0 321688 210001

32-16-88-21
(88.3)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 4

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников ~~по математике~~ "Ломоносов"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Киносяна Александра Львовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

выход 13^{48} – 13^{53}

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
32168821	75	15	15	15	0	15	15	0	0

32-16-88-21 (88.3)

75 (семьдесят пять)

Чистовик.

(1)

$A = \sqrt{45-\sqrt{2022}} - \sqrt{45+\sqrt{2022}}$ $\lfloor A \rfloor$ - ?

~~$A\cdot\left(\sqrt{45-\sqrt{2022}}+\sqrt{45-\sqrt{2022}}\right) = 45-\sqrt{2022}-(45+\sqrt{2022}) = 2\sqrt{2022}$~~

1) $A^2 = 2\cdot 45 - 2\sqrt{(45-\sqrt{2022})(45+\sqrt{2022})} = 2\cdot 45 - 2\sqrt{45^2-2022} =$

$= 2\cdot 45 - 2\sqrt{2025-2022} = \underline{90-2\sqrt{3}}$

~~$A^2 \Leftrightarrow$~~ $90-2\sqrt{3} < 87$, т.к. $2\sqrt{3} > 3 \Leftrightarrow 12 > 9$

$90-2\sqrt{3} > 86$, т.к. $4 > 2\sqrt{3} \Leftrightarrow 16 > 12$

$\Downarrow$

$86 < A^2 < 87$ (1)

2) Заметим, что $A<0$, т.к. $\sqrt{45-\sqrt{2022}} < \sqrt{45+\sqrt{2022}}$

Значит, из (1) следует, что $-\sqrt{87} < A < -\sqrt{86}$

~~$\sqrt{86}$~~ $-\sqrt{86} < -9$ (т.к. $81<86$) $\Rightarrow$

$-\sqrt{87} > -10$ (т.к. $100>87$)

$\Rightarrow -10 < -\sqrt{87} < A < -\sqrt{86} < -9 \Rightarrow$

$\Rightarrow \lfloor A \rfloor = -10$

Отв: -10

(2)

~~$1234\sin^{20}\left(x+\frac{\pi}{6}\right) - 789\left(\cos^{23}\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right) = 2023$~~

~~$1234\left(\sin^{20}\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-1\right) = 789\left(\cos^{23}\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+1\right)$~~

(3)

$\log_7\left(|x^2-7|^3+1\right) + \sqrt{3x^4-9x^2+31} = \sqrt{2x^4+5x^2-18}$

$|x^2-7|^3+1 = \left(|x^2-7|+1\right)\left(|x^2-7|^2-|x^2-7|+1\right)$

ОДЗ: $2t^2+5t-18\geq 0$, $3t^2-9t+31\geq 0$

Сделаем замену $t=x^2$ $(t\geq 0)$.

Получим: $\log_7\left(|t-7|^3+1\right) = \sqrt{2t^2+5t-18} - \sqrt{3t^2-9t+31}$ (1)

Заметим, что $t=7$ - корень ур-ия ($\log_7(|7-7|^3+1)=0$, $\sqrt{2\cdot 7^2+5\cdot 7-18} = \sqrt{3\cdot 7^2-9\cdot 7+31}$ - легко проверить прямым вычислением)

1) Пусть $t>7$. тогда ф-ия $f(t) = \log_7\left((t-7)^3+1\right)$ - возрастающая (~~композиция двух воз~~ т.к. $\log_7 x$ - возр и x^3+1 - возр на $(0;+\infty)$)

$g(t) = \sqrt{2t^2+5t-18} - \sqrt{3t^2-9t+31}$ – удовлетворяющего

$g(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{4t+5}{\sqrt{2t^2+5t-18}} - \frac{6t-9}{\sqrt{3t^2-9t+31}}\right)$ Числовик – 2

Значит, при $t \in (7; +\infty)$: $\log_7((t-7)^3+1) > 0$

Заметим, что при $t \in (7; +\infty)$: $\sqrt{2t^2+5t-18} < \sqrt{3t^2-9t+31}$

Действительно: $\begin{cases} t>7 \\ 2t^2+5t-18 \geq 0 \\ 3t^2-9t+31 \geq 0 \\ 2t^2+5t-18 < 3t^2-9t+31 \end{cases}$ $\begin{cases} (t-2)(2t+9) \geq 0 \\ t>7 \\ t^2-14t+49>0 \end{cases}$ $\begin{cases} t>7 \\ (t-7)^2>0 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ при $t \in (7; +\infty)$ лев. ч-ть рав-ва ① будет >0, а правая <0 $\Rightarrow$ на $(7; +\infty)$ нет решений.

