0 821270 780009

82-12-70-78
(89.6)

# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
## имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 3

Место проведения Москва
город

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Махлина Мирона Юрьевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

| Шифр | Сумма | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 82-12-70-78 | 70 | 15 | 15 | 15 | 0 | 0 | 10 | 15 | 0 |
| | 70 | 15 | 15 | 15 | 0 | 0 | 10 | 15 | 0 |

82-12-70-78
(89.6)

70 (семьдесят)

Чистовик

№3

$$\log_5(|x^2-5|^3+1)+\sqrt{3x^4-7x^2+19}=\sqrt{2x^4+3x^2-6}$$

Заметим, что $\log_5(|x^2-5|^3+1)\geq \log_5 1=0$, ~~причём~~ поскольку $|x^2-5|^3\geq 0$, при этом равенство достигается только при $|x^2-5|^3=0$, т.е. $x^2-5=0$, т.е. $x^2=5$.

Теперь докажем, что при любом $x$ $\sqrt{3x^4-7x^2+19}\geq\sqrt{2x^4+3x^2-6}$, причём равенство достигается только при $x^2=5$.

Заметим, что $(3x^4-7x^2+19)-(2x^4+3x^2-6)=$
$=x^4-10x^2+25=(x^2-5)^2\geq 0 \Rightarrow 3x^4-7x^2+19\geq 2x^4+3x^2-6\Rightarrow$
$\Rightarrow\sqrt{3x^4-7x^2+19}\geq\sqrt{2x^4+3x^2-6}$, причём равенство достигается при $(x^2-5)^2=0$, т.е. $x^2=5$.

Тогда исходное равенство ~~может быть~~ выполнено если и только если $\begin{cases}\log_5(|x^2-5|^3+1)=0\\ \sqrt{3x^4-7x^2+19}=\sqrt{2x^4+3x^2-6}\end{cases}$, т.е. при $x^2=5$. Значит, корнями уравнения являются $\sqrt{5}$ и $-\sqrt{5}$.

Ответ: $x\in\{-\sqrt{5},\sqrt{5}\}$

№1.

Обозначим $\sqrt{45+\sqrt{2023}}-\sqrt{45-\sqrt{2023}}$ как $A$. Докажем, что $[A]=9$. Для этого докажем, что $9<A<10$.

Заметим, что $44{,}9^2=2016{,}01<2023<2025=45^2$. Значит, $44{,}9<\sqrt{2023}<45$. Поэтому
$A=\sqrt{45+\sqrt{2023}}-\sqrt{45-\sqrt{2023}}>\sqrt{45+44{,}9}-\sqrt{45-44{,}9}=$
$=\sqrt{89{,}9}-\sqrt{0{,}1}=\sqrt{89{,}9}-0{,}01>\sqrt{82{,}81}-0{,}01=9{,}1-0{,}01=9{,}09>9$.
Также $A=\sqrt{45+\sqrt{2023}}-\sqrt{45-\sqrt{2023}}<\sqrt{45+45}-\sqrt{45-45}=$
$=\sqrt{90}<\sqrt{100}=10$. Мы доказали, что $9<A<10$, поэтому $[A]=9$

Ответ: 9

Чистовик

№

№2 $1234\sin^{20}(x+\frac{\pi}{3})-789\cos^{23}(2x+\frac{\pi}{3})=2023$

~~Заметим, что $|\sin^{20}(x+\frac{\pi}{3})|\le 1$ и $|\cos^{23}(2x+\frac{\pi}{3})|\le 1$, при этом равенство достигается лишь при~~

Заметим, что $1234\sin^{20}(x+\frac{\pi}{3})-789\cos^{23}(2x+\frac{\pi}{3})\le$

$\le|1234\sin^{20}(x+\frac{\pi}{3})|+|789\cos^{23}(2x+\frac{\pi}{3})|\le 1234+789=2023$,

при этом равенство достигается лишь при $\sin^{20}(x+\frac{\pi}{3})=1$ и $\cos^{23}(2x+\frac{\pi}{3})=-1$ (т.к. $|\sin^{20}(x+\frac{\pi}{3})|\le 1$ и $|\cos^{23}(2x+\frac{\pi}{3})|\le 1$). Значит, исходное уравнение эквивалентно системе

$$\begin{cases}\sin^{20}(x+\frac{\pi}{3})=1\\ \cos^{23}(2x+\frac{\pi}{3})=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\sin(x+\frac{\pi}{3})=1\\ \sin(x+\frac{\pi}{3})=-1\end{array}\right.\\ \cos(2x+\frac{\pi}{3})=-1\end{cases}$$

Разберём 2 случая.

