0 282379 530009

28-23-79-53
(89.13)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

+1 лист

Вариант 3

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Дегтярева Филиппа Михайловича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
28-23-79-53	70	15	10	15	0	15	10	0	5

(семьдесят) 70

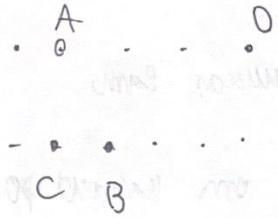
ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

28-23-79-53 (89.13)

чистовик.

№8

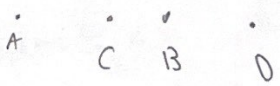
пусть у нас есть два отрезка: AB и CD.



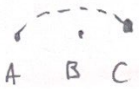
если CD н-ся по разные стороны от отрезка AB, то очевидно, что они будут пересекаться. Для удобства обозначим A – левый конец отрезка, B – правый. (если AB вертикальный, то AB переставим на то не повлияет)

Аналогично поступим с CD.

спроецировав все на прямую, мы получим:



т.е, для пересечения, нам нужно, чтобы в проекции на прямую один из концов отрезка находился внутри другого. ~~Тогда концы пересечения~~ ~~может быть пересечение на концах~~ (т.к если полагать, что всего отрезков будет 6 (двойной подсчет в двусвязном графе), а всевозможных комбинаций отрезков: 6! т.к из первого (есть 6 вариантов, из второго 2 – 5, ... и так далее) мы можем направить отрезок „условно вправо" или влево, то нам важно по сколько точек он будет в себя включать:



то, что находится между его концами будет по каждому из концов отрезка – будет создавать пересечение

Шестой:

тогда, количество пересечений отрезка сварится к расстоянию от начала до конца, до-на прямой.

г.д (т.к. пересечения стали двойными)

$\Rightarrow a+b+c+e+f+g = 10$ — ~~есть количество~~

количество решений полного ур-я в целых числах есть

начальное кол-во отрезков.

(где a b c d — есть ~~количество~~ расстояние от начала до конца отрезка на прямой)

черновик

$\sqrt{45+\sqrt{2023}} - \sqrt{45-\sqrt{2023}}$

$\begin{array}{r} \times 45 \\ 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 2025 \end{array}$

$a_3 = \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_3}{a_2} \cdot a_1$

$\frac{(n^2+1)\cdot n}{(n-1)^2+1} \cdot \frac{((n+1)^2+1)\cdot(n+1)}{}$

$44 < \sqrt{2023} < 45$

$\sqrt{45+\sqrt{2023}} - \sqrt{45-\sqrt{2023}} \geq \tau^2$

$\frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_3}{a_2} \cdot a_1$

$45+\sqrt{2023}+45-\sqrt{2023} - 2\sqrt{45^2-2023} \geq \tau^2$

$\frac{(n^2+2n+2)(n+1)\cdot n}{n^2-2n+2}$

$90 - 2\sqrt{2} \geq \tau^2$

$\frac{(n^2+1)\cdot n}{(n-1)^2+1} = \frac{n^3+n}{n^2-2n+2}$

$\tau \leq \sqrt{90-2\sqrt{2}}$

$\frac{(n^2+1)\cdot n}{(n-1)^2+1} \cdot \frac{((n+1)^2+1)\cdot n+1}{n^2+1}$

$2\sqrt{2} \approx 5$

$\frac{17\cdot 4}{10}$

$x + \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$

$10 > \tau \geq 9$

$\sin = 1$

$\begin{array}{r} 1234 \\ +\ 789 \\ \hline 2023 \end{array}$

$\frac{5\cdot 2}{2}$

$\frac{10\cdot 3}{5}$

$x \in [-\pi; \pi]$

$\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right) = \pm 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \ (+2\pi k) \\ x+\frac{\pi}{3} = \frac{3}{2}\pi \ (+2\pi k) \end{array}\right.$

