0 384348 020006

38-43-48-02
(85.9)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант _____

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

Кириллова Андрея Александровича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
38-43-48-02	100	15	15	15	15	15	15	15	0

100 (сто) баллов

38-43-48-02 (85.9)

Чистовик

ЗАДАЧА 1

Сравним $\sqrt{45-\sqrt{2023}}$ и $\sqrt{45+\sqrt{2023}}$: $2023>0 \Rightarrow \sqrt{2023}>0 \Rightarrow$ $\Rightarrow 45-\sqrt{2023}<45<45+\sqrt{2023}$. Отметим, что $\sqrt{2023} \in$ $\in (44{,}9;\ 45)$, так как $2023 \in (44{,}9^2;\ 45^2)=(2016{,}01;\ 2025)$.

$$\begin{array}{r} 44{,}9 \\ \times\ 44{,}9 \\ \hline 40{,}41 \\ +\ 179{,}6 \\ 1796 \\ \hline 2016{,}01 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 45 \\ \times\ 45 \\ \hline 225 \\ +\ 180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

Значит $45+\sqrt{2023}>45-\sqrt{2023}>0 \Rightarrow$ $\Rightarrow \sqrt{45-\sqrt{2023}}<\sqrt{45+\sqrt{2023}}$

Таким образом, $\sqrt{45-\sqrt{2023}}-$ $-\sqrt{45+\sqrt{2023}}=-(\underbrace{\sqrt{45+\sqrt{2023}}-\sqrt{45-\sqrt{2023}}}_{\text{положительное число}})=$

$=-\sqrt{(\sqrt{45+\sqrt{2023}}-\sqrt{45-\sqrt{2023}})^2}=-\sqrt{(\sqrt{45+\sqrt{2023}})^2+}$

$+(\sqrt{45-\sqrt{2023}})^2-2\cdot\sqrt{45+\sqrt{2023}}\cdot\sqrt{45-\sqrt{2023}}}=-\sqrt{(45+\cancel{\sqrt{2023}}_{0})+}$

$+(45-\cancel{\sqrt{2023}}_{0})-2\sqrt{(45+\sqrt{2023})(45-\sqrt{2023})}}=-\sqrt{90-2\cdot}$

$\cdot\sqrt{45^2-(\sqrt{2023})^2}}=-\sqrt{90-2\cdot\sqrt{\cancel{2025}_{2}-\cancel{2023}_{0}}}=-\sqrt{90-2\sqrt{2}}$

$2\in(\underset{0}{1{,}96};\ 2{,}25)\Rightarrow \sqrt{2}\in(1{,}4;\ 1{,}5)\Leftrightarrow 90-2\sqrt{2}\in(87;\ 87{,}2)$.

Но $\cancel{87>81}$ $87\in(\underset{9^2}{81};\ \underset{10^2}{100})$ и $87{,}2\in(\underset{9^2}{81};\ \underset{10^2}{100})\Rightarrow$

$\Rightarrow -\sqrt{90-2\sqrt{2}}\in(-10;\ -9)$. Так как любое целое число, не меньшее -9, больше $-\sqrt{90-2\sqrt{2}}$, то наибольшее целое число, не превосходящее $-\sqrt{90-2\sqrt{2}}$, равно $\boxed{-10}$

$$\boxed{\text{Ответ: } [\sqrt{45-\sqrt{2023}}-\sqrt{45+\sqrt{2023}}]=-10}$$

Чистовик

Задача 2

$$1234\sin^{20}\left(x-\frac{\pi}{3}\right)-789\cos^{23}\left(\alpha x-\frac{\pi}{4}\right)=2023$$

По определению: $\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\in[-1;1]$ и $\cos\left(\alpha x-\frac{\pi}{4}\right)\in$ $\in[-1;1]$. ~~при этом~~. Значит $1234\sin^{20}\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\in$ $\in[\ ;1234]$ (равно 1234 только при $\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\pm1$, то есть (из основного тригонометрического тождества: $\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\pm\sqrt{1-\sin^2\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}$) при $\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=0$, то есть при $x-\frac{\pi}{3}=$ $=\frac{\pi}{2}+\pi k_1$ ($k_1\in\mathbb{Z}$)) и $-789\cos^{23}\left(\alpha x-\frac{\pi}{4}\right)\in[-789;789]$ (равно 789 только при $\cos\left(\alpha x-\frac{\pi}{4}\right)=-1$, то есть при $\alpha x-\frac{\pi}{4}=\pi+2\pi k_2$ ($k_2\in\mathbb{Z}$)). Таким образом:

$$1234\sin^{20}\left(x-\frac{\pi}{3}\right)-789\cos^{23}\left(\alpha x-\frac{\pi}{4}\right)\leq 2023.$$

Значит выполняется система (чтобы выполнялось равенство):

$$\begin{cases} x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+\pi k_1 \Leftrightarrow x=\frac{5\pi}{6}+\pi k_1 \quad (1) \quad k_1\in\mathbb{Z} \\ \alpha x-\frac{\pi}{4}=\pi+2\pi k_2 \Leftrightarrow \alpha x=\frac{5\pi}{4}+2\pi k_2 \quad (2) \quad k_2\in\mathbb{Z} \end{cases}$$

1) чтобы $x\in[-\pi;\pi]$, нужно: $\frac{5\pi}{6}+\pi k_1\in[-\pi;\pi]\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow k_1\in\left[-\frac{11}{6};\frac{1}{6}\right]\Rightarrow k_1\in\{-1;0\}\Rightarrow x\in\left\{-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right\}$.

