0 572108 230004

57-21-08-23
(89.3)

+1 лист
+1 лист
+1 лист

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Выход 13:44
13:46

Вариант 3

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников ~~по математике~~ "Ломоносов"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Грунтова Дениса Андреевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
57-21-08-23	95	15	15	15	5	15	15	15	0

Задача 2 Чистовик

$$1234\sin^{20}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-789\cos^{23}\left(ax+\frac{\pi}{3}\right)=2023$$

заметим, что $\left|\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\right|\le 1 \Rightarrow \left|\sin^{20}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\right|\le 1$

$\left|\cos\left(ax+\frac{\pi}{3}\right)\right|\le 1 \Rightarrow \left|\cos^{23}\left(ax+\frac{\pi}{3}\right)\right|\le 1$

Отсюда:

$$1234\sin^{20}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-789\cos^{23}\left(ax+\frac{\pi}{3}\right)\le$$

$$\le 1234+789=2023$$

при чём равенство достигается только если:

$$\begin{cases}\sin^{20}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1\\ \cos^{23}\left(ax+\frac{\pi}{3}\right)=-1\end{cases}$$

значит ~~для~~ решения исходного уравнения удовлетворяют системе

$\sin^{20}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1$

$\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\pm 1$

$x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

$\boxed{x=\frac{\pi}{6}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}}$

решение должно принадлежать отрезку $[-\pi,\pi]\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~из~~ $x=\frac{\pi}{6}$ или $x=-\frac{5\pi}{6}$

$\cos^{23}\left(ax+\frac{\pi}{3}\right)=-1$

$\cos\left(ax+\frac{\pi}{3}\right)=-1$

$ax+\frac{\pi}{3}=\pi+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

$ax=\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

подставим

1) $a\frac{\pi}{6}=\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

$a=4+12n,\ n\in\mathbb{Z}$

$|a|\ge 4$

2) $a\cdot\left(-\frac{5\pi}{6}\right)=\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

$a=-\frac{4}{5}-\frac{12}{5}n,\ n\in\mathbb{Z}$

$|a|\ge\frac{4}{5}$

Ответ: $a=-\frac{4}{5}$

лист 1

Задача 3 лист 1 Чистовик

заметим, что $|x^2-5|^3+1 \geq 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \log_5(|x^2-5|^3+1) \geq 0$$

~~отсюда, что бы~~

$$\underbrace{\log_5(|x^2-5|^3+1)}_{\geq 0}+\sqrt{3x^4-7x^2+19}=\sqrt{2x^4+3x^2-6}$$

отсюда

$$\sqrt{3x^4-7x^2+19} \leq \sqrt{2x^4+3x^2-6}$$

т.к. $3x^4-7x^2+19>0$ $(D=49-4\cdot 19\cdot 3<0)$

то:

$0<3x^4-7x^2+19 \leq 2x^4+3x^2-6$ (для всех x ~~ВОЗ~~ являющихся решением)

эти x сразу ищем в ОДЗ

$x^4-10x^2+25 \leq 0$

$(x^2-5)^2 \leq 0$

$x^2-5=0$

$x^2=5$

если $x^2=5$:

$\log_5(|x^2-5|^3+1)=\log_5 1=0;$

~~$\log_5(|x^2-5|^3+1)+\sqrt{3x^4}$~~

$3x^4-7x^2+19=2x^4+3x^2-6 \Rightarrow \sqrt{3x^4-7x^2+19}=\sqrt{2x^4+3x^2-6}$

$\Rightarrow \log_5(|x^2-5|^3+1)+\sqrt{3x^4-7x^2+19}=\sqrt{2x^4+3x^2-6}$

итак, если $x^2=5$, то равенство выполняется, а чтобы оно выполнялось, необходимо, что бы $x^2=5$

$\Rightarrow x^2=5$ - корни уравнения

$\Rightarrow x=\pm\sqrt{5}$

(очев в ОДЗ, т.к. $\underbrace{2\cdot 5^2+3\cdot 5-6}_{2x^4+3x^2-6}>0$)

57-21-08-23
(89.3)

Задача 1 лист 1

$$S = \sqrt{45+\sqrt{2023}} - \sqrt{45-\sqrt{2023}}$$

$$S^2 = 45+\sqrt{2023} + 45 - \sqrt{2023} -$$

$$- 2\sqrt{(45+\sqrt{2023})(45-\sqrt{2023})} =$$

$$= 90 - 2\sqrt{45^2-2023} = 90-2\sqrt{2}$$

$$2 < 2\sqrt{2} < 3$$

$$88 > 90-2\sqrt{2} > 87$$

$$88 > S^2 > 87 \quad (S>0)$$

$$\sqrt{88} > S > \sqrt{87}$$

$$[S] = 9$$

чистовик

задача 5. лист 1 из 2 чистовик

докажем, что $S(2^n)+S(5^n)=n+1$

Индукция:

база $n=1$ $S(2)+S(5)=2$ ч.т.д.