$\begin{array}{r} +\ 48 \\ 9 \\ \hline 57 \end{array}$

$4\cdot 6 = 24$

$8\cdot 6 = 48$

$8\cdot 6 = 48$

$\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right) = 1$

$49 - 12\cdot 19$

$9 + 8\cdot 6$

$2x + \frac{\pi}{3} = 0 \ (+2\pi k)$

$\frac{a_2}{a_1} = \frac{5\cdot 2}{2} = 5$

$x^2_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{4}$

$2x$

$+\frac{9}{8} - x = 6$

$\log_5\left(|x^2-5|^3+1\right) + \sqrt{3x^4-7x^2+19} = \sqrt{2x^4+3x^2-6}$

$x = \frac{9}{8} - 6$

$\frac{a_3}{a_2} = \frac{10\cdot 3}{6} =$

$x = \frac{9+48}{8} =$

$= \frac{57}{8}$

$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{(n^2+1)\cdot n}{(n-1)^2+1}$

$\frac{a_{2022}}{a_1+a_2+\ldots+a_{2021}} =$

$\left(x^2\sqrt{2} - \frac{3}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{57}{8}$

$= a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 \ldots \cdot$

$a_n = a_{n-1} \cdot \frac{(n^2+1)\cdot n}{(n-1)^2+1}$

$25+1$

$\frac{26\cdot 5}{17}$

$a_{n+1} = a_n \cdot \frac{((n+1)^2+1)\cdot n+1}{n^2+1}$

$\frac{a_4}{a_3} = \frac{17\cdot 4}{10} =$

$\frac{a_1 a_2 a_3 \ldots a_{2021} \cdot \ldots}{a_1 + a_1 \cdot \ldots + a_1 \cdot \ldots + a_1 \cdot \ldots + a_1 \cdot \ldots} =$

$\frac{a_2}{a_1} = 5 \quad \frac{a_3}{a_2} = 5$

$\frac{a_4}{a_3} = \frac{17\cdot 4}{10} \quad \frac{a_5}{a_4} = \frac{26\cdot 5}{17} \quad 13\cdot 5\cdot 5 \cdot \frac{17\cdot 4}{10} \cdot \frac{26\cdot 5}{17} \cdot 37$

черновик.

$$\frac{(n^2+1)\cdot n}{(n-1)^2+1}\cdot\frac{((n+1)^2+1)\cdot(n+1)}{n^2+1}\cdot\frac{((n+2)^2+1)\cdot(n+2)}{(n+1)^2+1}$$

$$\frac{a_3}{a_2}=\frac{3\cdot 10}{5}$$

$$a_3=\frac{3\cdot 10}{5}\cdot a_2=\frac{3\cdot 10}{5}\cdot 5\cdot 13$$

$$13\cdot\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot 2023\cdot(2023^2+1)}{2}=a_{2022}$$

$$a_3=39\cdot 10=390$$

$$a_2=5\cdot 13$$

$$\frac{a_2}{a_1}=5$$

$$\frac{a_4}{a_3}=\frac{17\cdot 4}{10}$$

$$a_4=\frac{17\cdot 4}{10}\cdot 390=17\cdot 4\cdot 39$$

$$\frac{a_3}{a_1+a_2}=\frac{390}{13+5\cdot 13}=\frac{30}{1+5}=5$$

$$a_5=\frac{26\cdot 5}{17}\cdot 17\cdot 4\cdot 39$$

$$\frac{a_4}{a_1+a_2+a_3}=\frac{17\cdot 4\cdot 3}{13+13\cdot 5+3\cdot 5\cdot 2}=\frac{17\cdot 4\cdot 3}{6+10}=\frac{17\cdot 4\cdot 3}{16}=\frac{17\cdot 4\cdot 3}{36}=\frac{17}{3}$$

$$6+6\cdot 5=36$$

$$\frac{a_5}{a_1+a_2+a_3+a_4}=\frac{26\cdot 5\cdot 4\cdot 39}{13+5\cdot 13+39\cdot 10+17\cdot 4\cdot 39}=\frac{26\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{1+5+30+17\cdot 4\cdot 3}=\frac{26\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{36+17\cdot 12}=$$

$$=\frac{26\cdot 5}{3+17}=$$

$$\frac{26\cdot 5}{10}=\frac{26}{4}=$$

$$=\frac{13}{2}$$

$$36+17\cdot 12$$

$$\begin{array}{r} 17\\ \times 12\\ \hline 34\\ 17\\ \hline 204\\ +\ 36\\ \hline 240 \end{array}$$