Аналогично при $t \in (-\infty; -7)$: $\log_7(|t-7|^3+1) > \log_7(1) = 0$

А также $\begin{cases} t<-7 \\ 2t^2+5t-18 \geq 0 \\ 2t^2+5t-18 < 3t^2-9t+31 \end{cases}$ $\begin{cases} t \in (-\infty; -\frac{9}{2}] \cup [2; +\infty) \\ t<-7 \\ (t-7)^2>0 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ при всех допустимых значениях t правая часть будет <0, а левая – >0 $\Rightarrow$ на $(-\infty; -7)$ тоже решений нет.

Получаем, что при $t>7$, $t<7$ решений нет, и $t=7$ подходит $\Rightarrow$ $t=7$ – корень ур-ия $\Rightarrow x^2=7$

$x = \pm\sqrt{7}$

Ответ: $\pm\sqrt{7}$

$S(2^{2020}) + S(5^{2020}) = \cancel{A(2020)}$ 5 $\partial(2020)$

~~1) Пусть~~ $\cancel{2^{2020} = 8^{673} \cdot 2 = 16^{505} = (2^{10})^{202} = (1024)^{202}}$

$\cancel{(1024)^{202} > (10^3)^{202} = 10^{606}}$

$\cancel{(1024)^{202} = (10^3+24)^{202} = 10^{606} + 24 \ldots}$

1) Заметим, что для $a, b \in \mathbb{N}$: $S(ab)$ может быть равно $S(a)+S(b)$, $S(a)+S(b)+1$, или $S(a)+S(b)-1$

Докажем, что $S(2^n)+S(5^n) = n+1$ по индукции

База: $n=1$: $S(2)+S(5) = 2 = 1+1$ – верно

Предположение: $S(2^k)+S(5^k) = k+1$

Переход: $S(2^{k+1}) + S(5^{k+1})$. Возможны два случая:

1) $S(2^{k+1}) = S(2^k)$. Значит 2^{k+1} начинается хотя бы на 2

т.е. $2^{k+1} = \overline{2a_1a_2\ldots a_n}$ (Если оно нач на 1, мы поделим число пополам и получим 2^k, которое имеет меньше знаков чем 2^{k+1})

$$\sin^{20}\left(x+\frac{\pi}{6}\right)^{-1} = \frac{789}{1234}\left(\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{23}+1\right)$$

Чистовик - 3

6 $a_1 = 11$

$$a_n = \frac{(n^2+1)n}{(n-1)^2+1}a_{n-1} = \frac{(n^2+1)n}{(n^2+1)}; \quad a_{n-1} = \frac{((n-1)^2+1)(n-1)}{(n-2)^2+1}a_{n-2}$$

$$a_{n+1} = \frac{((n+1)^2+1)(n+1)}{n^2+1}a_n = \frac{((n+1)^2+1)(n+1)}{n^2+1}\cdot\frac{(n^2+1)n}{(n-1)^2+1}a_{n-1} =$$

$$= \frac{(n^2+2n+2)n(n+1)}{(n-1)^2+1}a_{n-1} = \frac{((n+1)^2+1)(n-1)n(n+1)}{(n-2)^2+1}a_{n-2} = \ldots$$

$$\ldots \overset{*}{=} \frac{((n+1)^2+1)(n-i+1)(n-i+2)\ldots(n+1)}{(n-i)^2+1}a_{n-i} = \ldots = \frac{((n+1)^2+1)2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n+1)}{(n-(n-1))^2+1}a_1 =$$

$$= ((n+1)^2+1)\cdot3\cdot4\cdot\ldots\cdot(n+1)\cdot11 = \frac{((n+1)^2+1)(n+1)!}{2}a_1$$