I. $\sin(x+\frac{\pi}{3})=1$

Это значит, что $x=\frac{\pi}{6}+2\pi k$, где $k\in\mathbb{Z}$. Т.к. нас интересуют решения на отрезке $[-\pi;\pi]$, то можно сделать вывод, что $x=\frac{\pi}{6}$. Тогда $\cos(\frac{2\pi}{6}+\frac{\pi}{3})=-1$. Это значит, что $\frac{2\pi}{6}+\frac{\pi}{3}=\pi+2\pi k$, где $k\in\mathbb{Z}$. Значит, $\frac{\alpha}{6}+\frac{1}{3}=1+2k\Rightarrow$ $\Rightarrow\alpha=(k+\frac{1}{3})\cdot 12$. Наименьшим по модулю это выражение будет, когда $|k+\frac{1}{3}|$ минимально. При $k=0$ $|k+\frac{1}{3}|=\frac{1}{3}$. При $k\ge 1$ $|k+\frac{1}{3}|=k+\frac{1}{3}\ge\frac{1}{3}$. При $k\le -1$ $|k+\frac{1}{3}|=-k-\frac{1}{3}\ge -(-1)-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

Видно, что мин. значение достигается при $k=0$: $\alpha=(k+\frac{1}{3})\cdot 12=$ $=\frac{1}{3}\cdot 12=4$.

II. $\sin(x+\frac{\pi}{3})=-1$.

Это значит, что $x=\frac{7\pi}{6}+2\pi k$, где $k\in\mathbb{Z}$. Т.к. нас интересуют решения на отрезке $[-\pi;\pi]$, то можно сделать вывод, что $x=-\frac{5\pi}{6}$. Тогда $\cos(-\frac{5\pi\alpha}{6}+\frac{\pi}{3})=-1$. Это значит, что

Чистовик

№2 (продолжение)

$-\frac{5\pi\alpha}{6}+\frac{\pi}{3}=\pi+2\pi k$, где $k\in\mathbb{Z}$. Значит, $-\frac{5\alpha}{6}+\frac{1}{3}=1+2k$, т.е.

$\alpha=\left(2k+\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{6}{5}\right)=-\frac{12}{5}\left(k+\frac{1}{3}\right)$. Наим. по модулю значение будет достигаться при мин. значении $\left|k+\frac{1}{3}\right|$. Как мы вывели выше, оно равно $\frac{1}{3}$ при $k=0$. Значит,

$\alpha=-\frac{12}{5}\left(k+\frac{1}{3}\right)=-\frac{12}{5}\cdot\frac{1}{3}=-\frac{12}{15}=-\frac{4}{5}$.

В первом случае $\alpha=4$, во втором $\alpha=-\frac{4}{5}$. Т.к. $|4|>\left|-\frac{4}{5}\right|$, то наим. возможное значение $\alpha$ по модулю это $-\frac{4}{5}$.