пусть при $n=k$ $S(2^k)=x$; $S(5^k)=y$

$2^k=a$ $5^k=b$

Заметим, что при увеличении n на 1; $S(a)$ и $S(b)$ увеличатся не более, чем на 1:

если $S(a)=x \Rightarrow a<10^x$

$2a<2\cdot10^x<10^{x+1} \Rightarrow S(2a)\le x+1$

$S(b)=y \Rightarrow b<10^y$

$5a<5\cdot10^y<10^{y+1} \Rightarrow S(5a)\le y+1$

пусть $S(a)+S(b)$ увеличилось ~~хотя бы на~~ не на 1

(могло не измениться, увеличится на 2 или на 1)

Тогда 1) если увеличилось на 2:

$\Rightarrow S(2a)=x+1$ $S(5b)=y+1$

$\Downarrow$

$2a\ge10^x$ $5b\ge10^y$ (оба слагаемых ↑ на 1)

$\Rightarrow a\ge5\cdot10^{x-1}$; $b\ge2\cdot10^{y-1}$

при этом $a\ne5\cdot10^{x-1}$ и $b\ne2\cdot10^{y-1}$, т.к. a и b степени 2 и 5 соответственно

$\Rightarrow a>5\cdot10^{x-1}$ $b>2\cdot10^{y-1}$

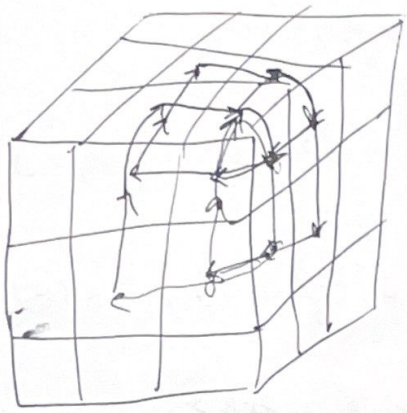
$\Rightarrow ab>10^{x+y-1}$

но $ab=2^k\cdot5^k=10^k>10^{x+y-1} \Rightarrow k>x+y-1$

и $S(2^k)+S(5^k)=k+1>x+y$

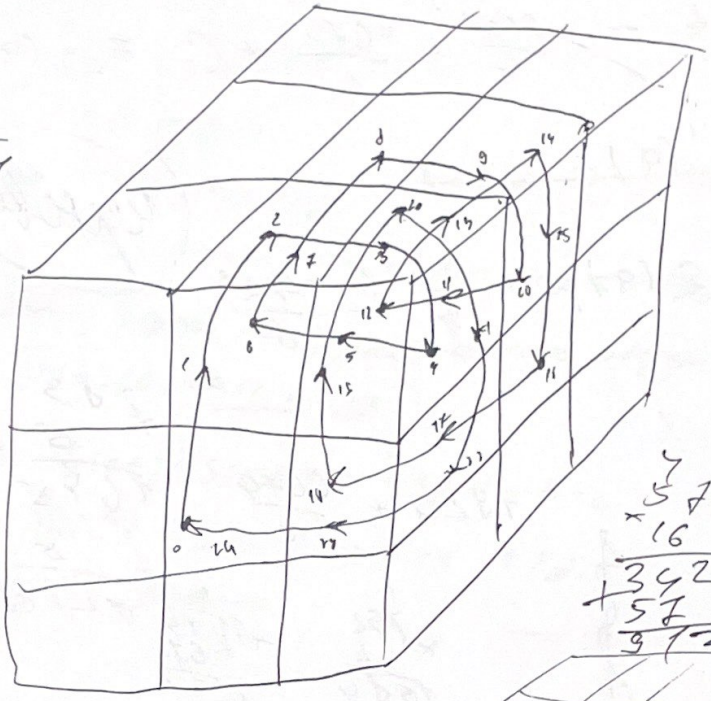
но $S(2^k)=x$ $S(5^k)=y \Rightarrow S(2^k)+S(5^k)=x+y>x+y$ ∅

57-21-08-23
(89.3)