Подставим по очереди значения x в (2):

I) $\alpha\cdot\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{5\pi}{4}+2\pi k_2\Leftrightarrow\alpha=-\frac{6}{\pi}\cdot\frac{5\pi}{4}-\frac{6}{\pi}\cdot2\pi k_2=$ $=-12k_2-7{,}5$

II) $\alpha\cdot\frac{5\pi}{6}=\frac{5\pi}{4}+2\pi k_2\Leftrightarrow\alpha=\frac{6}{5\pi}\cdot\frac{5\pi}{4}+\frac{6}{5\pi}\cdot2\pi k_2=2{,}4k_2+1{,}5$

I) (прод.) при $k_2\geq0$: $\alpha\leq-7{,}5$; при $k_2\leq-1$: $\alpha\geq5{,}5$

II) (прод.) при $k_2\geq0$: $\alpha\geq1{,}5$; при $k_2\leq-1$: $\alpha\leq-0{,}9$

$\Rightarrow$ (т.к. $0{,}9<1{,}5<5{,}5<7{,}5$) $|\alpha|\geq0{,}9$ $\Rightarrow$

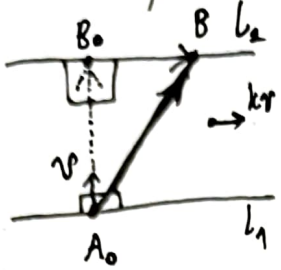
$\Rightarrow$ $\boxed{\text{Ответ: при } \alpha=-0{,}9}$

38-43-48-02
(85.9)

Чистовик

ЗАДАЧА 4

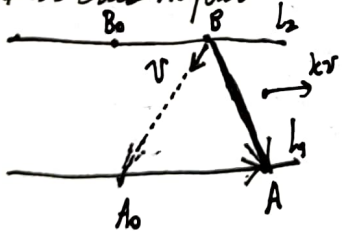
Рассмотрим первый переплыв: пловец направил свою скорость вдоль вектора $\overrightarrow{A_0B_0}$, где A_0 – начальное положение пловца; B_0 – конечное положение пловца при первом переплыве, если бы не было течения, (соответственно) $\overrightarrow{A_0B_0} \perp L_1$ и $\overrightarrow{A_0B_0} \perp L_2$, где L_1 – начальный берег; L_2 – конечный.



В результате течения пловца ~~унесло~~ дополнительно унесло на вектор $\overrightarrow{B_0B}$, где B – конечное положение при первом переплыве, ~~Без течения пловец пере-~~ местился бы на $\overrightarrow{A_0B_0}$. В реальности пловец переместился на $\overrightarrow{A_0B} = \overrightarrow{A_0B_0} + \overrightarrow{B_0B}$. Отметим, что по теореме Пифагора: $|\overrightarrow{A_0B}| = \sqrt{|\overrightarrow{A_0B_0}|^2 + |\overrightarrow{B_0B}|^2}$, так как $\overrightarrow{A_0B_0} \perp \overrightarrow{B_0B}$.

~~По~~ Пусть L – ширина реки; ~~Тогда~~ v – скорость пловца; $k \cdot v$ – скорость течения. Отметим, что течение ВСЕГДА направлено в одну и ту же сторону. Тогда: $|\overrightarrow{A_0B_0}| = L$; $|\overrightarrow{B_0B}| = (k \cdot v) \cdot t_1$ (t_1 – время первого переплыва) $= k\cancel{v}^{1} \cdot \frac{L}{\cancel{v}_1} = kL$; $|\overrightarrow{A_0B}| = \sqrt{L^2 + (kL)^2} = L\sqrt{k^2+1}$ (так как $L > 0$). По условию: $kL = 12$ м $\Leftrightarrow L = \frac{12\text{ м}}{k}$.

Рассмотрим второй переплыв: пловец направил свою скорость вдоль вектора $\overrightarrow{BA_0}$. В результате течения пловца дополнительно унесло на вектор $\overrightarrow{BA}$, где A – конечное положение пловца при втором переплыве. Без течения пловец переместился бы на $\overrightarrow{BA_0}$. В реальности пловец переместился на $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA_0} + \overrightarrow{A_0A}$. Получаем: $|\overrightarrow{AA_0}| = (k \cdot v) \cdot t_2$ (t_2 – время второго переплыва) $= k\cancel{v}^{1} \cdot \frac{|\overrightarrow{A_0B}|}{\cancel{v}} = kL\sqrt{k^2+1}$.



По условию: $kL\sqrt{k^2+1} = 20$ м $\Rightarrow \frac{\cancel{kL}^{1}\sqrt{k^2+1}}{1\cancel{kL}} = \frac{\cancel{20}^{5}}{\cancel{12}_{3}} \Leftrightarrow k^2+1 = \frac{\cancel{25}^{16}}{9} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ (так как $k > 0$) $k = \frac{4}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow L = \frac{\cancel{12}^{3}\text{ м}}{\frac{\cancel{4}_{1}}{3}} = \boxed{9\text{ м}}$

Ответ: ширина реки равна 9 м

Чистовик

Задача 5

~~Пусть~~ $||x|+||y|-3|-3|=1$

Построим часть графика данного уравнения при $x\geq 0$ и $y\geq 0$ (в I четверти). Далее, оставив эту часть на месте, отразим её симметрично относительно осей x и y. ~~Оставим~~ Отразим симметрично часть во II четверти, ~~относя~~ оставив её на месте, относительно оси x. В итоге получаем график уравнения, состоящий из 4 частей.