Ответ: $-\frac{4}{5}$

№6

Нам надо найти значение выражения $\frac{a_{2022}}{a_1+\ldots+a_{2021}}$. Найдём обратную величину: $\frac{a_1+\ldots+a_{2021}}{a_{2022}}=\frac{a_1}{a_{2022}}+\ldots+\frac{a_{2021}}{a_{2022}}$. Найдём, чему равно выражение $\frac{a_n}{a_{2022}}$. Докажем по обратной индукции, что при $n\le 2021$

$$\frac{a_n}{a_{2022}}=\frac{n!\,(n^2+1)}{2022!\,(2022^2+1)}.$$

База: при $n=2021$ по формуле из условия $\frac{a_{2021}}{a_{2022}}=\frac{(2022-1)^2+1}{(2022^2+1)\cdot 2022}=$

$=\frac{(2021^2+1)\cdot 2021!}{(2022^2+1)\cdot 2022!}$. ЧТД

Шаг: пусть мы знаем, что $\frac{a_n}{a_{2022}}=\frac{n!\,(n^2+1)}{2022!\,(2022^2+1)}$. Докажем, что $\frac{a_{n-1}}{a_{2022}}=\frac{(n-1)!\cdot((n-1)^2+1)}{2022!\cdot(2022^2+1)}$. Заметим, что $\frac{a_{n-1}}{a_{2022}}=\frac{a_{n-1}}{a_n}\cdot\frac{a_n}{a_{2022}}=$

$=\frac{(n-1)^2+1}{(n^2+1)\cdot n}\cdot\frac{n!\cdot(n^2+1)}{2022!\cdot(2022^2+1)}=\frac{(n-1)!\cdot((n-1)^2+1)}{2022!\cdot(2022^2+1)}$. ЧТД

Значит, $\frac{a_1+\ldots+a_{2021}}{a_{2022}}=\sum_{n=1}^{2021}\frac{a_n}{a_{2022}}=\sum_{n=1}^{2021}\frac{n!\,(n^2+1)}{2022!\,(2022^2+1)}=\frac{\sum_{n=1}^{2021}n!\cdot n^2+\sum_{n=1}^{2021}n!}{2022!\,(2022^2+1)}$

Чистовик

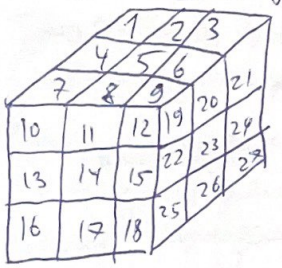
№ 7

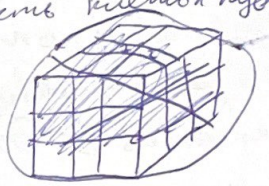
Заметим, что зная в какой-то момент времени положение жука, сторону, откуда он только что пришёл, и чётность последнего хода, мы можем однозначно определить дальнейшее движение жука. Всего вариантов $54 \cdot 4 \cdot 2 = 432$, поэтому жук, как бы он ни выбрал стартовую позицию и первый ход, будет двигаться по циклу длины не более 432 (возможно, с предциклом, однако к 2023-му ходу он точно будет внутри цикла).

Посмотрим, ~~какой длины~~ какие может быть эти циклы. Для этого переберём как позицию жука и его первый ход. Симметричные случаи рассматривать не будем.

I. Изначально жук в центре ~~какой-то~~ из сторон

Тогда все его ходы симметричны, рассмотрим любой из случаев. Пронумеруем часть клеток кубика



так, как указано на рисунке слева.

Будем считать, что первый ход жук делает из 5 в 6. Тогда он будет посещать клетки в таком порядке: 5, 6, 20, 19, 12, 9, 6, 20, 23, 22, 15, 12, 9, 19, 22, 15, 14, 11, 8, 9, 19, 12, 11, 8. Далее он попадёт в клетку 5 и цикл замкнётся.

(числа снизу – индексы)

Путём полного перебора можно выяснить, что обратить внимание жук мог только в клетках 19 (14-й шаг цикла), 12 (22-й шаг цикла) и 9 (6-й шаг цикла). В первом случае (т.к. тогда 10-ый шаг он сам на 4-м шаге, т.е. тоже в клетке 19) в том же квадратике он окажется на 21-м шаге (через 7 секунд), во втором – на 5-м шаге (через 7 секунд), в третьем – на 13 шаге (через 7 секунд). Мин. промежуток в этом случае равен 7 секунд

№7 (продолжение) Чистовик

II. Изначально жук в угловой клетке квадрата. Тогда есть 2 подслучая (будем считать, что жук сидит в клетке 9).

II.1 Жук идёт в клетку 19. Тогда он будет посещать клетки в следующей посл-ти: 9, 19, 22, 15, 14, 11, 8, 9, 19, 12, 11, 8, 5, 6, 20, 19, 12, 9, 6, 20, 23, 22, 15, 12
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
Далее он попадёт в клетку 9 и цикл замкнётся. Аналогично жук мог обратить внимание в клетки 9 (18-й шаг цикла), 19 (2-й шаг цикла) и 12 (10-й шаг цикла). Промежутки равны 7, 7 и 7 соотв-но. Наименьший вариант — также 7.