черновик

32
196
×14
784
+196
2744



49
×14

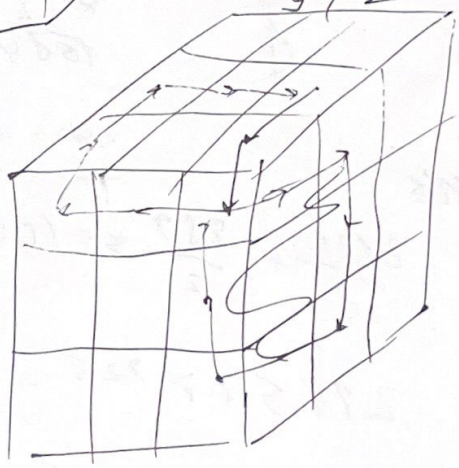
50
×14
−14

700
−14
686
68

−686

111

57
×16
342
+57
912



−1000
4

×57
14

×16
16

256
1028

$$\left(9+\frac{a}{2}\right)^2\left(11-\frac{a}{2}\right)\left(4+\frac{a}{2}\right)=f(a)$$

$$\left(\frac{a^2}{4}+18a+81\right)\left(-\frac{a^2}{4}-2a+\frac{11a}{2}+44\right)=f(a)$$

$$\left(\frac{a^2}{4}+18a+81\right)\left(-\frac{a^2}{4}+\frac{7a}{2}+44\right)=f(a)$$

$$-\frac{a^4}{4}+\frac{7a^3}{8}+11a^2-\frac{18a^3}{4}-63a^2+792a$$

$$-\frac{81a^2}{4}+\frac{667a}{2}+C=f(a)$$

$$\cancel{f'(a)=-a^3}$$

Черновик

$$f(a)=-\frac{a^4}{4}+\frac{-29a^3}{8}$$

$$792a+\frac{667a}{2}$$

$$\begin{array}{r} 792 \\ \times\ 2 \\ \hline 1584 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1584 \\ +\ 667 \\ \hline 2251 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 289 \\ \times\ 5 \\ \hline 1445 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1445 \\ \times\ 5 \\ \hline 7225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ \times\ 3 \\ \hline 87 \end{array}$$

$$\frac{2175}{8}+\frac{289}{2}\cdot 5=1000{,}5$$

$$2175+7225=10000{,}5\ 8$$

Задача 5. лист 2 из 2

2) если $S(a)+S(b)$ не изменось

$\Downarrow$

$S(2a)=x \qquad S(5b)=y$

$2a<10^x \qquad 5b<10^y$

$a<5\cdot 10^{x-1} \qquad b<2\cdot 10^{y-1}$

$ab<10^{x+y-1}$

$10^k<10^{x+y-1}$

$k<x+y-1$

Тогда $S(a)+S(b)=x+y$

$S(a)+S(b)=k+1<x+y \Rightarrow x+y<x+y$ ∅

(в обоих случаях по предположению индукции $S(a)+S(b)=\underline{k+1=x+y}$)

Отсюда $S(2a)+S(5b)=x+y+1=k+2$

$\Rightarrow S(2^{k+1})+S(5^{k+1})=k+2$ ч.т.д.

индукция доказана.

Тогда

$\underline{S(2^{2021})+S(5^{2021})=2022}$

листовик

Задание 6. Лист 1 из 2

Лемма 1: $a_n = \frac{n!\,(n^2+1)}{2}$

база: $a_1 = \frac{1!\,(1^2+1)}{2} = 1$

$\cancel{a_2 = \frac{2!\,(2^2+1)}{2} = 5}$

$\frac{a_2}{a_1} =$

перход. пусть $a_k = \frac{k!\,(k^2+1)}{2}$

$$\frac{a_{k+1}}{a_k} = \frac{((k+1)^2+1)(k+1)}{k^2+1}$$

$$a_{k+1} = \frac{k!\,\cancel{(k^2+1)}}{2} \cdot \frac{((k+1)^2+1)(k+1)}{\cancel{(k^2+1)}} =$$

$$= \frac{(k+1)!\,((k+1)^2+1)}{2} \text{ ч.т.д.}$$

Лемма доказана.

