

$$a_{71} = 71$$

$$a_{72} = 72$$

$$a_{73} = 73$$

$$a_{74} = 74$$

$$a_{75} = 75$$

$$a_{76} = 76$$

$$a_{77} = 77$$

$$a_{78} = 78$$

$$a_{79} = 79$$

$$a_{80} = 80$$

$$a_{81} = 81$$

$$a_{82} = 82$$

$$a_{83} = 83$$

$$a_{84} = 84$$

$$a_{85} = 85$$

$$a_{86} = 86$$

$$a_{87} = 87$$

$$a_{88} = 88$$

$$a_{89} = 89$$

$$a_{90} = 90$$

$$a_{91} = 91$$

$$a_{92} = 92$$

$$a_{93} = 93$$

$$a_{94} = 94$$

$$a_{95} = 95$$

$$a_{96} = 96$$

$$a_{97} = 97$$

$$a_{98} = 98$$

$$a_{99} = 99$$

$$a_{100} = 100$$

Чертёж

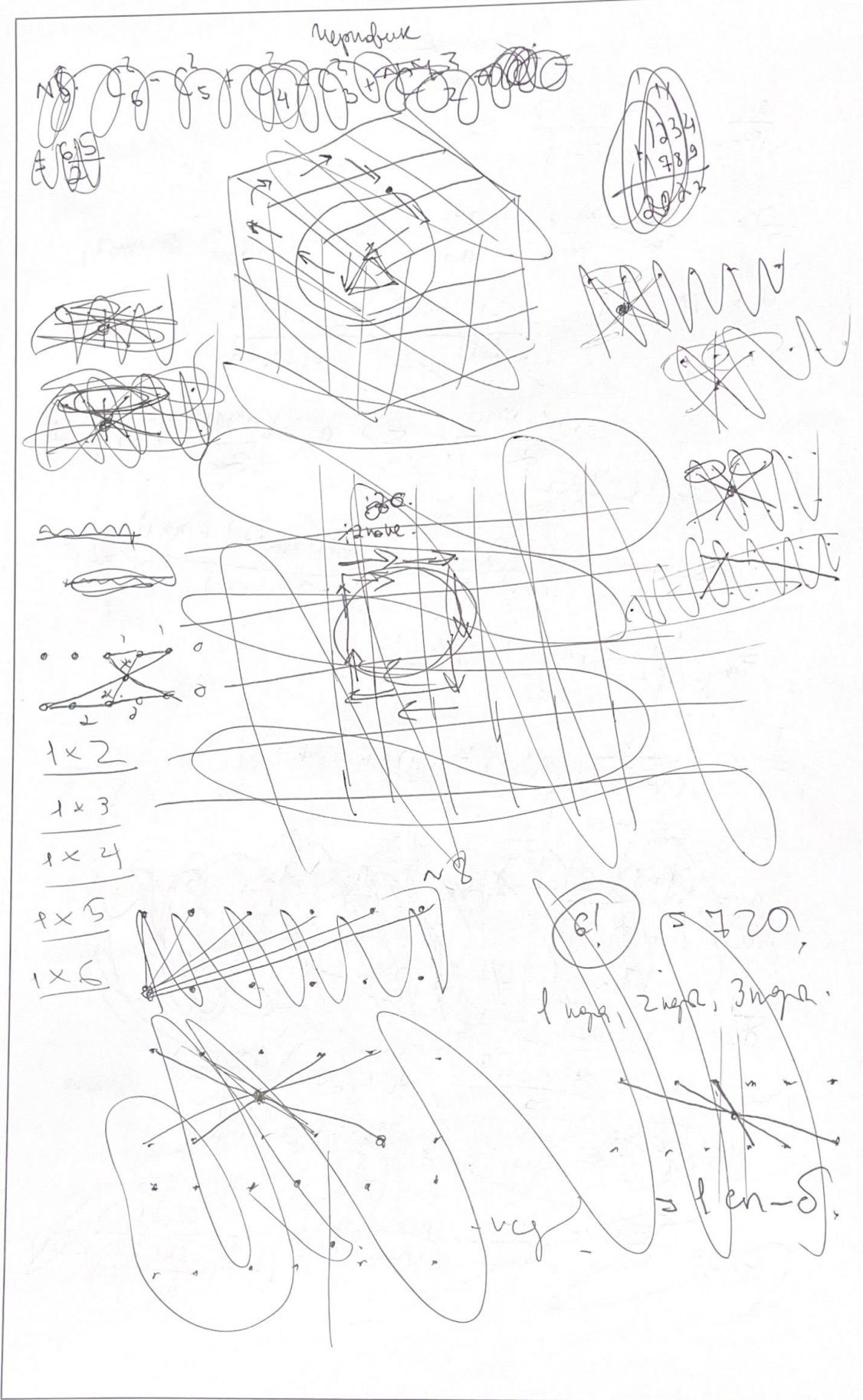
$$a_{m+n} = \frac{a_1 + \cdots + a_m}{a_1} \cdot a \quad a \in \mathbb{R}$$