II.2 Жук идёт в клетку 6. Тогда он будет посещать клетки в следующей посл-ти: 9, 6, 3, 21, 24, 23, 22, 19. Далее он попадёт в клетку 9 и цикл замкнётся. Как видно, цикл состоит из 8 различных клеток, поэтому попасть на ту же клетку он мог только через промежутки времени, кратные 8, а 10 не кратно 8. Этот случай невозможен.

III. Изначально жук в боковой клетке квадрата. Будем считать, что жук стоит в клетке 8. Тогда есть 3 подслучая (не считая симметричных).

III.1 Жук идёт в клетку 9. Тогда он будет посещать клетки в такой посл-ти: 8, 9, 19, 22, 11, 8, 5, 6, 20... Видно, что этот цикл совпадает с циклом из случая I, сдвинутым на 6 вперёд. Очевидно, что наименьшим вариантом так же будет 7.

III.2 Жук идёт в клетку 5. Тогда посл-ть посещений будет такая: 8, 5, 2, 3, 21, 20, 19, 9. Далее жук пойдёт в клетку 8 и цикл замкнётся. Аналогично случаю II.2 Этот случай невозможен, т.к. цикл длины 8.

Чистовик

№7 (продолжение №2)

III.3 Жук идёт в клетку 11. Это движение аналогично первому ходу из 6 в 20, поэтому для удобства будем рассматривать его. Пол-ть ходов будет такая: 6, 20, 23, 22, 15, 12, 9, 19, 23...

Видно, что этот цикл совпадает с циклом из случая II.1, сдвинутым на 6. Очевидно, что наим. пройденных будет равен 7.

Не трудно показать, что все остальные случаи симметрично разобранным. Значит, мы нашли все возможные ответы, и наименьший из них равен 7.

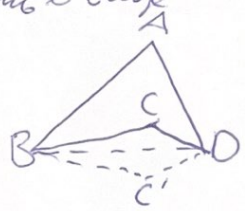
Ответ: 7.

№4 Ответ: 16

~~Рассмотрим 2 случая. I. Сторона длины 14 совпадает с обеими сторонами~~

Рассмотрим 2 случая

I. Сторона длины 4 имеет общие концы со сторонами длины 4 и 14. Заметим, что во всех случаях мы можем пренебречь условием выпуклости четырёхугольника. Действительно, пусть наибольшей площадью обладает невыпуклый 4-угольник. Тогда его можно представить в виде ABCD, где C лежит внутри $\triangle ABD$.

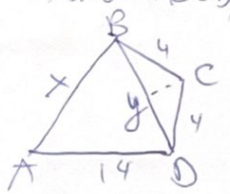



Тогда отразим C относительно BD (получим C'). Заметим, что $BC = BC'$ и $CD = CD'$, поэтому наборы длин ABCD и ABC'D совпадают, т.е. ABC'D мы тоже могли получить. Но, очевидно, $S_{ABC'D} > S_{ABCD}$ на $2S_{BCD}$. Противоречие.

Чистовик

№4 (продолжение)

Теперь перейдём к разбору случая. Пусть нам 4-угольник это ABCD, причём $BC=CD=4$, $AD=14$. Пусть




$AB=x$, $BD=y$.