Пусть S_n – сумма первых n членов последовательности

Лемма 2: $S_n = \frac{n!\,(n+1)n}{2}$

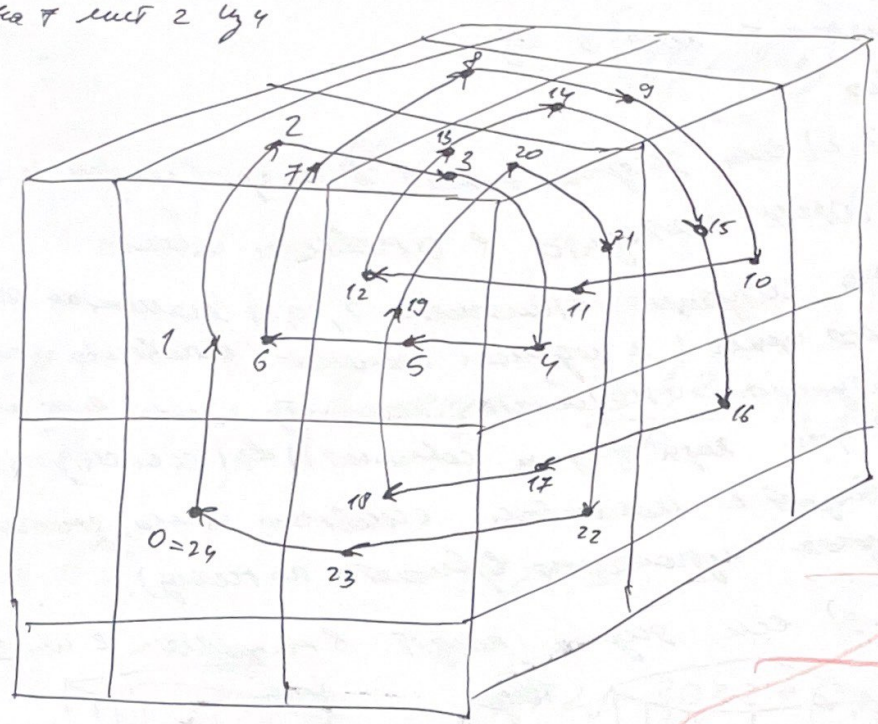
Индукция

база $S_1 = \frac{1!\,(1+1)1}{2} = 1$

перход: пусть $S_k = \frac{k!\,(k+1)k}{2}$

чистовик

Задача 7 лист 2 из 4

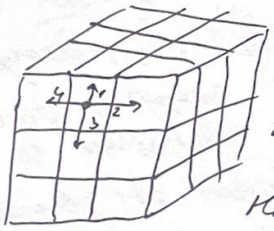


Будем называть этот цикл основным.

Посмотрим, где может располагаться стартовая клетка жучка:

1) если стартовая клетка – одна из центральных, то жучок просто ползает по основному циклу.

2) если стартовая клетка – одна из боковых:



Тогда жучок может ползти по одному из направлений 1–4.

2.1) если жучок начинает ползти в первом направлении, то ~~он находится в основном цикле~~ через 2 минуты он окажется в центральной клетке после хода первого типа => он в основном цикле

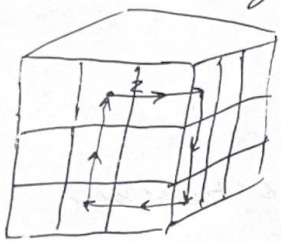
Чистовик

задача 7. лист 3 из 4

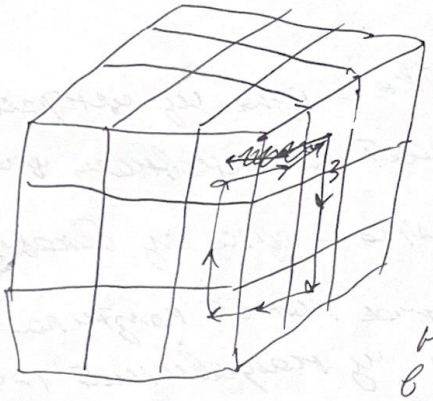
2.2) если жучок ползёт в направлении 4, то он тоже находится в основном цикле

(эта ситуация аналогична 2, 10, 18 моментам основного цикла (я подписал моменты основного цикла, ситуация аналогична моменту цикла если клетка и тип поля жучка совпадают)) (если ситуация совпадает с моментом основного цикла, значит жучок циклично двигается по нему).

2.3) если жучок ползёт в направлении 2 или 3:



тогда



в этом случае жучок тоже зациклится но он будет посещать конкретные 8 клеток, каждую с периодом в 8 секунд, тогда он никогда не сможет сказать, что был в этом же квадратике 10 секунд назад, значит он двигается точно не так.