$$a_{m+1} = b_n + \frac{a_1 + \cdots + a_m}{a_1} \cdot (n+1)(n+1)$$

$$c_{m+1} = \frac{a_{m+1}}{b_n + (n+1)(n+1)}$$

$$c_{m+1} = \frac{a_{m+1} \cdot (n+2)^2 + (n+2)}{(b_n + (n+1)(n+1)) \cdot (n+2)^2}$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ



Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

ЛИСТ-ВКЛАДЫЩ

Hepburn

Черновик

$$\begin{aligned} & 6! - 5! + 4! - 3! + 2! \\ & 720 - 120 + 24 - 6 + 2 - 1 \\ & 600 + 24 + 2 - 1 \\ & 625 \end{aligned}$$

~~J Comp- el~~

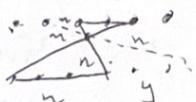
~~am wegen Abstimm.~~

by me
S. S. Morgan & his name, G.R.

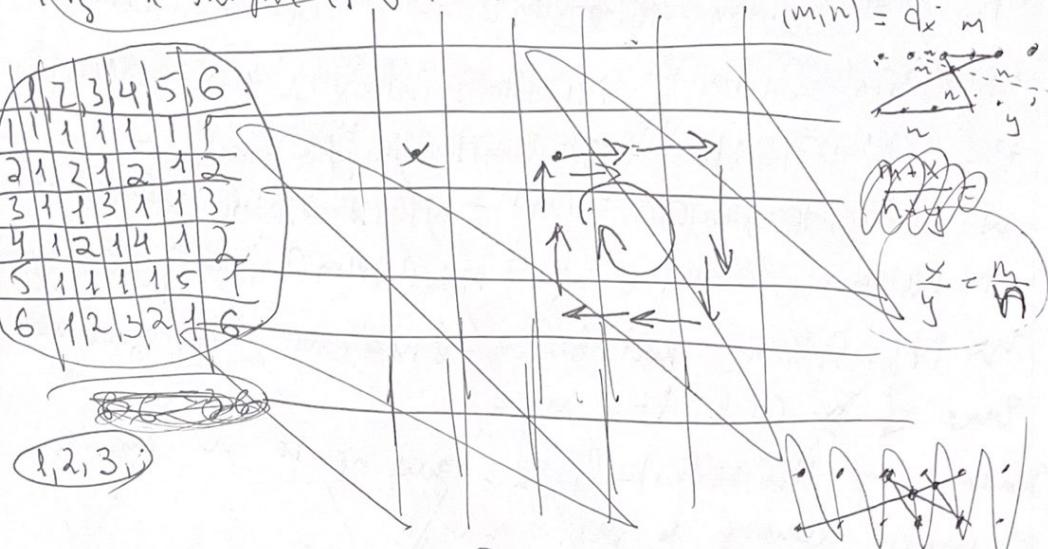
My main message is that it is small,

1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1
2	1	2	1	2	1
3	1	1	3	1	1
4	1	2	1	4	1
5	1	1	1	1	5
6	1	2	5	2	1

$$(m,n) = d_x \cdot m$$



$$x = \frac{m}{n}$$



मात्र विद्या का अभियान

$$\begin{aligned}
 & 720 - (3n_p \cap 1m) - (4s 1m) - (5s 1m) - (6s 1m) + \\
 & + (3s 1m \cap 4s 1m) + (3s 1m \cap 5s 1m) + (3s 1m \cap 6s 1m) + \\
 & + (4s 1m \cap 5s 1m) + (4s 1m \cap 6s 1m) + (5s 1m \cap 6s 1m) - \\
 & - (3n_8 1m \cap 4n_8 1m \cap 5n_8 1m) - (3n_8 1m \cap 4n_8 1m \cap 6n_8 1m) - \\
 & - (3n_8 1m \cap 5n_8 1m \cap 6n_8 1m) - (4n_8 1m \cap 5n_8 1m \cap 6n_8 1m) + \\
 & + (5n_8 1m \cap 4n_8 1m \cap 5n_8 1m) = \text{rest.}
 \end{aligned}$$

~~Чисто русский язык~~

~~Было сказано, что в каждом отрезке имеется одна из концов точек. Следовательно, $l = 6$,
 $6! = 720$.~~