Заметим, что $S_{ABCD}=S_{ABD}+S_{BCD}=$

$$=\frac{AD\cdot BP\cdot \sin\angle ADB}{2}+\frac{BD}{2}\cdot\sqrt{BC^2-\frac{BD^2}{4}}\cdot\frac{1}{2}=$$

$$=7y\cdot\sin\angle ADB+\frac{y}{4}\cdot\sqrt{16-\frac{y^2}{4}}$$

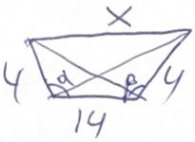
Черновик

$z = \frac{y}{2}$

$\frac{1}{2\sqrt{16-z^2}} \cdot (-2z) = \frac{-z}{\sqrt{16-z^2}}$

$\left(14z + z\sqrt{16-z^2}\right)' = 14 + \sqrt{16-z^2} + z \cdot \left(\sqrt{16-z^2}\right)' =$

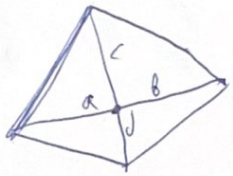
$= 14 + \sqrt{16-z^2} - \frac{z^2}{\sqrt{16-z^2}} = 0$




$0 < \alpha < 180$
$0 < \beta < 180$

$14 + \sqrt{16-t} - \frac{t}{\sqrt{16-t}} = 0$

$14 + \sqrt{16-t} = \frac{t}{\sqrt{16-t}}$




$\sin\alpha(ad + ac + bc + bd) =$
$= \sin\alpha \cdot (a+b)(c+d)$

$t = 15$

$z = \sqrt{15}$

$y = 2\sqrt{15}$

$x^2 = 14^2 + y^2 = 196 + 60 = 256 \Rightarrow x = 16$

$\frac{n!}{(2022^2+1) \cdot 2022!}$

$\frac{a_{2021}}{a_{2022}} = \frac{2021^2+1}{(2022^2+1) \cdot 2022}$

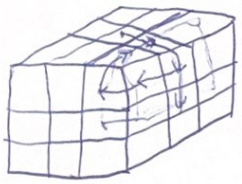
$\frac{n!}{(2022^2+1) \cdot 2022!} \cdot$

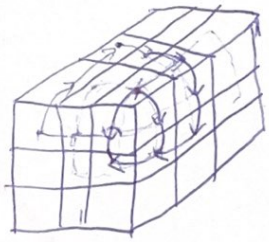
$\frac{a_{n-1}}{a_{2022}} = \frac{a_{n-1}}{a_n} \cdot \frac{a_n}{2022} = \frac{(n-1)^2+1}{(n^2+1) \cdot n} \cdot \frac{(n^2+1) \cdot n!}{(2022^2+1) \cdot 2022!} =$

$= (n-1)!$

$n! \cdot (n^2+1)$:

| $n!$ | $n^2+1$ | $n! \cdot (n^2+1)$ |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 2 |
| 2 | 5 | 10 |
| 6 | 10 | 60 |
| 24 | 17 | |
| 120 | 26 | |
| 720 | 37 | |





10 ходов

Черновик

№5

$2^{2021} = 2^{2020}\cdot 2 = (2^{10})^{202}\cdot 2 > 10^{606}\cdot 2 \Rightarrow s(2^{2021}) \geq 607$

$2^{2021} = \frac{2^{2030}}{2^{9}} \times \frac{10^{609}}{2^{9}}$

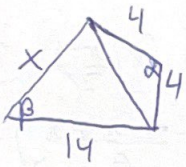
1,024

$\cancel{495 \times 495}$

$$\begin{array}{r} 445 \\ \times 445 \\ \hline 2225 \\ +1780\phantom{0} \\ 1780\phantom{00} \\ \hline 1980{,}25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 449 \\ \times 44 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 449 \\ \times 449 \\ \hline +4041 \\ 1796\phantom{0} \\ 1796\phantom{00} \\ \hline 2016{,}01 \end{array}$$




$\frac{14x\cdot\sin\beta + 16\cdot\sin\alpha}{2}$

$\left[\sqrt{45+\sqrt{2023}} - \sqrt{45-\sqrt{2023}}\right]$

$\sqrt{45+\sqrt{2023}} - \sqrt{45-\sqrt{2023}} > \sqrt{89{,}9} - \sqrt{0{,}1} = \sqrt{89{,}9} - 0{,}01 > 9$