чистовик

57-21-08-23
(89.3)

Черновик

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times\ 6 \\ \hline 216 \end{array}$$

$216 +$

$$\begin{array}{r} 84 \\ \times\ 36 \\ \hline 522 \\ +\ 251 \\ \hline 3032 \end{array}$$

$216 + \frac{3032}{8} + 167 =$

$= 1125{,}5$

$$\begin{array}{r} 289 \\ \times\ 3 \\ \hline 867 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 216 \\ \times\ 8 \\ \hline 1728 \end{array}$$

$1728 + 3032 + 6936$

~~4502~~

9004

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times\ 7 \\ \hline 231 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 867 \\ \times\ 8 \\ \hline 6936 \end{array}$$

1125

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times\ 33 \\ \hline 132 \\ + \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times\ 7 \\ \hline 343 \end{array}$$

$$\left(\frac{a^2}{4} + 7a + 49\right)\left(-\frac{a^2}{4} + \frac{11a}{2} + \frac{39}{2} - 33\right) =$$

$$= \left(\frac{a^2}{4} + 7a + 49\right)\left(-\frac{a^2}{4} + 7a - 33\right) =$$

$$= -\frac{a^4}{16} + \cancel{\frac{7a^3}{4}} - \frac{33a^2}{4} - \cancel{\frac{7a^3}{4}} + 49a^2 - 231a +$$

$$+ - \frac{49a^2}{4} + 3439 - C$$

$$= -\frac{a^4}{16} \cdot -$$

задача 4 лист 2 из 2

$f(a)=(7+\frac{a}{2})^2(\frac{a}{2}-3)(11-\frac{a}{2})$

$f(a)=\left(\frac{a^2}{4}+7a+49\right)\left(-\frac{a^2}{4}+\frac{11a}{2}+\frac{3a}{2}-33\right)$

$f(a)=\left(\frac{a^2}{4}+7a+49\right)\left(-\frac{a^2}{4}+7a-33\right)$

$f(a)=-\frac{a^4}{16}+\cancel{\frac{7a^3}{4}}-\frac{33a^2}{4}-\cancel{\frac{7a^3}{4}}+49a^2-231a-\frac{49a^2}{4}+343a+C$

$f(a)=-\frac{a^4}{16}+\frac{114a^2}{4}+112a+C$

$f'(a)=-\frac{a^3}{4}+57a+112$

$a=18$

чистовик

лист 1 из 2

Задача 4. Пусть четвёртая сторона равна a.

~~для четырёхугольника с данны~~

Среди четырёхугольников с данными сторонами наибольшую площадь имеет вписанный (известный факт, встречается например в ~~книге~~ учебнике)

для вписанного четырёхугольника площадь равна:

$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$ (формула Брахмагупты)

где a, b, c, d – стороны

$p = 11 + \frac{a}{2}$

$S = \sqrt{(7+\frac{a}{2})(7+\frac{a}{2})(\frac{a}{2}-3)(11-\frac{a}{2})}$

пусть $f(a) = \sqrt{(7+\frac{a}{2})^2(\frac{a}{2}-3)(11-\frac{a}{2})}$

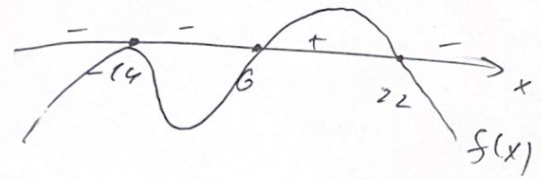
мы хотим найти максимум этой функции

при этом $a + 4 + 4 > 14 \Rightarrow a > 6$

$a < 14 + 4 + 4 \Rightarrow a < 22$

$\Rightarrow f(a)$ определена на всех таких a

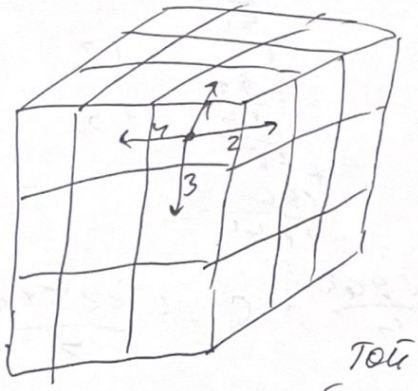
$\Rightarrow f(x) = (7+\frac{a}{2})^2(\frac{a}{2}-3)(11-\frac{a}{2})$



Чистовик

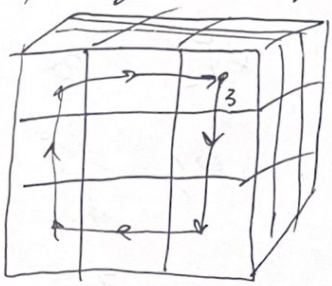
задача 7. лист 4

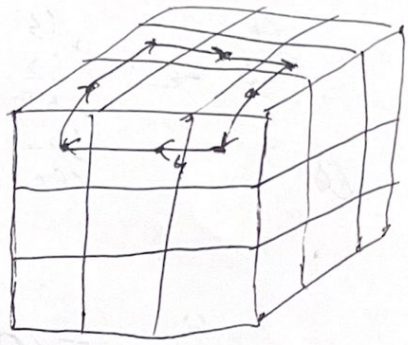
3) жучок стартовал из угловой клетки. ч 4



3.1) если жучок двигается в направлении 1 или 2, то через 2 секунды оказывается в боковой клетке ~~и тип~~ ~~хода~~ после хода первого или второго. Эта ситуация аналогична той, в которой он бы стартовал из боковой клетки, значит ~~если~~ он может двигаться только по основному циклу.