Итак, при $x\geq 0$ и $y\geq 0$: $|x|=x$ и $|y|=y$. Тогда:

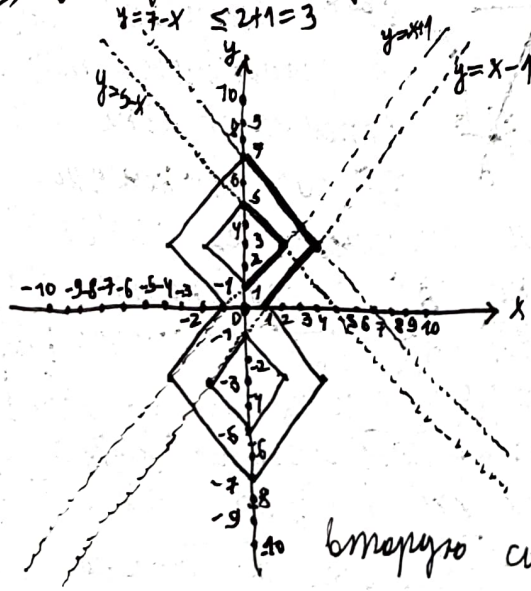
$$|x+|y-3|-3|=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+|y-3|-3=1 \Leftrightarrow |y-3|=-x+4 \text{ (см. 1)} \\ x+|y-3|-3=-x \Leftrightarrow |y-3|=-x+2 \text{ (см. 2)} \end{array}\right.$$

1) $\begin{cases} -x+4\geq 0 \Leftrightarrow x\leq 4 \\ \left[\begin{array}{l} y-3=-x+4 \Leftrightarrow y=\underbrace{-x+7}_{\geq -4+7=3} \Rightarrow (y\geq 0)\ -x+7\geq 0 \Leftrightarrow x\leq 7 \text{ (верно)} \\ y-3=-4+x \Leftrightarrow y=\underbrace{x-1}_{\leq 4-1=3} \Rightarrow (y\geq 0)\ x-1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 1 \end{array}\right. \end{cases}$

2) $\begin{cases} -x+2\geq 0 \Leftrightarrow x\leq 2 \\ \left[\begin{array}{l} y-3=-x+2 \Leftrightarrow y=\underbrace{-x+5}_{\geq -2+5=3} \Rightarrow (y\geq 0)\ -x+5\geq 0 \Leftrightarrow x\leq 5 \text{ (верно)} \\ y-3=x-2 \Leftrightarrow y=\underbrace{x+1}_{\leq 2+1=3} \Rightarrow (y\geq 0)\ x+1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq -1 \text{ (верно)} \end{array}\right. \end{cases}$

Получаем:

$$\begin{cases} x\geq 0 \\ y\geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\leq 4 \\ \left[\begin{array}{l} y=-x+7 \\ \begin{cases} x\geq 1 \\ y=x-1 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \\ \begin{cases} x\leq 2 \\ \left[\begin{array}{l} y=-x+5 \\ y=x+1 \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$$

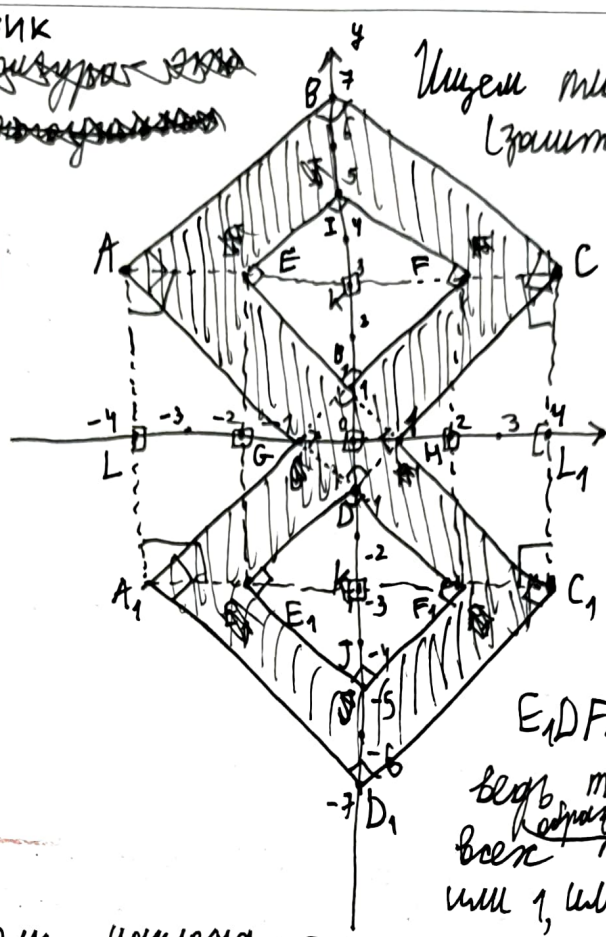


Строим часть графика в I четверти, а потом и во всех остальных. Получаем следующую фигуру: см. вторую систему коорд.