$\sqrt{45+\sqrt{2023}} - \sqrt{45-\sqrt{2023}} < \sqrt{90} < 10$

449

$$\begin{array}{r} 95 \\ \times 95 \\ \hline 475 \\ +855\phantom{0} \\ \hline 25 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 91 \\ \times 91 \\ \hline +91 \\ 819\phantom{0} \\ \hline 8281 \end{array}$$

$(f(g))' = f'(g)\cdot g'$

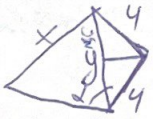
$(x^{\frac{1}{2}})' = \frac{1}{2}\cdot$

$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$\begin{array}{r} 449 \\ \times 449 \\ \hline +4041 \\ 1796\phantom{0} \\ 1796\phantom{00} \\ \hline 2016{,}01 \end{array}$$

$\frac{a_n}{a_{n+1}}\cdot\frac{a_{n+1}}{a_{n+2}}\cdot\ldots\cdot\frac{a_{2021}}{a_{2022}} = \frac{n^2+1}{((n+1)^2+1)(n+1)}\cdot\frac{(n+1)^2+1}{((n+2)^2+1)\cdot(n+2)}\cdot\ldots\cdot\frac{2021^2+1}{(2022^2+1)\cdot 2022} =$

$= \frac{(n^2+1)}{(2022^2+1)\cdot\frac{2022!}{n!}} = \frac{n!(n^2+1)}{(2022^2+1)\cdot 2022!}$




$y < 8$

$x < 14 + y < 22$

$14 < x + y \Rightarrow x > 6$

$\frac{14y\cdot\sin\alpha}{2} + S \quad 7y + 2\cdot\left(\frac{\frac{y}{2}\cdot\sqrt{16-\frac{y^2}{4}}}{2}\right) =$

$= 7y + \frac{y}{2}\cdot\sqrt{16-\frac{y^2}{4}}$

$\sqrt{16-} - (y^2 - y^2)$

$-\frac{1}{4}\cdot y^2 = 2y$

$-\frac{y}{2}$

$\left(7y + \frac{y}{2}\cdot\sqrt{16-\frac{y^2}{4}}\right)' = 7 + \frac{y}{2}\left(\sqrt{16-\frac{y^2}{4}}\right)' + \frac{1}{2}\cdot\sqrt{16-\frac{y^2}{4}} =$

$= 7 + \frac{y}{2}\cdot\frac{1}{2\sqrt{16-\frac{y^2}{4}}}\cdot\left(16-\frac{y^2}{4}\right)' + \frac{\sqrt{16-\frac{y^2}{4}}}{2} = 7 + \frac{y}{4\sqrt{16-\frac{y^2}{4}}}\cdot\left(-\frac{2y}{4}\right) + \frac{\sqrt{16-\frac{y^2}{4}}}{2}$

Черновик

№2

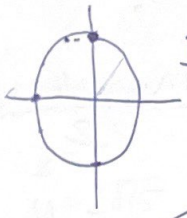
$$1234\sin^{20}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-789\cos^{23}\left(\alpha x+\frac{\pi}{3}\right)=2023$$

$$1234\sin^{20}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-789\cos^{23}\left(\alpha x+\frac{\pi}{3}\right)\le\left|1234\sin^{20}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\right|+\left|789\cos^{23}\left(\alpha x+\frac{\pi}{3}\right)\right|=$$

$$=2023 \Rightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\pm1,\ \cos\left(\alpha x+\frac{\pi}{3}\right)=-1$$

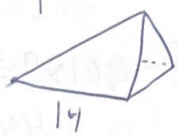
I. $\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1 \Rightarrow x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2} \Rightarrow \left[x=\frac{\pi}{6}\right.$

$\cos\left(\alpha x+\frac{\pi}{3}\right)=-1 \Rightarrow \cos\left(\frac{\alpha\pi}{6}+\frac{\pi}{3}\right)=-1 \Rightarrow \frac{\alpha\pi}{6}=\frac{2\pi}{3} \Rightarrow \alpha=4$