* Этот переход сделан в силу того, что $a_{n-(i-1)} = \frac{((n-(i-1))^2+1)(n-(i-1))}{(n-i)^2+1}$ ← это сокращ

Получаем $a_n = \frac{(n^2+1)n!}{2}a_1$

Тогда $\boxed{a_{2022} = \frac{(2022^2+1)2022!}{2}a_1}$ 1

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{a_1}{2}\sum_{k=1}^{n}(k^2+1)k! = S(n)\cdot\frac{a_1}{2} \quad \left(\text{т.е. } S(n) = \sum_{k=1}^{n}(k^2+1)k!\right).$$

2

Докажем, что $\boxed{S(n) = (n+1)!\,n}$ по индукции

База: $n=1$, $S(n) = (1^2+1)\cdot1! = 2 = (1+1)!\cdot1$ – верно

Предположение: $S(k) = (1^2+1)1! + (2^2+1)\cdot2! + \ldots + (k^2+1)k! = (k+1)!\,k$

Переход: $S(k+1) = S(k) + ((k+1)^2+1)(k+1)! = (k+1)!\,(k+(k+1)^2+1) =$

$= (k+1)!\,(k+1)(k+2) = (k+2)!\,(k+1)$ ЧТД

$\Downarrow$

$S(n) = (n+1)!\,n$ – д-но по инд-ции.

Тогда сумма первых 2021 члена: $\sum_{k=1}^{2021} = \frac{a_1}{2}\cdot S(2021) = \frac{a_1}{2}\cdot2022!\cdot2021$. 3

Нас требуют найти $\frac{a_{2022}}{\sum_{k=1}^{2021} a_k} = \frac{(2022^2+1)\,2022!\cdot a_1\cdot 2}{2\cdot 2022!\cdot 2021\, a_1} = \frac{2022^2+1}{2021}$

Отв: $\frac{2022^2+1}{2021}$

8

а) Пусть $f(n)$ – кол-во способов провести непересек отрезки в согласно условию для рядов длины n. Тем самым нас требуют найти $f(6)$ – ?

1) Имеем последов-ть $f(1), f(2), \dots, f(n)$.
Давайте поймем, как выразить $f(n+1)$ через предыдущ. членами ~~поэтому~~ последовательности.

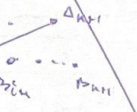
$A_1\ A_2\ A_3 \dots A_{n+1}$ Пусть имеются два ряда по $n+1$ точке.

$B_1\ B_2\ B_3 \dots B_{n+1}$ Верхние обозвём $A_1, A_2, \dots A_{n+1}$, нижние: $B_1, B_2, \dots B_{n+1}$ (см. рис).

а) Если проведён отрезок $A_{n+1}B_{n+1}$, кол-во способов пров-ти отрезки в оставшейся картинке по определ: $f(n-1)$.

б) Если проведены ребра $A_{n+1}A_n$ и $B_{n+1}B_n$, то кол-во способов провести оставшиеся: $f(n-2)$ (по определ, понятно что они не будут пересекать $A_{n+1}A_n$ и $B_{n+1}B_n$)

в) Ребра вида $\left[\begin{matrix} A_{n+1}A_i \\ B_{n+1}B_i \end{matrix}\right.$, где $i \neq n$ проводить быть не могут, т.к. тогда эти отрезки по-любому пересекают отрезок, содерж $\left[\begin{matrix} A_{i+1} \\ B_{i+1} \end{matrix}\right.$

г) Ребра вида $A_{n+1}B_i$ могут быть проведены только в том случае, если $(n-i) \vdots 2$ (т.к. 

такое ребро отделяет вершины $B_{i+1}, B_{i+2}, \dots B_{n+1}$ от возм-ти быть соединенными с вершинами A, а значит они соединены друг с другом, из п. в следует, что они соединены попарно: $B_{i+1}B_{i+2}, \dots, B_nB_{n+1}$ => их кол-во должно делиться на 2, иначе

Чистовик – 4

32-16-88-21
(88.3)

Дальше еще есть решения:

↓↓↓

Чистовик - 5

(2)

$$1234\sin^{20}\left(x+\frac{\pi}{6}\right) - 789\cos^{23}\left(\alpha x+\frac{\pi}{4}\right) = 2023$$

$$1234\left(\sin^{20}\left(x+\frac{\pi}{6}\right) - 1\right) = 789\left(\cos^{23}\left(\alpha x+\frac{\pi}{4}\right)+1\right)$$

$$\sin^{20}\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = \frac{789}{1234}\left(\cos^{23}\left(\alpha x+\frac{\pi}{4}\right)+1\right)+1$$

т.к. $\sin^{20}\left(x+\frac{\pi}{6}\right) \in [0;1]$, ~~то нер~~ если ур-ие имеет корень, то ~~и прав~~ в какой-то точке прав. часть $\le 1 \Rightarrow \cos^{23}\left(\alpha x+\frac{\pi}{4}\right) \le -1 \Rightarrow \cos\left(\alpha x+\frac{\pi}{4}\right) \le -1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\cos\left(\alpha x+\frac{\pi}{4}\right) = -1}$ (1) $\Rightarrow \alpha x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k \Rightarrow \alpha = \frac{\frac{3\pi}{4}+2\pi k}{x}$ $k \in \mathbb{Z}$

$|\alpha| = \frac{\left|\frac{3\pi}{4}+2\pi k\right|}{|x|} \ge \frac{\left|\frac{3\pi}{4}+2\pi k\right|}{\pi} = \left|\frac{3}{4}+2k\right| \overset{*}{\ge} \frac{3}{4}$ $\left(\frac{k=0 \Rightarrow \frac{3}{4}}{k=-1 \Rightarrow \frac{5}{4}}\right.$ при $k<0$ знак $\left.\frac{3}{4}+2k$ модуль будет больше $\frac{3}{4}\right)$

т.к. $|x| \le \pi$

(т.к. если $k \ge 0$, то $\left|\frac{3}{4}+2k\right| = \frac{3}{4}+2k \ge \frac{3}{4}$

$k<0$ $\left|\frac{3}{4}+2k\right| = -\frac{3}{4}-2k \le -\frac{3}{4}+2 = \frac{5}{4}$) $\frac{\left(\frac{3\pi}{4}+2\pi k\right)3}{2\pi} =$

$\Rightarrow \min|\alpha| = \frac{3}{4}$. Осталось н-ть, что для такого $\alpha = -\frac{3}{8}$ существует решение $x \in [-\pi;\pi]$.

Пусть $\alpha = \frac{3}{4}$.

Имеем: $\sin^{20}\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = \frac{789}{1234}$

Подставим (1) в ур-ие: $\sin^{20}\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = \pm 1 \Rightarrow x+\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}+\pi k$ $k \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow x = \frac{\pi}{3}+\pi k$

также $x \in [-\pi;\pi] \Rightarrow \frac{\pi}{3}+\pi k \in [-\pi;\pi] \Rightarrow k \in \left[-\frac{4}{3};\frac{2}{3}\right] \Rightarrow$

$\Rightarrow k \in \{-1;0\}$, т.е. $x_1 = -\frac{2\pi}{3}$ и $x_2 = \frac{\pi}{3}$ – ~~два~~ единств. возможн. два корня на $[-\pi;\pi]$.

Вернемся к (1): $\cos\left(\alpha x+\frac{\pi}{4}\right) = -1 \Leftrightarrow \alpha x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$

$\alpha = \frac{\frac{3\pi}{4}+2\pi k}{x}$ $\Rightarrow$ ~~$|\alpha| = \frac{\left|\frac{3\pi}{4}+2\pi k\right|}{|x|} =$~~

Получим $\left[\begin{array}{l}\alpha = \frac{\frac{3\pi}{4}+2\pi k}{x_1} \\ \alpha = \frac{\frac{3\pi}{4}+2\pi k}{x_2}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\alpha = -3\left(\frac{3}{8}+k\right) \\ \alpha = 3\left(\frac{3}{4}+2k\right)\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}|\alpha| = 3\left|\frac{3}{8}+k\right| \\ |\alpha| = 3\left|\frac{3}{4}+2k\right|\end{array}\right.$