$S=43$

$S=6\cdot 13$

$S=36\cdot 13$

$S=13\cdot 240$

$p>5$

$(p^2-10p+25)(p-5)$

$$\log_5\left(|p-5|^3+1\right)+\sqrt{3p^2-7p+19}=$$

$$=\sqrt{2p^2+3p-6}$$

$$36\cdot 13+17\cdot 12\cdot 13$$

$$13(36+17\cdot 12$$

$(p-5)^3+1$

$2\left(p^2+\frac{3}{2}p-3\right)$

$p^3-10p^2+25p-5p^2+50p$

-75

$p^3-15p^2+75p-75$

$p^3-15p^2+75p+1$

28-23-79-53
(89.13)

$(x^2-3)^2+2x^4-x^2+10$

$a_3=\frac{a_2}{a_1}\cdot\frac{a_3}{a_2}$

Черновик.

$\frac{(n^2+1)^2}{(n-1)^2+1}\cdot\frac{((n-1)^2+1)\cdot(n+1)}{n^2+1}\cdot\frac{((n+1)^2+1)\cdot n+1}{(n+1)^2+1}$

$\cdot 13$

$2^{2021}<10^x$

$\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 10\cdot 3$

$x^4-10x^2+25\geq$

$\log_{210}2^{2021}=S_1+\{S_1\}$

$9\cdot 5=45\cdot 13$

$=5\cdot 13\cdot 9$

$6\cdot 5$

$x^4-10x^2+25\geq 0$

$\log_{10}5^{2021}=S_2+\{S_2\}$

$(x^2-5)^2\geq 0$

$2^{2021}+5^{2021}\leq 10^x$

$\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 10\cdot 3$

$\log((x^2-5)^3+$

$a^k+b^k=(a+b)(a^{k-1}-a^{k-2}b+a^{k-3}b^2-a^{k-4}b^3\ldots$

$\log((x^2-5)^3+1)=0$

$a^5+b^5=(a+b)(a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4)$

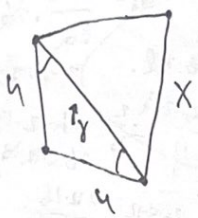
$(x^2-5)^3+1=1$

1
2 → $\boxed{\text{Одна}}$
3
5

$x=\pm\sqrt{5}$

$a^5-a^4b+a^3b^2-a^2b^3+ab^4$
$+a^4b-b^2a^3+b^3a^2-ab^4+b^5$

14



$P_1=\frac{8+L}{2}$

$\log_{10}2^{2021}+\log_{10}5^{2021}=$

S_1

$\sqrt{\left(\frac{4+L}{2}\right)^2\cdot 4\cdot\left(\frac{3+L}{2}\right)}$

$=\log_{10}10^{2021}=2021$

$x^2=2\cdot 4^2(1-\cos\alpha)$

$P_2=\left(\frac{14+L+x}{2}\right)$

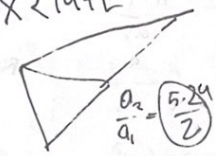
$S_2=\sqrt{\frac{L+x}{2}\cdot\frac{x+14}{2}\cdot\frac{L+14}{2}\cdot\frac{14+L+x}{2}}$

6-?

$x<14+L$

$2021=S_1+S_2+\{S_1\}+\{S_2\}$

$\frac{a_n}{a_{n-1}}=\frac{(n^2+1)\cdot n}{(n-1)^2+1}$



$\frac{a_2}{a_1}=\frac{5\cdot 24}{2}$

$\{S_1\}+\{S_2\}\in Z$

$\frac{a_3}{a_2}=\frac{103}{5}=6a_2$

$\frac{n^2+1}{10^{3^2+1}}\cdot 45_1+S_2=2021-\{S_1\}+\{S_2\}$

7(

$a_1=13$

$a_2=5\cdot 13$

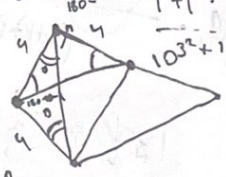
$a_3=6\cdot 5\cdot 13$

$a_4=17\cdot 12\cdot 13$

$a_5=$

1
5
30
240
2021

17×12
54
17
+224
36
260



$\frac{17\cdot 4}{10}$

$\{S_1\}+\{S_2\}\in Z$

$\Rightarrow$

$a_1\cdot\frac{a_2}{a_1}\cdot\frac{a_3}{a_2}=a_1\cdot\frac{5\cdot 2}{2}\cdot\frac{10\cdot 3}{5}$