~~Можно, конечно, считать, что в каждом отрезке одна из концов точек лежит на 3 отрезка и ближайшей точке.~~

$$\begin{aligned} x = 720 - N(3\pi 81m) - N(4\pi 81m) - N(5\pi 81m) - N(6\pi 81m) + \\ + N((3\pi 81m)(4\pi 81m)) + N((3\pi 81m)(5\pi 81m)) + N((3\pi 81m)(6\pi 81m)) + \\ + N((4\pi 81m)(5\pi 81m)) + N((4\pi 81m)(6\pi 81m)) + N((5\pi 81m)(6\pi 81m)) + \\ + N((5\pi 81m)(6\pi 81m)) - N(3\pi 81m)(4\pi 81m)(7\pi 81m)) - \\ - N((3\pi 81m)(4\pi 81m)(6\pi 81m)) - N((3\pi 81m)(5\pi 81m)(6\pi 81m)) - \\ - N((4\pi 81m)(5\pi 81m)(6\pi 81m)) + N((3\pi 81m)(4\pi 81m)(6\pi 81m)) \end{aligned}$$

~~и т.д. $N(n\pi 81m)$ — количество способов разбиения отрезка на n частей.~~

~~Но \exists π ближайшая точка.~~

~~Значит, имеем $N(6\pi 81m) = l_1 m_k$. где $n=6$ в тоже~~

~~а можно ли это сделать?~~

<img alt="Diagram showing two vertical lines representing segments. The left line has points at 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000, 1001, 1002, 1003, 1004, 1005, 1006, 1007, 1008, 1009, 1001, 1002, 1003, 1004, 1005, 1006, 1007, 1008, 1009, 1010, 1011, 1012, 1013, 1014, 1015, 1016, 1017, 1018, 1019, 1011, 1012, 1013, 1014, 1015, 1016, 1017, 1018, 1019, 1020, 1021, 1022, 1023, 1024, 1025, 1026, 1027, 1028, 1029, 1021, 1022, 1023, 1024, 1025, 1026, 1027, 1028, 1029, 1030, 1031, 1032, 1033, 1034, 1035, 1036, 1037, 1038, 1039, 1031, 1032, 1033, 1034, 1035, 1036, 1037, 1038, 1039, 1040, 1041, 1042, 1043, 1044, 1045, 1046, 1047, 1048, 1049, 1041, 1042, 1043, 1044, 1045, 1046, 1047, 1048, 1049, 1050, 1051, 1052, 1053, 1054, 1055, 1056, 1057, 1058, 1059, 1051, 1052, 1053, 1054, 1055, 1056, 1057, 1058, 1059, 1060, 1061, 1062, 1063, 1064, 1065, 1066, 1067, 1068, 1069, 1061, 1062, 1063, 1064, 1065, 1066, 1067, 1068, 1069, 1070, 1071, 1072, 1073, 1074, 1075, 1076, 1077, 1078, 1079, 1071, 1072, 1073, 1074, 1075, 1076, 1077, 1078, 1079, 1080, 1081, 1082, 1083, 1084, 1085, 1086, 1087, 1088, 1089, 1081, 1082, 1083, 1084, 1085, 1086, 1087, 1088, 1089, 1090, 1091, 1092, 1093, 1094, 1095, 1096, 1097, 1098, 1099, 1091, 1092, 1093, 1094, 1095, 1096, 1097, 1098, 1099, 1100, 1101, 1102, 1103, 1104, 1105, 1106, 1107, 1108, 1109, 1101, 1102, 1103, 1104, 1105, 1106, 1107, 1108, 1109, 1110, 1111, 1112, 1113, 1114, 1115, 1116, 1117, 1118, 1119, 1111, 1112, 1113, 1114, 1115, 1116, 1117, 1118, 1119, 1120, 1121, 1122, 1123, 1124, 1125, 1126, 1127, 1128, 1129, 1121, 1122, 1123, 1124, 1125, 1126, 1127, 1128, 1129, 1130, 1131, 1132, 1133, 1134, 1135, 1136, 1137, 1138, 1139, 1131, 1132, 1133, 1134, 1135, 1136, 1137, 1138, 1139, 1140, 1141, 1142, 1143, 1144, 1145, 1146, 1147, 1148, 1149, 1141, 1142, 1143, 1144, 1145, 1146, 1147, 1148, 1149, 1150, 1151, 1152, 1153, 1154, 1155, 1156, 1157, 1158, 1159, 1151, 1152, 1153, 1154, 1155, 1156, 1157, 