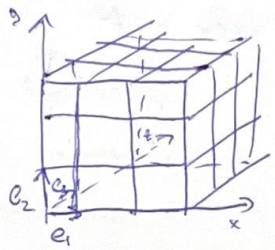
$\overset{*}{\left[\begin{array}{l}|\alpha| \ge 3\cdot\frac{3}{8} \\ |\alpha| \ge 3\cdot\frac{3}{4}\end{array}\right.} \Rightarrow \min|\alpha| = \frac{9}{8}$

$\boxed{\text{Отв.: } \frac{9}{8}}$

* нер-ва легко д-ть, рассмотрев случаи $k \ge 0$ и $k < 0$ и убедившись, что при $k<0$ знаки: в первом $|\alpha| = -3\left(\frac{3}{8}+k\right) \ge -3\left(\frac{3}{8}-1\right) = \frac{15}{8} > \frac{9}{8}$, при $k \ge 0$ соотв. оц-ка мин при $k=0$. Второй случай разбирается аналогично (при $k<0$: $\min = \frac{15}{4} > \frac{9}{8}$)

Чистовик - 6

7



1) Введем систему координат, чтобы с осями, параллел. ребрам куба ~~и~~ ~~кубы~~ как показано на рис.

Пусть за секунду жук переползает с центра одного квадратика на другой. Тогда

Пусть ~~е~~ вектора $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$ – параллельны осям x, y, z соотв. и имеют длину, равную ребру ~~маленького~~ квадратика кубика-рубика (т.е. $\frac{a}{3}$, где a – длина ребра куба).

Тогда за секунду жуки ~~перем~~ может переместиться только на ~~вектора~~ $\pm\vec{e_1}$; $\pm\vec{e_2}$; $\pm\vec{e_3}$.

~~Если натуральн~~ Пусть на (70%-19) секунде жук ~~имеет~~ координату z. Тогда после 19 перемещений он тоже будет иметь коорд. z.

$\Rightarrow$ сумма векторов его перемещений равна 0, ~~Заметим~~, что т.е.

$(k_1-k_2)\vec{e_1}+(k_3-k_4)\vec{e_2}+(k_5-k_6)\vec{e_3}=\vec{0}$, где $k_1,\dots,k_6$ – кол-во соответств. перемещений. ~~Заметим~~, что $k_1+k_2+\dots+k_6=19$. ~~Заметим что если k_1~~ Тогда $k_1=k_2$, $k_3=k_4$, $k_5=k_6$, а значит $k_1+\dots+k_6 \vdots 2$, но $19 \not\vdots 2$. Получаем, случай в задаче невозможен

Чистовик - 7

5

1) Докажем, что $S(2^n) + S(5^n) = n+1$ при всех $n \in \mathbb{N}$

2) Сделаем это по индукции

База: $S(2) + S(5) = 2 = 1+1$ ✓

Предполож.: $S(2^k) + S(5^k) = k+1$

Переход: $S(2^{k+1}) + S(5^{k+1}) = S(2^k \cdot 2) + S(5^k \cdot 5) = ?$

$S(2^k \cdot 2 \cdot 5^k \cdot 5) = S(10^{k+1}) = k+2$

1) Если $S(2^k \cdot 2) = S(2^k) + 1$

Тогда, если $S(5^k \cdot 5) = S(5^k) + 1$, то $S(2^k \cdot 2 \cdot 5^k \cdot 2) \overset{*}{\geq} S(2^k) + S(5^k) = k+1+2 = k+3$, но $S(2^k \cdot 2 \cdot 5^k \cdot 2) = k+2$, противоречие

$S(2^{k-1} \cdot 10)$ $S(5^{k-2})$.

$S(2a) + S(5b)$

* тут и далее я использую Лемму I, а именно $S(ab) \geq (S(a)-1) + (S(b)-1) + 1$

Лемма I $S(ab) = S(k_a k_b) + S(a) + S(b) - 2$, где k_a, k_b – первые цифры чисел a, b.

Д-во: $a = \overline{k_a \ldots} = k_a \cdot 10^{S(a)-1} + r_a$, $r_a < 10^{S(a)-1}$

$b = k_b \cdot 10^{S(b)-1} + r_b$, $r_b < 10^{S(b)-1}$

$ab = k_a k_b 10^{S(a)-1+S(b)-1} + r_a k_b 10^{S(b)-1} + r_b k_a 10^{S(a)-1} + r_b r_a \Rightarrow$

$\Rightarrow S(ab) = S(k_a k_b \cdot 10^{S(a)-1+S(b)-1}) = S(a) - 1 + S(b) - 1 + S(k_a k_b) - 1 + 1$

$= S(a) + S(b) - S(k_a k_b) - 2$

уточнить нер-ва на r_a и r_b.