38-43-48-02
(85.9)

чистовик

~~Наша фигура – это наше многоугольник~~



Ищем площадь нашей (заштрихованной) фигуры: $S = S_{ABCD} + S_{A_1B_1C_1D_1} - (S_{GB_1HD} + S_{EIFB_1} + S_{E_1DF_1J}) =$ (так как $ABCD$, $A_1B_1C_1D_1$, $EIFB_1$, GB_1HD и E_1DF_1J – квадраты, ведь тангенсы углов наклона всех ~~прямых~~ образующих фигуры – это или 1, или −1, то самы углы наклона – это или 45°, или 135°, а 135°+45° = 180° (∥) и 135° − 45° = 90° (⊥)) $AB^2 + A_1B_1^2 - (EI^2 + GB_1^2 + E_1D^2) =$ (по теореме Пифагора для $\triangle ABK$, $\triangle A_1B_1K_1$, $\triangle EIK$, $\triangle E_1DK_1$ и $\triangle GB_1D$: $AB = \sqrt{AK^2 + BK^2} = \sqrt{4^2 + 4^2}$ (из прямоугольника $AKDL$) $= 4\sqrt{2}$; $A_1B_1 = 4\sqrt{2}$ (аналогично); $EI = E_1D = 2\sqrt{2}$ (аналогично); $GB_1 = \sqrt{2}$ (аналогично)) $(4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2 - ((2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2) =$ ~~$32 + 32 - (8 + 8 + 4) = 40$~~ $= 32 + 32 - (8 + 2 + 8) = \boxed{46}$

$\boxed{\text{Ответ: } S = 46}$

Чистовик

Задача 6

Пусть n – общее количество плиток. ~~По условию длина одной стороны одной плитки.~~

По условию:

1) $n = k_1^2$, где $k_1 \in \mathbb{N}$

2) $n = k_2(k_2+11)$, где $k_2 \in \mathbb{N}$.

~~Тогда~~ 3) $n \geq 15+1$ (так как 15 плиток разбилось, а ~~плитки~~ осталось не нулевое кол-во плиток)

Из (1) и (2): 4) $k_1^2 - 15 = k_2(k_2+11) \Leftrightarrow (k_1-k_2)\cdot(k_1+k_2) = 11k_2+15$. Так как правая часть ~~положительна~~ натуральна, то (так как $(k_1+k_2) \in \mathbb{N}$ и $(k_1+k_2) \in \mathbb{Z}$) $(k_1-k_2) \in \mathbb{N} \Rightarrow k_1-k_2 \geq 1 \Leftrightarrow k_1 \geq k_2+1$.

Пусть $k_1 = k_2 + \Delta k$, где $\Delta k \in \mathbb{N}$. Тогда:

$(k_2+\Delta k)^2 - 15 = k_2(k_2+11) \Leftrightarrow k_2^2 + 2k_2\Delta k + (\Delta k)^2 - 15 = 11k_2 + k_2^2 \Leftrightarrow k_2 = \frac{-(\Delta k)^2+15}{2\Delta k - 11} =$

$= \frac{(-\Delta k\cdot\Delta k + 5{,}5\cdot\Delta k - 5{,}5\cdot\Delta k + 5{,}5\cdot 5{,}5) - 5{,}5\cdot 5{,}5 + 15}{2\Delta k - 11} =$

$= -0{,}5\Delta k - 2{,}75 - \frac{15{,}25}{2\Delta k - 11} = -\frac{1}{4}\left(2\Delta k + 11 + \frac{61}{2\Delta k - 11}\right)$

~~Для чего~~ $k_2 \in \mathbb{N} \Rightarrow \left(2\Delta k + 11 + \frac{61}{2\Delta k - 11}\right) \vdots\, 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(2\Delta k + 11 + \frac{61}{2\Delta k - 11}\right) \in \mathbb{Z} \Rightarrow 61 \vdots (2\Delta k - 11) \Rightarrow 2\Delta k - 11 \in$

$\in \{-61; -1; 1; 61\}$ (так как $61 = 2\cdot 30+1 = 3\cdot 20+1 = 5\cdot 12+1 = 7\cdot 8+5$ – простое число) $\Leftrightarrow \Delta k \in$

$\in \{-25; 5; 6; 36\} \Rightarrow (\Delta k \in \mathbb{N})\ \Delta k \in \{5; 6; 36\}$.

1) $\Delta k = 5 \Rightarrow k_2 = -\frac{1}{4}\left(10 + 11 + \frac{61}{-1}\right) = -\frac{1}{4}\cdot(-40) = 10 \Rightarrow k_1 = 15$ $\quad n = k_1^2 = \boxed{225}$