II. $\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=-1 \Rightarrow x=-\frac{5\pi}{6}$ или $\frac{\alpha\pi}{6}=-\frac{4\pi}{3} \Rightarrow$

$\cos\left(-\frac{\alpha\cdot5\pi}{6}+\frac{\pi}{3}\right)=-1 \Rightarrow -\frac{\alpha\cdot5\pi}{6}=\frac{2\pi}{3} \Rightarrow \Rightarrow \alpha=-8$



$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} -\frac{\alpha\cdot5\pi}{6}=\frac{2\pi}{3} \Rightarrow \alpha=-\frac{4}{5} \\ -\frac{\alpha\cdot5\pi}{6}=-\frac{4\pi}{3} \Rightarrow \alpha=\frac{8}{5} \end{array}\right.$

$-\frac{2}{3}:\frac{5}{6}=-\frac{12}{15}=-\frac{4}{5}$

$14\cdot\sqrt{15}+$

$14\sqrt{15}+$

№3

$$\log_5\left(|x^2-5|^3+1\right)+\sqrt{3x^4-7x^2+19}=\sqrt{2x^4+3x^2-6}$$

$y=x^2$

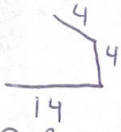
$$\log_5\left(|y-5|^3+1\right)+\sqrt{3y^2-7y+19}=\sqrt{2y^2+3y-6}$$

$(2y+2)(y-3)$ $\quad\sqrt{3\cdot5^2-7\cdot5+19}=\sqrt{59}$

$75-3$ $\quad 2\cdot50+15-6$

$y=5$ — корень

$(3y^2-7y+19)-(2y^2+3y-6)=y^2-10y+25=(y-5)^2$



$\frac{(n-1)^2+1}{(n^2+1)\cdot n}\cdot\frac{n^2+1}{((n+1)^2+1)\cdot(n+1)}=\frac{(n^2-2n+2)(n^2+1)}{n(n^2+2n+2)(n+1)}=\frac{n^2-2n+2}{n(n^2+2n+2)(n+1)}$

$(n^2+1)\cdot n$ $\quad\frac{(n-1)^2+1}{(n^2+1)\cdot n}\cdot\frac{n^2+1}{((n+1)^2+1)\cdot(n+1)}\cdot\frac{(n+1)^2+1}{((n+2)^2+1)\cdot(n+2)}$

$$\frac{a_{2022}}{a_1+\ldots+a_{2021}}$$

$$\frac{a_1+\ldots+a_{2021}}{a_{2022}}=\frac{a_1}{a_{2022}}+\ldots+\frac{a_{2021}}{a_{2022}}=\frac{a_1}{a_2}\cdot\frac{a_2}{a_3}\cdot\ldots\cdot\frac{a_{2021}}{a_{2022}}+\ldots+\frac{a_{2021}}{a_{2022}}=$$

$$=\frac{a_{2021}}{a_{2022}}\left(1+\frac{a_{2020}}{a_{2021}}\left(1+\frac{a_{2019}}{a_{2020}}\ldots\left(1+\frac{a_2}{a_3}\left(1+\frac{a_1}{a_2}\right)\right)\right)\right)\ldots$$

$\left(2k+\frac{2}{3}\right)\cdot6$

$\frac{(n-1)^2+1}{(n^2+1)\cdot n}+1$ $\quad\frac{2^2+1}{(3^2+1)\cdot3}=\frac{5}{30}=\frac{1}{6}$ $\quad\frac{6}{5}\cdot\frac{1}{6}=5$

$1+5=6$

$\frac{a_3}{a_4}\cdot6=\frac{3^2+1}{17\cdot4}=\frac{10}{68}=\frac{5}{34}\cdot6=\frac{15}{17}+1=\frac{32}{17}$

при $n=2$: $\frac{2}{10}+1=\frac{6}{5}$

$\frac{a_4}{a_5}\cdot\frac{32}{17}=$