$\frac{a_4}{a_3}=$

36×6
216

17×12
34
17
+204
36
240

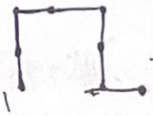
$a_4=\frac{17\cdot 4}{10}\cdot\frac{5\cdot 13}{3}$

$a_5=$

$S=1$
$S=6$
$S=36$
$S=240$
$S=$

черновик.

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{(n^2+1)\cdot n}{(n-1)^2+1} = \frac{n^3+n}{(n-1)^2+1}$$



$2 \to 6 \to 6\cdot 1$

$3 \to 36 \to 6\cdot 6$

$4 \to 240 \to 6\cdot 40$

$S = 1300$

$24 \times 5 = 120$

$24 \times 24 = 1300$

$1300 \mid 240$

$a_1 = 13$

$a_2 = 5\cdot 13$

$a_3 = 30\cdot 13$

$a_4 = 17\cdot 12\cdot 13$

$a_5 = 26\cdot 5\cdot 12\cdot 13$

$$\frac{(n^2+1)\cdot n}{(n-1)^2+1}$$

$\frac{a_4}{a_3} = \frac{17\cdot 4}{10} \Rightarrow a_4 = 17\cdot 4\cdot 3\cdot 13$

$a_5 = \frac{26\cdot 5}{17}\cdot 17\cdot 12\cdot 13 = 26\cdot 5\cdot 12\cdot 13$

$240 + 26\cdot 60$

$60 \times 26 = 360$, $360 \times 12 = 1560$, $1560 + 240 = 1800$

$1800 \mid 24$

180	24
30	4
15	2

[redacted]

a_k

$k_2 = 5$

$k_3 = \frac{30\cdot 13}{6\cdot 13} = 5$

$k_4 = \frac{17\cdot 12}{36} = \frac{17}{3}$

$k_4 = \frac{26\cdot 5\cdot 12}{240} = \frac{26\cdot 5\cdot 12}{20} = \frac{26\cdot 5}{4} = \frac{13}{2}$

$k_5 = \frac{26\cdot 5\cdot 12\cdot 7}{240} = \frac{37\cdot 30\cdot 12\cdot 13}{30\cdot 5} = \frac{37\cdot 13}{5}$

закономерность.

$\frac{26\cdot 5\cdot 12\cdot 13}{1}\cdot\frac{2}{13}$

$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{26\cdot 5\cdot 12}$

$a_6 = \frac{37\cdot 6}{26}\cdot 26\cdot 5\cdot 12\cdot 13$

$37\cdot 30\cdot 12\cdot 13$

$17\cdot 12\cdot 13 / 13\cdot 36 = \frac{17}{3}$

$26\cdot 5\cdot 12\cdot 13 / 13\cdot 36$

$10\cdot 12\cdot 26 =$

$60 \times 26 = 360$, $360 \times 12 = 1560$

$k_6 =$

1560	24
780	12
390	6
195	3

$$\frac{13k!}{(k-1)^2} = a_1\cdot\frac{(n^2+1)\cdot n}{(n-1)^2+1}\cdot\frac{((n^2+1)^2+1)\cdot(n+1)}{n^2+1}\cdot\frac{((n+2)^2+1)\cdot(n+2)}{(n+1)^2+1}\cdot\ldots\frac{((n+k)^2+1)(n+k)}{(n+k-1)^2+1}$$