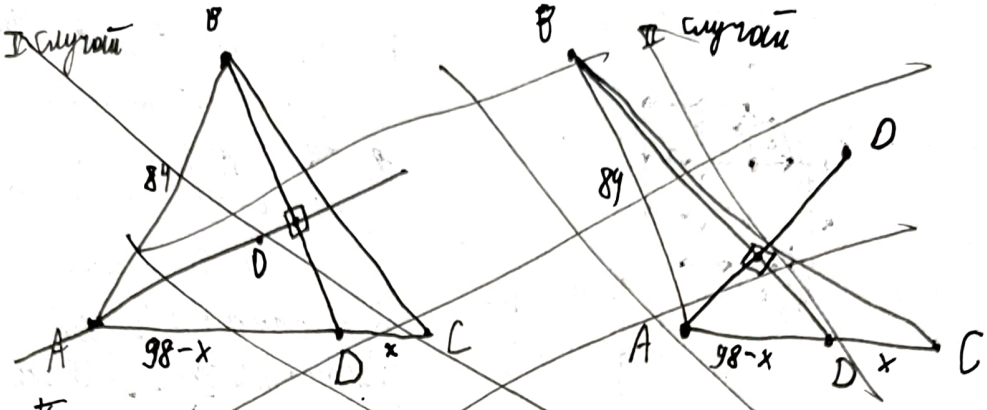
2) $\Delta k = 6 \Rightarrow k_2 = -\frac{1}{4}\left(12 + 11 + \frac{61}{1}\right) = -21 < 0 \Rightarrow \Delta k \neq 6$

3) $\Delta k = 36 \Rightarrow k_2 = -\frac{1}{4}\left(72 + 11 + \frac{61}{61}\right) < 0 \Rightarrow \Delta k \neq 36$

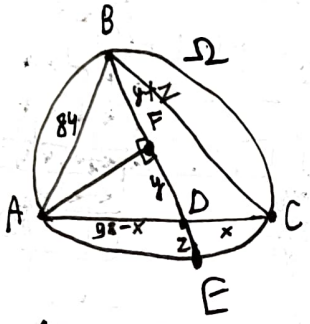
Ответ: было куплено 225 плиток

Чистовик

Задача 3



~~Пусть $CD = x \Rightarrow AD = AC - CD = 98 - x$~~



1) Пусть $CD = x \Rightarrow AD = AC - CD = 98 - x$

~~Пусть $E \in (BF)$: $FE = BF$. Тогда AF – сер. перп. BE. Но D~~

2) Пусть $F = (AO) \cap BD$; ~~$D \in (BF)$;~~ ~~$FE = BF \Rightarrow AF$ – сер. перп. BE. Но $D \in (AF) \Rightarrow$~~ Ω – окр., опис. около $\triangle ABC$; $E = (BF) \cap \Omega$. Так как $D \in (AF)$, то по свойству окружности хорды и перпендикуляра из центра окружности к ней: $BF = FE$.

Пусть $DF = y$ и $DE = z \Rightarrow BF = DF + DE = y + z$

3) ~~По теореме Пифагора:~~ По свойству перп. хорд: $BD \cdot DE = AD \cdot DC \Leftrightarrow (2y+z)z = x(98-x) \Leftrightarrow y = \frac{x(98-x) - z^2}{2z}$

4) По теореме Пифагора для $\triangle ABF$ и $\triangle ADF$: $\sqrt{AB^2 - BF^2} = AF = \sqrt{AD^2 - DF^2} \Leftrightarrow \sqrt{84^2 - (y+z)^2} = \sqrt{(98-x)^2 - y^2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 84^2 - (z^2 + (x(98-x) - z^2)) = (98-x)^2 - x^2 \Leftrightarrow$

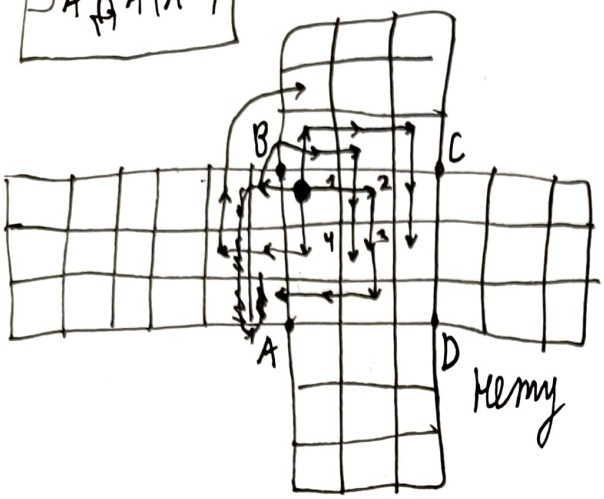
$\Leftrightarrow 84^2 + x^2 - 98x = x^2 - 196x + 98^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 98x = (98-84)(98+84) = 14 \cdot 182 \Leftrightarrow x = \boxed{26} = CD$

Ответ: $CD = 26$

Чистовик

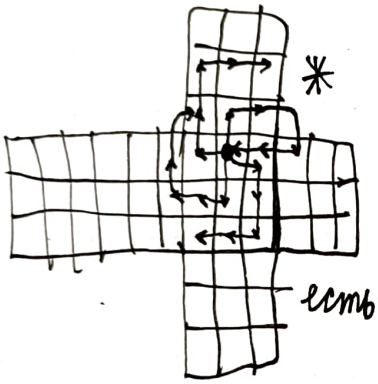
ЗАДАЧА 7



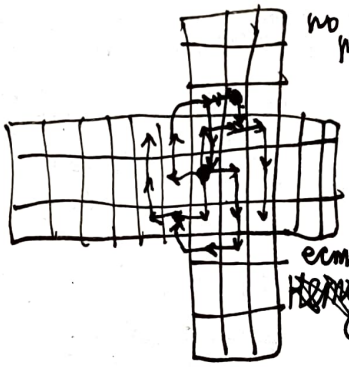
нету

Пусть жучок находится на грани ABCD в момент, когда попал в ~~зк~~ тот квадратик, в который вернулся через 5 секунд.