1158, 1159, 1160, 1161, 1162, 1163, 1164, 1165, 1166, 1167, 1168, 1169, 1161, 1162, 1163, 1164, 1165, 1166, 1167, 1168, 1169, 1170, 1171, 1172, 1173, 1174, 1175, 1176, 1177, 1178, 1179, 1171, 1172, 1173, 1174, 1175, 1176, 1177, 1178, 1179, 1180, 1181, 1182, 1183, 1184, 1185, 1186, 1187, 1188, 1189, 1181, 1182, 1183, 1184, 1185, 1186, 1187, 1188, 1189, 1190, 1191, 1192, 1193, 1194, 1195, 1196, 1197, 1198, 1199, 1191, 1192, 1193, 1194, 1195, 1196, 1197, 1198, 1199, 1200, 1201, 1202, 1203, 1204, 1205, 1206, 1207, 1208, 1209, 1201, 1202, 1203, 1204, 1205, 1206, 1207, 1208, 1209, 1210, 1211, 1212, 1213, 1214, 1215, 1216, 1217, 1218, 1219, 1211, 1212, 1213, 1214, 1215, 1216, 1217, 1218, 1219, 1220, 1221, 1222, 1223, 1224, 1225, 1226, 1227, 1228, 1229, 1221, 1222, 1223, 1224, 1225, 1226, 1227, 1228, 1229, 1230, 1231, 1232, 1233, 1234, 1235, 1236, 1237, 1238, 1239, 1231, 1232, 1233, 1234, 1235, 1236, 1237, 1238, 1239, 1240, 1241, 1242, 1243, 1244, 1245, 1246, 1247, 1248, 1249, 1241, 1242, 1243, 1244, 1245, 1246, 1247, 1248, 1249, 1250, 1251, 1252, 1253, 1254, 1255, 1256, 1257, 1258, 1259, 1251, 1252, 1253, 1254, 1255, 1256, 1257, 1258, 1259, 1260, 1261, 1262, 1263, 1264, 1265, 1266, 1267, 1268, 1269, 1261, 1262, 1263, 1264, 1265, 1266, 1267, 1268, 1269, 1270, 1271, 1272, 1273, 1274, 1275, 1276, 1277, 1278, 1279, 1271, 1272, 1273, 1274, 1275, 1276, 1277, 1278, 1279, 1280, 1281, 1282, 1283, 1284, 1285, 1286, 1287, 1288, 1289, 1281, 1282, 1283, 1284, 1285, 1286, 1287, 1288, 1289, 1290, 1291, 1292, 1293, 1294, 1295, 1296, 1297, 1298, 1299, 1291, 1292, 1293, 1294, 1295, 1296, 1297, 1298, 1299, 1300, 1301, 1302, 1303, 1304, 1305, 1306, 1307, 1308, 1309, 1301, 1302, 1303, 1304, 1305, 1306, 1307, 1308, 1309, 1310, 1311, 1312, 1313, 1314, 1315, 1316, 1317, 1318, 1319, 1311, 1312, 1313, 1314, 1315, 1316, 1317, 1318, 1319, 1320, 1321, 1322, 1323, 1324, 1325, 1326, 1327, 1328, 1329, 1321, 1322, 1323, 1324, 1325, 1326, 1327, 1328, 1329, 1330, 1331, 1332, 1333, 1334, 1335, 1336, 1337, 1338, 1339, 1331, 1332, 1333, 1334, 1335, 1336, 1337, 1338, 1339, 1340, 1341, 1342, 1343, 1344, 1345, 1346, 1347, 1348, 1349, 1341, 1342, 1343, 1344, 1345, 1346, 1347, 1348, 1349, 1350, 1351, 1352, 1353, 1354, 1355, 1356, 1357, 1358, 1359, 1351, 1352, 1353, 1354, 1355, 1356, 1357, 1358, 1359, 1360, 1361, 1362, 1363, 1364, 1365, 1366, 1367, 1368, 1369, 1361, 1362, 1363, 1364, 1365, 1366, 1367, 1368, 1369, 1370, 1371, 1372, 1373, 1374, 1375, 1376, 1377, 1378, 1379, 1371, 1372, 1373, 1374, 1375, 1376, 1377, 1378, 1379, 1380, 1381, 1382, 1383, 1384, 1385, 1386, 1387, 1388, 1389, 1381, 1382, 1383, 1384, 1385, 1386, 1387, 1388, 1389, 1390, 1391, 1392, 1393, 1394, 1395, 1396, 1397, 1398, 1399, 1391, 1392, 1393, 1394, 1395, 1396, 1397, 1398, 1399, 1400, 1401, 1402,