$k = 3$

$195 \mid 3$, 65

$\frac{a_2}{a_1}$, $\frac{a_3}{a_2}$

2, 3

$\frac{13\cdot 6^{4}}{4} =$

$\frac{a_2}{a_1}\cdot\frac{a_3}{a_2} =$

$= \frac{5\cdot 2}{2}\cdot\frac{10\cdot 3}{5}\cdot 13$

$$a_1\cdot\frac{n\cdot(n+1)\cdot(n+2)\cdots(n+k)}{(n+k-1)^2} = 13\cdot\frac{k!}{(k-1)^2}$$

$$\frac{3!\cdot(n^2+1)\cdot 13}{2}$$

$$13\cdot\cancel{k!}\cdot\frac{13\cdot n!\cdot(n^2+1)}{(n-1)^2}$$

$a_3 = \frac{13\cdot 6\cdot 10}{4} = \frac{13\cdot 3\cdot 5}{}$

$a_2 = \frac{13\cdot 2\cdot 5}{1} = A_2 = \frac{2\cdot 5}{2}\cdot 13$

А вообще:

$$A_n = \frac{n!\cdot(n^2+1)}{2}\cdot 13$$

$A_3 = \frac{6\cdot 10}{2}\cdot 13 = 30\cdot 13$

$A_4 = \frac{24\cdot 17}{2}\cdot 13 =$

28-23-79-53
(89.13)

черновик

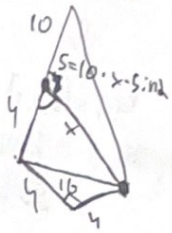
$A_n = \frac{n!\cdot(n^2+1)}{2}\cdot 13$

5 5 10 7 17 9 26 11 37

$\Rightarrow \Sigma A_n = 13\sum_{10}^{k}\frac{n!\cdot(n^2+1)}{2}$

$\frac{6\cdot 10}{2}=30$

$\frac{24\cdot 17}{2}$



$49-8\cdot 128$

$=49-2^{10}$

$7^2-(2^5)^2$

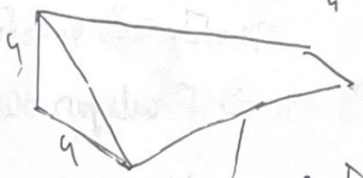
$\frac{n!}{2}\cdot(n^2+1)+\frac{n!\cdot(n+1)}{2}\cdot(n^2+2n+2)$

2^3

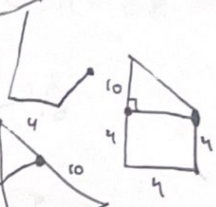
$2^5=32$

$7^2-32^2=-39\cdot 25$

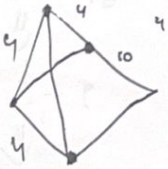
$\frac{2022!}{2}\cdot(2022^2+1)$



$1+5+30+12\cdot 17+$



$\frac{n!(n^2+1)}{8}\cdot 13\cdot\frac{2}{13(n-1)!\cdot(n-1)^2+1}$



$\frac{A_n}{A_{n-1}}=\frac{(n^2+1)\cdot n}{(n-1)^2+1}$

$128^2-49\cdot 64$

$=64^2\cdot 4-49\cdot 64=$

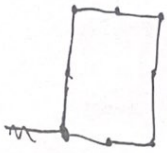
$=64(4\cdot 64-49)=64(128-7)(128+7)$

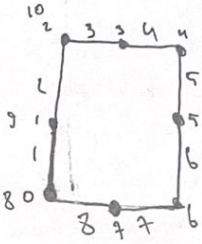
$13\cdot\frac{n!(n^2+1)}{2}\Rightarrow\Sigma=\frac{n!(n^2+1)}{1!(0+2)!\cdot 5+3!\cdot 10+4!\cdot 17+5!\cdot 26\ldots+2021!\cdot(2021^2+1)}$