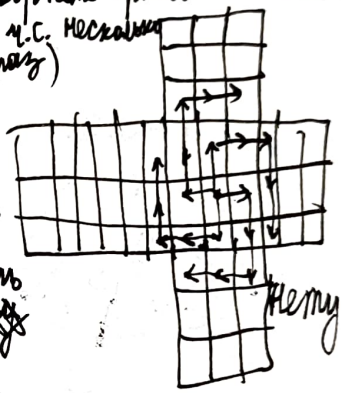
Без ограничения общности, это ячейка 1, 2, 3 или 4 (иначе просто повернём грань ABCD на 90° по ч.с. несколько раз)



есть

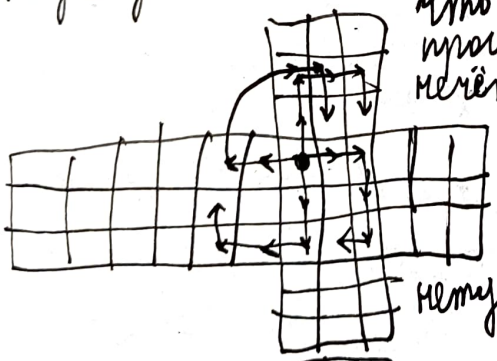


есть ~~нету~~

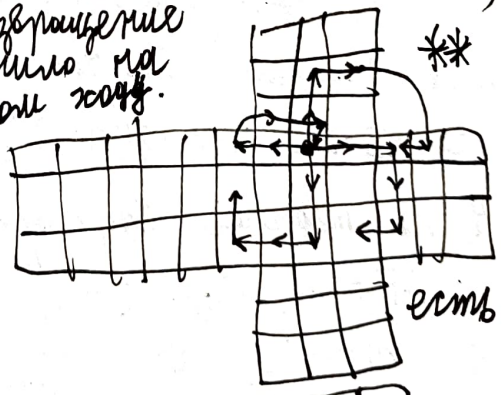


нету

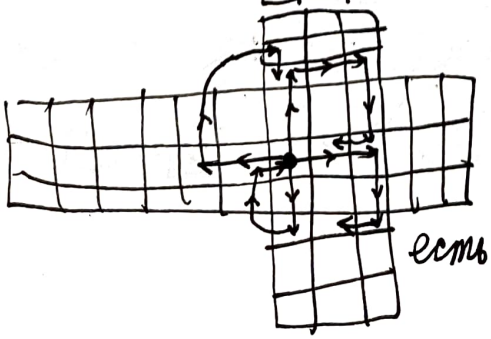
Сначала, предполагая, что жучок вернулся в квадратик на чётном перемещении, получаем, что нам подходит ~~1~~ только ячейка 2 (или ячейка 4). Далее предположила, что возвращение произошло на нечётном ходу.



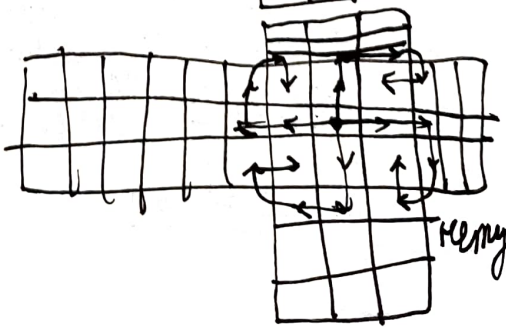
нету



есть



есть



нету

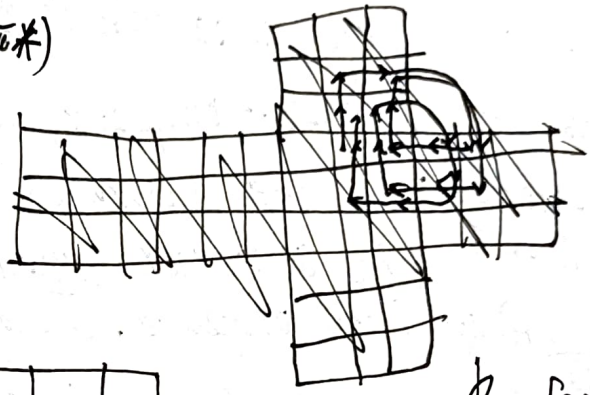
И снова получаем, что подходит только ячейка 2 и ячейка 3 (маршруты показаны). Так как ячейки 2 и 3 аналогичны то далее рассматриваем только ячейку 2.