3.2) жучок стартовал в направлении 3 или 4:





в этих случаях жучок зацикливается с периодом 8 и аналогично со случаем 2.3 эта ситуация невозможна

Перебор этих вариантов даёт нам осознание того, что жучок двигается по основному циклу.

Тогда посмотрим, через сколько секунд повторяются клетки в основном цикле:

- угловые: 24
- боковые: 5, 19
- угловые: 10, 6, 7

если жучок сядет, чтобы в этой же клетке 10 сек. назад, то он обязан был быть в угловой, и в следующий раз окажется в ней через 7 секунд

чистовик

Черновик

$14 \times 14 = 56$, $+14 = 196$, $\times 14 = 784$, $+196 = 2744$

11
12
13

$$f(a) = -\frac{a^4}{4} - \frac{29a^3}{8} - \frac{289a^2}{4} + C + \frac{2251a}{2}$$

$$f'(a) = -a^3 - \frac{87a^2}{8} - \frac{289}{2}a + \frac{2251}{2} = 0$$

64×8 $\quad 15 \times 15 = 39 + 15 = 169$ $\quad 169 \times 13$ $\quad 144 \times 12$ $\quad \cancel{10}$

$\cancel{8}$ $\quad 121 \times 11$ $\quad \cancel{9}$ $\quad \cancel{8}$

$343 - 231 = 112$ $\quad 7$

$9 \quad -1000 -$ $\quad 6$

$512 + 87 \cdot 8 + 289 \cdot 8$ $\quad 87 \times 25 = 435 + 174 = 2175$ $\quad \cancel{5}$ $\quad \cancel{4}$ $\quad \cancel{3}$

$49 \times 4 = 196$ $\quad - 64 - 87 \cdot 2 - 289 \cdot 2$

$196 - 82 = 114$ $\quad - 125 - \frac{87 \cdot 25}{8} - \frac{289}{2} \cdot 25 = -1125{,}5$

$99 + 53 = 2$ $\quad 49 + 33 = 82$ $\quad -125 - 125 + \frac{2175}{8} + \frac{289}{2} \cdot 5 = 1125{,}5$

Задача 6. лист 2 из 2

$S_{k+1} = S_k + a_{k+1}$

$a_{k+1} = \frac{(k+1)!\,((k+1)^2+1)}{2}$ (условие)

$S_k = \frac{k!\,(k+1)k}{2}$ (предположение индукции)

$S_{k+1} = \frac{k!\,(k+1)k}{2} + \frac{(k+1)!\,((k+1)^2+1)}{2} =$

$= \frac{(k+1)!\,(k+(k+1)^2+1)}{2} = \frac{(k+1)!\,((k+1)(k+1+1))}{2} =$

$= \frac{(k+1)!\,(k+1)(k+2)}{2}$ ч.т.д.

Лемма доказано

Отсюда:

$a_{2022} = \frac{2022!\,(2022^2+1)}{2}$

$S_{2021} = \frac{2021!\cdot 2022\cdot 2021}{2}$

$\frac{a_{2021}}{S_{2021}} = \frac{\frac{\cancel{2022!}\,(2022^2+1)}{\cancel{2}}}{\frac{\cancel{2022!}\cdot 2021}{\cancel{2}}} = \frac{2022^2+1}{2021}$

чистовик

Задача 7. лист 1 из 4

заметим, что жучок обязательно будет ползать по циклу, при чём этот цикл будет без предпериода.

1) всего конечное количество клеток на которых жучок может оказаться, и различное кол-во типов ходов, которыми он может уйти с этих клеток, поэтому когда-нибудь ~~две~~ клетка и тип хода жучка совпадут => он попадёт в цикл

2) по клетке жучка и его типу хода (текущего) можно восстановить его предыдущий ход => => пред-периода нет.

рассмотрим случаи как может "зациклиться" жучок.

I) пусть жучок после хода $\frac{1}{2}$ тика оказался в одной из центральных клеток.