4: $\frac{24\cdot 17}{2}\cdot 13=17\cdot 12\cdot 13$

$\sqrt{x}=$

$\frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}=$

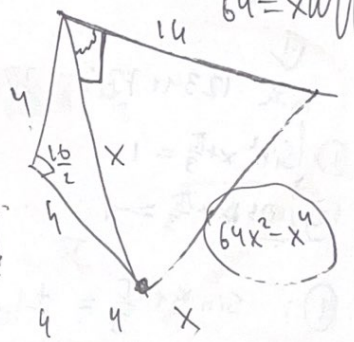




$\frac{h}{h(\sqrt{x}+\sqrt{x+h})}=$

$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

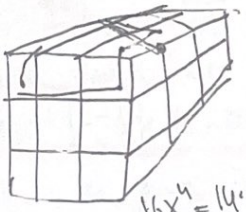
$64=x^3$



$\sqrt{\frac{64x^2-x^4}{16}}=$

$=x\sqrt{\frac{64-x^2}{16}}$

$64x^2-x^4$



$\frac{x}{2\sqrt{64-x^2}}\cdot\frac{128x-4x^2}{4}+7=0$

$16x^4=14\cdot 6$

$\frac{8+x}{2}\cdot\frac{8-x}{2}\cdot\frac{x^2}{2}$

$\frac{4x^2}{2\sqrt{64-x^2}}=7$

$\frac{64-x^2}{4}\cdot\frac{x^2}{4}=$

$\frac{-4x^2}{2\sqrt{64-x^2}}+7=0$

$4x^2=14\sqrt{64-x^2}$

№1 чистовик.

$\sqrt{45+\sqrt{2023}} - \sqrt{45-\sqrt{2023}} \geq t$, где t - целая часть этого числа

$\Downarrow$

$45+\sqrt{2023} - 2\sqrt{45^2-2023} + 45 + \sqrt{2023} \geq t^2$

$90 - 2\sqrt{2} \geq t^2$

$2\sqrt{2} < 5 \Rightarrow 90 - 2\sqrt{2} > 81$

$\Rightarrow t^2$ ощущ больше 81, но меньше 100

$81 < t^2 < 100$

$\Downarrow$

$9 < t < 10$

$\Downarrow$

$\underline{t=9}$, т.к $t=10$ будет больше чем все выражение.

№2

$1234\sin^{20}\left(x+\frac{\pi}{3}\right) - 789\cos^{23}\left(2x+\frac{\pi}{3}\right) = 2023.$

Известный факт, что $|\sin| \leq 1$ и $|\cos| \leq 1$

максимально возможное значение выражения $k_1\sin x + k_2\cos y = k_1 + k_2$

при $\sin x = 1$ $\cos x = 1$ $(k_1; k_2 > 0)$

$\Downarrow$

т.к $1234 + 789 = 2023$

$\left[\begin{array}{l} ① \sin^2 x + \frac{\pi}{3} = 1 \\ ② \cos 2x + \frac{\pi}{3} = -1 \end{array}\right.$

①: $\sin x + \frac{\pi}{3} = \pm 1$

черновик:

$\sin x + \frac{\pi}{3} = 1$

$\Downarrow$

$x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \ (k \in Z)$

(понятно что прибавив или вычтя $2\pi k$ более одного раз решений на промежутке $-\pi; \pi$ не будет.)

$\Downarrow$

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \ (k \in Z)$

$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -1$

$x + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k \ (k \in Z)$

$\Downarrow$

$x = \frac{8}{6}\pi + 2\pi k \ (k \in Z)$

$= \frac{4}{3}\pi + 2\pi k$

(2): $\cos\left(\alpha x + \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \alpha x + \frac{\pi}{3} = \pi \ (+2\pi k)$

$\begin{cases} \alpha x = \frac{2}{3}\pi & +(2\pi k) \\ \alpha x = -\frac{4}{3}\pi & +(2\pi k) \end{cases}$

~~в этом случае $\frac{2}{3}$ вне x вычтя или прибавляя к $\frac{2}{3}\pi$ и $-\frac{4}{3}\pi$ $2\pi k$ αx будет все больше и больше, поэтому попробуем возьмем максимально возможный x (по модулю)~~

это x $-\frac{2}{3}\pi$ (αx - некоторая постоянная. чем больше x, тем меньше α)

макс. модуль $|x| = \frac{2}{3}\pi$

$\Rightarrow \alpha x = -\frac{4}{3}\pi + (2\pi k)$

$-\frac{2}{3}\pi \cdot \alpha = -\frac{4}{3}\pi + 2\pi k \Rightarrow \alpha = 2 - \frac{\pi k}{3}$.