~~I случай: жучок пойдёт~~

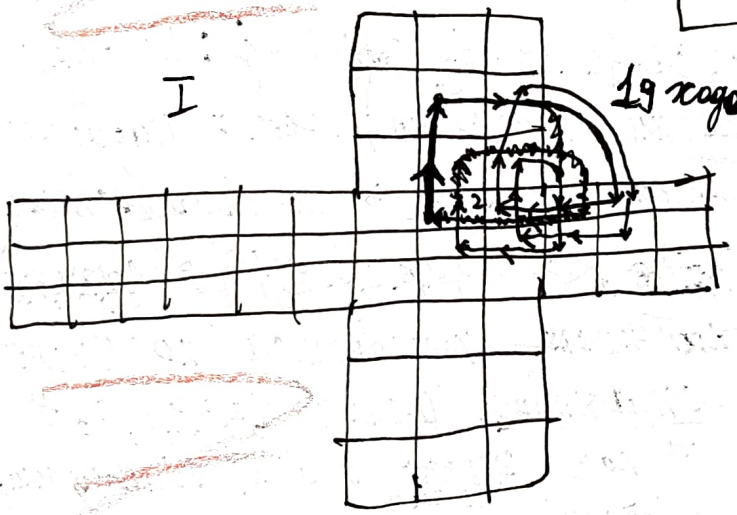
~~Мы получили, что~~

I случай: жучок уйдёт с ячейки 2 нечётным перемещением (случай ✱)

II случай: чётным перемещением (✱✱)



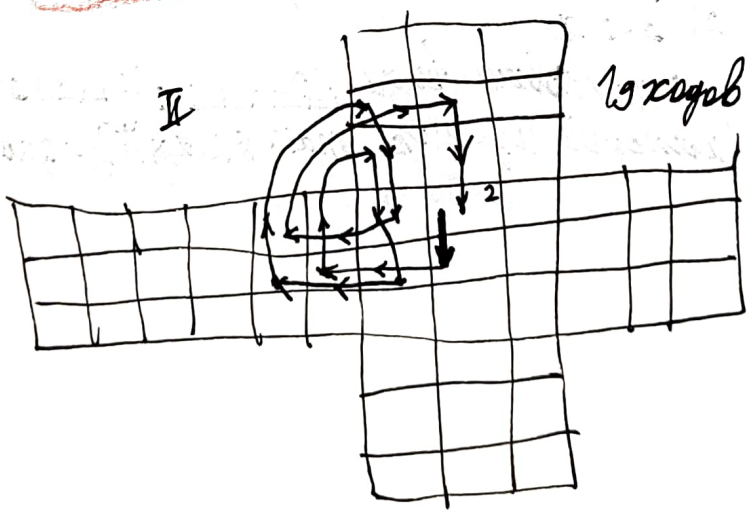
I



В обоих случаях жучок ~~попадает~~ возвращается в ту же самую ячейку, ~~что и~~ за $\boxed{19}$ секунд

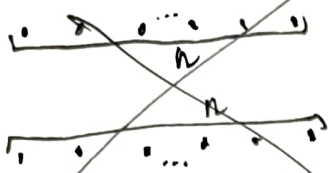
$\boxed{\text{Ответ: через 19 секунд}}$

II



Чистовик

Задача 8



~~Решим более общую задачу: „Есть 2 ряда — верхний и нижний, каждый из n точек (см. изнач. усл.)... Сколько существует способов провести отрезки, чтобы среди всех пар отрезков было ровно n+1 пар пересекающихся отрезков?"~~

Пусть i-й отрезок — отрезок, верхний или нижний конец которого — это i-я точка (считая слева-направо); пусть x_i — я точка (считая слева-направо) — это нижний конец i-го отрезка. Тогда, если при ~~$i \in \mathbb{N}, j \in \mathbb{N}$~~ $i \in \{1,2,3,4,5,6\}$; $j \in \{1,2,3,4,5,6\}$, $i < j$: $x_i > x_j$, то i-й и j-й отрезки пересекаются, и наоборот. ~~Нужно понять~~ Таким образом, ~~в последовательности~~ ~~$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$, где $\{a,b,c,d,e,f\} = \{1,2,3,4,5,6\}$, нужно должно найтись~~ требуется посчитать количество перестановок (пример 1,2,3,4,5,6, в которых равно 7 пар ~~чисел~~ пример a и b, обладающих следующими 2 свойствами одновременно:

1) b правее a 2) $b < a$

Заметим, что перестановки вида 12____ и ____56 не подходят: в каждой из них max. ~~6 пар~~ $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ пар.

ЧЕРНОВИК

n $n+1$

№5

$||x|+||y|-3|-3|=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} ||x|+|y|-3|=4 \\ ||x|+|y|-3|=2 \end{array}\right.$

$x \geq 0$ и $y \geq 0$

~~1) $x \geq 0 \Rightarrow$~~ I четверть: $x+|y-3|=4 \Leftrightarrow$ ~~$x-|y-3|=4$~~

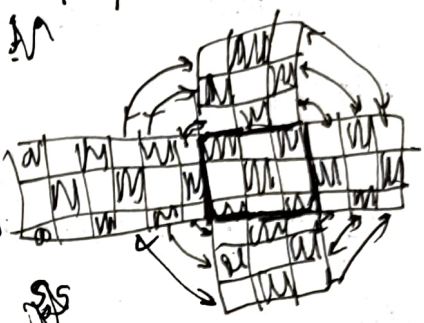
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y \geq 3 \\ y=-x+7 \end{cases} \\ \begin{cases} y<3 \\ y=x-1 \end{cases} \end{array}\right.$ и т.д.