3) Заметим, что по определ. $S(a) = \lfloor \lg a \rfloor + 1$

$\Rightarrow S(2^k) + S(5^k) = \lfloor k \lg 2 \rfloor + \lfloor k \lg 5 \rfloor + 2 = k+1$ ①

Тогда $S(2^{k+1}) + S(5^{k+1}) = \lfloor k \lg 2 + \lg 2 \rfloor + \lfloor k \lg 5 + \lg 5 \rfloor + 2$ ②

Заметим, что в сумме к обоим выражениям внутри целой части мы добавили $\lg 2 + \lg 5 = \lg 10 = 1$

из ①: $\lfloor k \lg 2 \rfloor + \lfloor k \lg 5 \rfloor = k-1$

$\lfloor k \lg 2 \rfloor + \lfloor k - k \lg 2 \rfloor = k-1$

Пусть $\lg 2 = t$. $t \in (0; \frac{1}{2})$

Имеем $\lfloor kt \rfloor + \lfloor k - kt \rfloor = k-1$

$\lfloor kt \rfloor = a$

$\lfloor k - kt \rfloor = k-1-a \lfloor kt \rfloor =$

Хотим: $\lfloor kt + t \rfloor + \lfloor k - kt + (1-t) \rfloor = k$

Пусть $\lfloor k+t \rfloor = a$, $\{k+t\} = b$.

Чистовик-8

Имеем: $a + \lfloor k-a-b \rfloor = k-1$ ①

② : $\lfloor a+t+b \rfloor + \lfloor k-a-b+1-t \rfloor = k$

Заметим, что либо $t+b \geq 1$, либо $1-t > b$, а значит ровно одна из целых частей выражения увеличится на 1 =>

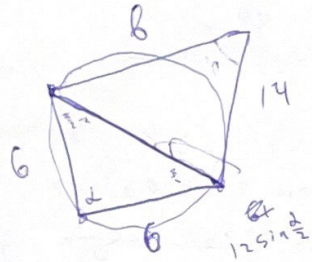
~~$S(2^{k+1}) + S(5^{k+1})$ увелич на 1 => $S(2^{k+1}) + S(5^{k+1}) =$~~

=> Предположение индукции верно (т.к. сумма $S(2^k)+S(5^k)$ увелич на 1) => $S(2^{2020}) + S(5^{2020}) = 2020+1 = 2021$

$\Downarrow$

Ответ: 2021

Черновик-1



$12\sin\frac{\alpha}{2}$

$\frac{6^2}{2}\sin\alpha$

$\frac{\frac{3\pi}{4}+2\pi k}{x}$

$\frac{\pi}{4}+\alpha\pi \geq \frac{\pi}{2}$

$\alpha\pi > \frac{\pi}{4}$

$\alpha > 0$

$\alpha x + \frac{\pi}{4} \geq \frac{\pi}{2}$

$\alpha \geq \frac{\pi}{4} x$

$\frac{1}{4}$

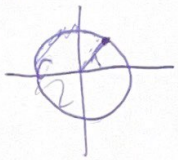
$6^2 = (12\sin\frac{\alpha}{2})^2 + 14^2 - \ldots\cos\varphi$

$\begin{array}{r} 625 \\ \times\ 5 \\ \hline 3125 \\ \times\ 5 \\ \hline 15625 \end{array}$

$1234(\sin^{20}(x+\frac{\pi}{6})-1) = 789(\cos^{23}(\alpha x+\frac{\pi}{4})+1)$

$\sin^{20}(x+\frac{\pi}{6}) = \frac{789}{1234}(\cos(\alpha x+\frac{\pi}{4})+1)$

$+1$



<0

$(t+1)\frac{789}{1234} > -1$

$t > \frac{-1234}{789} - 1 = \frac{-2023}{789}$

$\begin{array}{r} 789 \\ \times\ 10 \\ \hline 7890 \\ -\ 6 \\ \hline 7884 \end{array}$