при $k > 3$, значение $\left|2 - \frac{\pi k}{3}\right| > 2 - \pi$

или отрицательных к его еще больше, чем $2 - \pi$.

но при $k = 0$, очевидно $\left|2 - \frac{\pi}{3}\right| < |2 - 0|$

$\Rightarrow$ перебор $k = 1$ и $k = 2$

$\left|2 - \frac{\pi}{3}\right| ? \left|2 - \frac{2\pi}{3}\right| \rightarrow 4 + \frac{\pi^2}{9} - \frac{4\pi}{3} ? 4 - \frac{8\pi}{3} + \frac{4\pi^2}{9}$

$\frac{4\pi}{3} ? \frac{\pi^2}{9}$

черновик.

$\alpha > \frac{\pi}{3}$

$\Downarrow$

$\left|2-\frac{\pi}{3}\right| > \left|2-\frac{2\pi}{3}\right|$

$\Downarrow$

$\alpha = 2-\frac{2\pi}{3}$

Ответ: $2-\frac{2\pi}{3}$

№ 3

$\log_5|x^2-5|^3+1 + \sqrt{3x^4-7x^2+19} = \sqrt{2x^4+3x^2-6}$

пусть все ~~корни~~ подкорневые выражения >0, ~~а тогда~~

~~тогда~~ $3x^4-7x^2+19 \geq 2x^4+3x^2-6$

$x^4-10x^2+25 \geq 0$

$(x^2-5)^2 \geq 0$

то есть, при всех x, при которых подкор. выр. выш,

$\sqrt{3x^4-7x^2+19} > \sqrt{2x^4+3x^2-6} \Rightarrow$ в случае равенства

$\log_5|x^2-5|^3+1=0$

(т.к. $|x^2-5|^3+1 \geq 1$, $\log_5|x^2-5|+1 \geq 0$)

$\Rightarrow \log_5\left(|x^2-5|^3+1\right)=0$

$|x^2-5|^3+1=1$

$|x^2-5|^3=0$

$x=\pm\sqrt{5}$

чистовик.

проверим каждое из значений:

$\sqrt{3\cdot 25 - 7\cdot 5 + 19}$ $75-25+19 \geq 0$

$2\cdot 25 + 3\cdot 5 - 6 > 0$

$\Rightarrow |\sqrt{5}|$ подходит, т.к уравнение симметрично относительно знака x.

$\Rightarrow$ подходит и $\sqrt{5}$, и $-\sqrt{5}$

Ответ: $\pm\sqrt{5}$

№5

Количество знаков в десятичной записи можно определить как:

$s(n) = [\log_{10} n] + 1$

пусть $\log_{10} 2^{2021} = S_2$, а $\log_{10} 5^{2021} = S_5$

$\Rightarrow s(2^{2021}) + s(5^{2021}) = \log_{10} 2^{2021} + \log_{10} 5^{2021} - \overbrace{\{S_2\} - \{S_5\}}^{\text{дробные части}} + 2$

$= \log_{10} 10^{2021} - (\{S_1\} + \{S_2\}) + 2 = 2023 - (\{S_1\} + \{S_2\})$

Зная, что $0 < \{S_i\} < 1 \Rightarrow S_1 + S_2 > 0$

пусть $\{S_1\} + \{S_2\} = x$

$\underbrace{s(2^{2021}) + s(5^{2021})}_{\in Z} = \overbrace{2023}^{\in Z} - x. \Rightarrow x \in Z. \Rightarrow x = 1$

$\Rightarrow s(2^{2021}) + s(5^{2021}) = 2023 - 1 = 2022.$

Ответ: 2022

Замечание: конечно, существуют числа у которых $\{a_n\}=0$

Но $S=\log_{10}2^{2021}$. Если бы $\{S\}=0$, т.е $\log_{10}2^{2021}\in\mathbb{Z}$,

то $2^{2021}\vdots 10$, чего быть не может. Повторяя аналогичные

р-я с 5^{2021} мы приходим к строгому н-ву:

$0<\{S_1\}+\{S_2\}<2$

№6

$(a_n=A_n)$

$$\frac{A_n}{A_{n-1}}=\frac{(n^2+1)\cdot n}{(n-1)^2+1}$$ для $n\geq 2$.