Тогда пусть он для определённости, на мицевой грани и сейчас смотрит вверх (после поворота направо):

Тогда мы однозначно можем восстановить как он будет ползать / ползал до этого.

чистовик

$$S_n = n! \cdot \frac{(n+1)n}{2}$$

$$S_{n+1} = S_n + \frac{(n+1)!\,((n+1)^2+1)}{2}$$

$$S_{n+2} = \frac{n!\,(n+1)n}{2} + \frac{(n+1)!\,((n+1)^2+1)}{2} =$$

$$= \frac{(n+1)!\,(n+(n+1)^2+1)}{2} =$$

$$= \frac{(n+1)!\,(n+1)(n+2)}{2}$$

$$S_n = n!\,\frac{(n+1)n}{2}$$

$$a_n = n!\,\frac{(n^2+1)}{2}$$

$$\frac{a_{2022}}{S_{2021}} = \frac{\frac{2022!\,(2022^2+1)}{2}}{\frac{2021!\,(2022)\cdot 2021}{2}}$$

$$\frac{2022\,(2022^2+1)}{2022\cdot 2021} = \frac{2022^2+1}{2021}$$

$7-36=-29$

Черновик

$a_1 = 1$ $\quad S_0 = 0$

$a_2 = 5$ $\quad S_1 = 1$

$a_3 = 30$ $\quad S_2 = 6 = 2 \cdot 3$

$a_4 = 204$ $\quad S_3 = 36 = \cancel{9 \cdot 4}\ 6 \cdot 6$

$a_5 = 1560$ $\quad S_4 = 240 = 24 \cdot 10$

$a_6 =$ $\quad S_5 = 1800 = 120 \cdot 15$

$$a_n = \frac{n!\,(n^2+1)}{2}$$

$$a_{n+1} = \frac{a_n \cdot ((n+1)^2+1)\,n}{(n^2+1)}$$

Черновик

$$a_5 = \frac{120 \cdot 26}{2} =$$

$4! = 24$ $\quad = 26 \cdot 60$

$3! = 3$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{5 \cdot 2}{2} = 5$$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{10 \cdot 3}{5} = 6$$

$$\begin{array}{r} 1560 \\ +\ 240 \\ \hline 1800 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 26 \\ \times\ 60 \\ \hline 1560 \end{array}$$

$$\frac{a_4}{a_3} = \frac{17 \cdot 4}{10} = \frac{17 \cdot 2}{5}$$

$$a_4 = 30 \cdot \frac{17 \cdot 2}{5} = 6 \cdot 2 \cdot 17$$

$$\begin{array}{r} -1800 \\ -12 \\ \hline -60 \\ -60 \\ \hline 0 \end{array} \quad \Big|\, \begin{array}{l} 120 \\ \hline 15 \end{array}$$

a_{23}

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times\ 12 \\ \hline 34 \\ +\ 17 \\ \hline 204 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 204 \\ +\ 36 \\ \hline 240 \end{array}$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{(2^2+1) \cdot 2}{(2-1)^2+1}$$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{(3^2+1) \cdot 3}{2^2+1} \qquad \frac{a_3}{a_1} = \frac{2 \cdot 3 \cdot (3^2+1)}{2}$$

$$\frac{a_4}{a_3} = \frac{(4^2+1) \cdot 4}{3^2+1} \qquad \frac{a_4}{a_1} = 2 \cdot 3 \cdot 4\,(4^2+1) = \frac{4!\,(4^2+1)}{2}$$

$3x^4 - 7x^2 + 19 > 2x^4 + 3x^2 - 6$

$x^4 - 10x^2 + 25 > 0$

черновик

$2S_2 = 2\cdot 6 = 12$ $\quad t^2 - \overset{10}{5t} + 25 > 0$

$2S_3 = 9\cdot 8$ $\quad$ ~~всегда?~~

$2S_4 = 24\cdot 20$ $\quad (t-5)^2 > 0$

$2S_5 = 120\cdot 30$ $\quad$ при всех t $\quad t = 5$

$x^2 = 5$

решение

$6 = 3\cdot 2$

$12 = 4\cdot 3$

$20 = 5\cdot 4$ нечет

$30 = 6\cdot 5$

$\log_5(|x^2-5|^3+1) < 0$

$|x^2-5|^3+1 < 1$

невозможно

$|x^2-5|^3+1 \geq 1$

$\log_5(|x^2-5|^3+1) \geq \log_5 1 = 0$

$2S_n = n!\cdot(n+1)\cdot n$?