$n=1$ 0

$n=2$ 0

$n=3$ 0

1 0
2 01
3 0123
4 0....6



$n=4$ $k_1 \geq 4$

№6

$n=k_1^2 \quad (k_1 \in \mathbb{N})$

$n-15=k_2(k_2+11) \quad (k_1 \in \mathbb{N})$

$k_1^2-15=k_2^2+11k_2$

$(k_1-k_2)(k_1+k_2)=11k_2+15$

~~$11k_2+15 \vdots k_1+k_2$~~ ..... $k_2 \geq 6$

~~$(11k_2+15) \vdots (k_1+k_2)$~~

$11k_2+15<11k_2+11k_1$

$k_1-k_2 \leq 10 \Leftrightarrow k_1 \leq k_2+10$

$11k_2+15<20k_2-20k_1$

~~$(k_2^2+11k_2+30,25)^2$~~

$\frac{6 \cdot 5}{2}=15$

№7

№8

$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

$(1,x_1),(2,x_2),(3,x_3)$
$(4,x_4),(5,x_5),(6,x_6)$

i-й и j-й пересекаются, если $x_i > x_j$
$j>i$

$i \cap j$ з $i \cap k$ Пусть каждый $\cap$ max 2 раза $\Rightarrow$ пар max 6 (1)
Пусть каждый $\cap$ min 3 раза $\Rightarrow$ м.б. 9 (2)

Черновик

№1

$(-10;-9)$

$$\left[\sqrt{45-\sqrt{2023}}-\sqrt{45+\sqrt{2023}}\right]+179{,}6$$

$(44{,}9;45)$ $(44{,}9;45)$

$$\begin{array}{r} \times\ 44{,}9 \\ 44{,}9 \\ \hline 404{,}1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 179{,}6 \\ \hline 2016{,}01 \end{array}$$

$\cancel{1936}$ $\cancel{39{,}6}$ $\cancel{39{,}6}$ $\cancel{0{,}81}$

$\cancel{\sqrt{45\ (0;0{,}1)}-\sqrt{(}}$

$(9;10)$

$$-\sqrt{90-2\sqrt{2025-2023}}=-\sqrt{90-2\sqrt{2}}$$

$(87;87{,}2)$ $(2{,}8;3)$

№2

$$1234\sin^{20}\left(x-\frac{\pi}{3}\right)-789\cos^{23}\left(\alpha x-\frac{\pi}{4}\right)=2023$$

$$1234\left(\sin^{20}-1\right)-789\left(\cos^{23}+1\right)=0$$

$$\underbrace{1234\sin^{20}}_{1234}-\underbrace{789\cos^{23}}_{-789}\le 2023$$

$\sin^2=1\Rightarrow\cos=0$

$\cos=-1$

$$\begin{cases}\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=0\Leftrightarrow x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+\pi k_1\Leftrightarrow x=\frac{5\pi}{6}+\pi k_1\\ \cos\left(\alpha x-\frac{\pi}{4}\right)=-1\Leftrightarrow \alpha x-\frac{\pi}{4}=\pi+2\pi k_2\Leftrightarrow\end{cases}$$

$$\frac{5\pi}{6}+\pi k_1\in[-\pi;\pi]\Leftrightarrow k_1\in\left[-\frac{11}{6};\frac{1}{6}\right]\Rightarrow k_1\in\{-1;0\}\Rightarrow x\in\left\{-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right\}$$

$$\alpha x=\frac{5\pi}{4}+2\pi k_2$$

1) $-\frac{\pi}{6}\alpha-\frac{\pi}{4}=\pi+2\pi k_2\Leftrightarrow -2\alpha-3=12+24k_2\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2\alpha=-24k_2-15\Leftrightarrow \alpha=-12k_2-7{,}5$

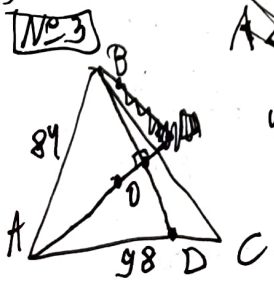
$\ldots;-7{,}5;-4{,}5;\ldots$

2) $\frac{5\alpha}{6}-\frac{1}{4}=1+2k_2\Leftrightarrow 10\alpha-3=12+24k_2\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \alpha=2{,}4k_2+1{,}5$

$\ldots;\boxed{-0{,}9};1{,}5;\ldots$

№3



№4

$u=kv$

$kvt_1=12м$

$kvt_2=20м$

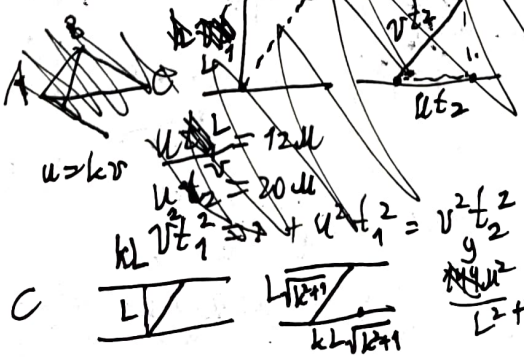
$t_1^2+t_1^2=t_2^2$

$kL=12м$

$kL\sqrt{k^2+1}=20м$

$\sqrt{\frac{400}{L^2}+1}=\frac{5}{3}$

$L=9м$



$u=kv$

$\frac{L}{v}=12м$

$\frac{u}{v}t_2=20м$

$v^2t_1^2+u^2t_1^2=v^2t_2^2$

$\frac{144u^2}{L^2}+1=\frac{400}{9}$