Запишем, что $A_n=A_1\cdot\frac{A_2}{A_1}\cdot\frac{A_3}{A_2}\cdot\frac{A_4}{A_3}\cdot\ldots\cdot\frac{A_n}{A_{n-1}}$

$$\frac{A_n}{A_{n-1}}=\frac{(n^2+1)\cdot n}{(n-1)^2+1}\ ;\quad \frac{A_{n+1}}{A_n}=\frac{((n+1)^2+1)\cdot(n+1)}{n^2+1}$$

$$\Rightarrow \frac{A_n}{A_{n-1}}\cdot\frac{A_{n+1}}{A_n}=\frac{(n^2+1)n}{(n-1)^2+1}\cdot\frac{((n+1)^2+1)\,n+1}{n^2+1}$$ если проводить „пойти"

по $\frac{A_i}{A_{i+1}}$ до A_n, то останется: $\frac{1\cdot2\cdot3\ldots\cdot n\cdot(n^2+1)}{2}$ → последний мн-тель

→ несокращенная 2 в конце.

$$\frac{1\cdot2\cdot3\ldots\cdot n\cdot(n^2+1)}{2}=\frac{n!\cdot(n^2+1)}{2}$$

то есть: $A_n=\frac{n!\,(n^2+1)}{2}\cdot A_1$

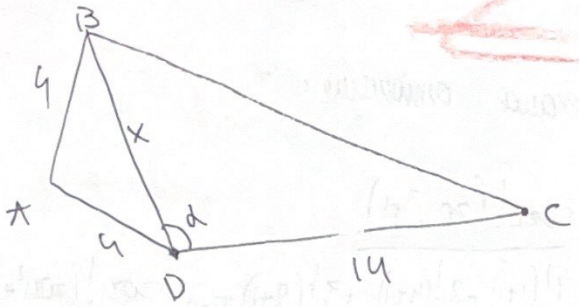
тогда, $A_{2022} = \frac{2022! \cdot (2022^2+1)}{2} \cdot 13$

$\Rightarrow$ ~~Нам нужно найти~~ Искомое отношение:

$$\frac{A_{2022}}{A_1+A_2+\ldots+A_{2021}} = \frac{13}{2} \cdot \frac{2022!\,(2022^2+1)}{1!(1+1)+2!(4+1)+3!(9+1)+\ldots+2021!(2021^2+1)}$$

чистик:

№4



Проведем BD. пусть ее длина – x

$\Rightarrow S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD}$

$S_{ABD} = \sqrt{\frac{8+x}{2} \cdot \frac{8-x}{2} \cdot \frac{x^2}{4}} = \sqrt{\frac{64-x^2}{4} \cdot \frac{x^2}{4}} = \sqrt{\frac{64x^2-x^4}{16}}$

$S_{BCD} = \sin\alpha \cdot 7x \quad (\max = 7x)$

$\Downarrow$

$S(x) = S_{ABD} + S_{BCD} = \sqrt{\frac{64x^2-x^4}{16}} + 7x = ?$

возьмем производную этой функции и найдем ее минимум.

$S'(x) = \frac{4}{\sqrt{64x^2-x^4}} \cdot \frac{128x-4x^3}{4} + 7 = 0$

$\frac{128x-4x^3}{x\sqrt{64-x^2}} + 7 = 0$

$\frac{128-4x^2}{\sqrt{64-x^2}} + 7 = 0$

$128-4x^2 + 7\sqrt{64-x^2} = 0$

$-4x^2+128 = -7\sqrt{64-x^2}$

$16x^4 + 128^2 - 8\cdot 128x^2 = 49\cdot 64 - 49x^2$

$16x^4 + 64(128-7)(128+7) - 8\cdot 128x^2 + 49x^2 = 0$

решая это биквадратное уравнение можно получить x при котором будет достигнута максимальная площадь. подставить в $S(x)$ получим S_{max}