$S_k = k!\cdot f$

$k!\cdot f + \dfrac{(k+1)!\,(k^2+1)}{2}$

$k!\left(f + \dfrac{(k+1)(k^2+1)}{2}\right)$

S_{k+1} $\quad k!\left(f + \dfrac{(k+1)^3 + (k+1)}{2}\right)$

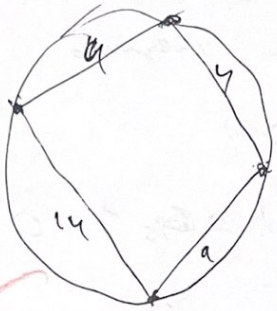
	a	n	b	k	S
$ab = 10^1$	2	1	5	1	2
$ab = 10^2$	4	1	25	2	3
$ab = 10^3$	8	1	125	3	4
$ab = 10^4$	16	2	625	4	5

$a \to 2a$

$b \to 5b$

$11 + \frac{a}{2}$

$a > b$

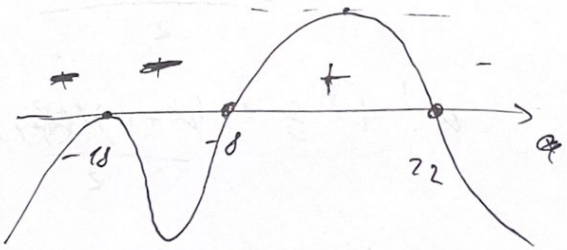


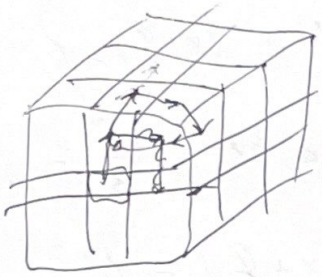
$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$

$p = 11 + \frac{a}{2}$

$S = \sqrt{14 \cdot 8 \cdot \left(a + \frac{a}{2}\right) \cdot \left(a + \frac{a}{2}\right)\left(14 - \frac{a}{2}\right)\left(4 + \frac{a}{2}\right)}$

черновик





неравен

$5^{2021} = \frac{10^{2021}}{2^{2021}}$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 45 \\ 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$ab = 10^1$

$ab = 10^2$

2	5	2
4	25	3
8	125	4
16	625	5
32		

$$\left(\sqrt{45+\sqrt{2023}} - \sqrt{45-\sqrt{2023}}\right)^2$$

$$= 45+\sqrt{2023} + 45 - \sqrt{2023} -$$

$$- 2\sqrt{(45+\sqrt{2023})(45-\sqrt{2023})} =$$

$$= 90 - 2\sqrt{2}$$

$$2 < 2\sqrt{2} < 3$$

$$87 < 90 - 2\sqrt{2} < 88$$

$$\begin{array}{r} +1234 \\ 789 \\ \hline 2023 \end{array}$$

$ab = 10^{n+m-1}$

$n+1$ $m+1$

$n+m$ цифр

a b

2 5

$a \geq 5 \cdot 10^{n-1}$ $b \geq 2 \cdot 10^{m-1}$

$\cancel{ab \geq 10^{n+m-1}}$

$$\begin{array}{r} 1234 \\ +\ 789 \\ \hline 2023 \end{array}$$

$\sin^{10}(x+\frac{\pi}{3})=1$

$\cos^{23}(ax+\frac{\pi}{3})=-1$

Черновик

$\frac{a_2}{a_1}=\frac{5\cdot 2}{2}=5$

$a_2=5$

$\sin(x+\frac{\pi}{3})=1$

$\cos(ax+\frac{\pi}{3})=-1$

$a_3=30$

$\frac{a_3}{a_2}=\frac{10\cdot 3}{5}=6$

$x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

$\frac{a_4}{a_3}=\frac{17\cdot 4}{10}$

$ax+\frac{\pi}{3}=\pi+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

$x=\frac{\pi}{6}+2\pi n$

$a_4=3\cdot 4\cdot 17$

$x=\frac{\pi}{6}$

$1+5=6$

$a\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}=\pi+2\pi n$

$1+5+6=12$

$a_4=17\cdot 12$

$a\frac{\pi}{6}=\frac{2\pi}{3}+2\pi n$

$17\cdot 12$

$a=4+12n$

$a=4$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times\ 45 \\ \hline 225 \\ +180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$-\frac{4}{5}-\frac{12}{5}n$

$-\frac{4}{5}$

$\frac{a_5}{a_4}=\frac{26\cdot 5}{16+1}=\frac{26\cdot 5}{17}$

$-\frac{4}{5}\times\frac{12}{5}=\frac{1}{5}$

$a_5=3\cdot 4\cdot 26\cdot 5$