$\begin{array}{r} 2020 \\ -\ 007 \\ \hline 1413 \end{array}$

$\cos(\alpha x+\frac{\pi}{4}) \leq 0$

$\alpha > 0.$

$\Rightarrow \alpha x + \frac{\pi}{4} \in \pi$

$x \in [-\frac{\pi}{4}; \pi]$

$\left[\left(\frac{1}{4}-\alpha\right)\pi; \left(\frac{1}{4}+\alpha\right)\pi\right]$

$\frac{6\pi}{4}$

$\alpha x + \frac{\pi}{4} \in [\frac{\pi}{2}+\pi k; \frac{3\pi}{2}+2\pi k]$

$\alpha x \in [\frac{\pi}{4}+2\pi k; [\frac{\pi}{4}+2\pi k; \frac{5\pi}{4}+2\pi k]$

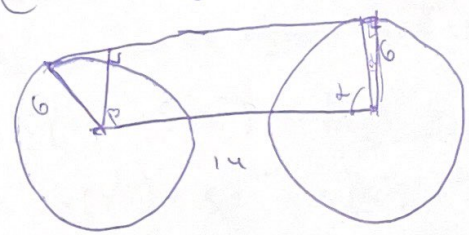
1024

671

673

$125(5^3)$

$\begin{array}{lll} 2 & 5 & 2022 \\ 4 & 25 & \frac{2022}{3}+1 < \frac{2022}{3}+1 \\ 8 & 125 & 3^2 \\ 16 & 625 & \\ 32 & & \ldots < 2022\lg 2+1 < \\ 64 & & \end{array}$



$\lfloor \lg 2^{2022}+1\rfloor + \lfloor \lg 5^{2022}+1\rfloor = \lfloor 2022\lg 2+1\rfloor + \lfloor 2022\lg 5+1\rfloor$

Черновик -2

$S(2)+S(5)=2=S(10)$

$S(4)+S(25)=3=S(100)$

$S(8)+S(125)=4=S(4)$

$S(16)+$

$23(2x+\frac{\pi}{4})=2023$

$\cos$

789

$(123\,4)\sin^{20}(x+\frac{\pi}{6})-$

$\cos(\alpha)+1=2\cos^2\frac{\alpha}{2}+180$

2025

452
45
225

1234
$+789$
2023

$f(x)^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}f'(x)f^{-\frac{1}{2}}$

$(\sin^2 u)^{10}-1=$

$2023-18$

$2023-19$

2022

2023

t^2

$=(\sin^2 u-1)(\sin\ldots+1)$

2
4
8
16
32
64
128
256
512
1024
2048
4096
8

$5^{100}-99^2=199$

25
125
4625

$99^2=100^2+199=$

$=10199$

$(2x+1)$

99

$99+1$

$\sqrt{3}x^2-\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$=3x^4-9x+\frac{27}{4}$

$S(ab)=S(a)+S(b)$

$3t^2-9t+31$

$99\cdot 99$

$1\ldots1$
$\times\ 1\ldots1$

$D=81-4\cdot3\cdot31<0$

$2t^2+5t-18=0$

$D=25+8\cdot18=13^2$

80
$+64$
144
25
169

$t=\frac{-5\pm13}{4}=\begin{cases}\frac{8}{4}=2\\ -\frac{18}{4}=-\frac{9}{2}\end{cases}$

2020
18
22
10

673

$x<5$

$x=1,2,3,4$

$y=$

$a=(10^{x_1}\cdot x_1+\ldots)$

$b=(10^{x_2}\cdot x_2)$

$(t-2)(2t+9)$

$[2;-\frac{9}{2}]$

$t=2$

$2\cdot673$

$10^{x_1+x_2}\ x_1x_2$

$2\cdot49+5\cdot7-18=3\cdot49-9\cdot7+31$

$7\cdot7=7\cdot49$

$49-14\cdot7+31+18=0$

625
$\times\ 16$
0

$ab=$

25
125
625

$(1^2+1)1=2$

17
$\times\ 24$
68

607

$\times\ 2\cdot673$

$(2^2+1)2!=10=5\cdot2$

34
508

$(3^2+1)3!=60=12\cdot5$

$(4^2+1)4!=17\cdot24=408$

$2!\ 60^7+$

$3!\ 4!$

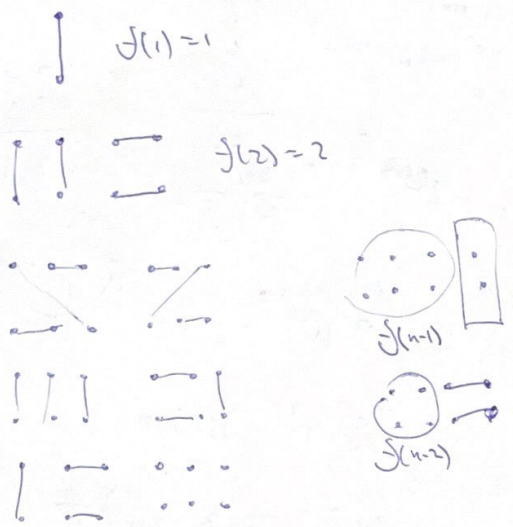
$2,12,72,480$

$1\quad2\quad3\quad4$

120

$S=(n+1)!\,n$

Черновик -3



$\frac{(n^2+1)n}{(n-1)^2+1}$

n^2-2n+2

$\frac{D}{4} = 1-2 = -1$

$n = 1 \pm i$

$\frac{(n-i)(n+2)n}{(n+1-i)(n}$

$a_2 = \frac{5\cdot 2}{2} = 5 \quad a_1 = \frac{5\cdot 1!}{2}$

$\sum (k^2+1)k! - ?$

База $k=1$: 2

Предп.: $(k^2+1)k! = f(k)$

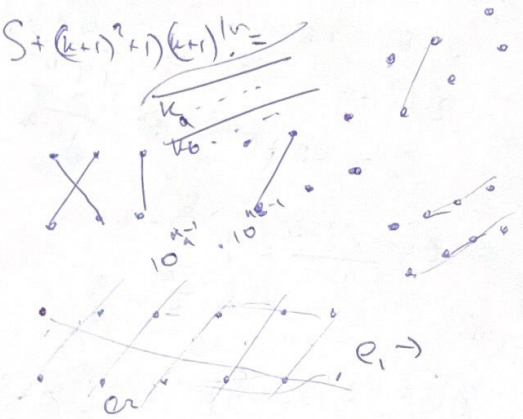
Переход

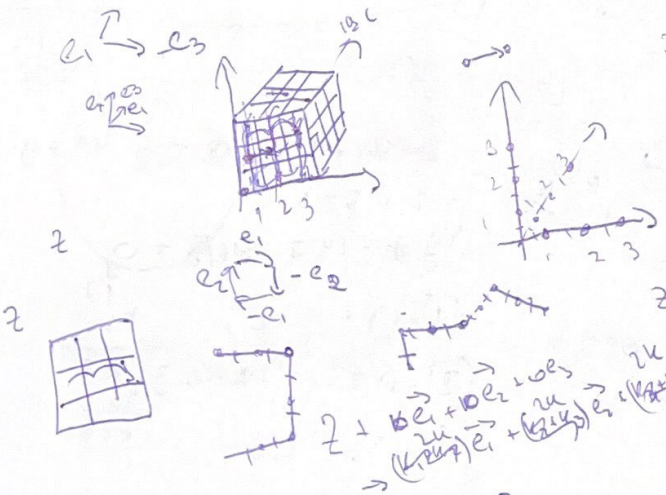
$((k+1)^2+1)(k+1)! =$

$= (k^2+2k+2)\,k!\,(k+1) =$

$= \underbrace{(k^2+1)k!\,(k+1)} + (2k+1)\,k!\,(k+1) =$

$= f(k) + 2k+1$





3 3 3

$(1;2;0) \to (2;2;0) \to$

$\to (1;2;3)$

$z + 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$

$2k + 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 \quad -2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$

$z + k\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2 + 0\vec{e}_3$

$(k+2k)\vec{e}_1 + (k+2k)\vec{e}_2 \quad (k+2k)\vec{e}_1 - \vec{e}_2 = z$

$z + k\vec{e}_1$

$\vec{e}_1$