82-92-25-70
(83.1)

дешифр

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вход: 13 18
Возврат: 13 21

Вариант _____

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Фалалеева Сергея Яновича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
82-92-25-70	75	15	15	15	0	15	15	0	

75 (семьдесят пять) сз

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Гайфа

82-92-25-70
(83.1)

Черновик:

$x^2 - y^2 - 4x - 6y - 58 = 0.$

$x^2 - 4x + 4 - 4 - y^2 - 6y - 9 + 9 = 58.$

$(x-2)^2 - (y+3)^2 + 1 = 53$

$(x-2)^2 - (y+3)^2 = 48$

$a = x - 2$

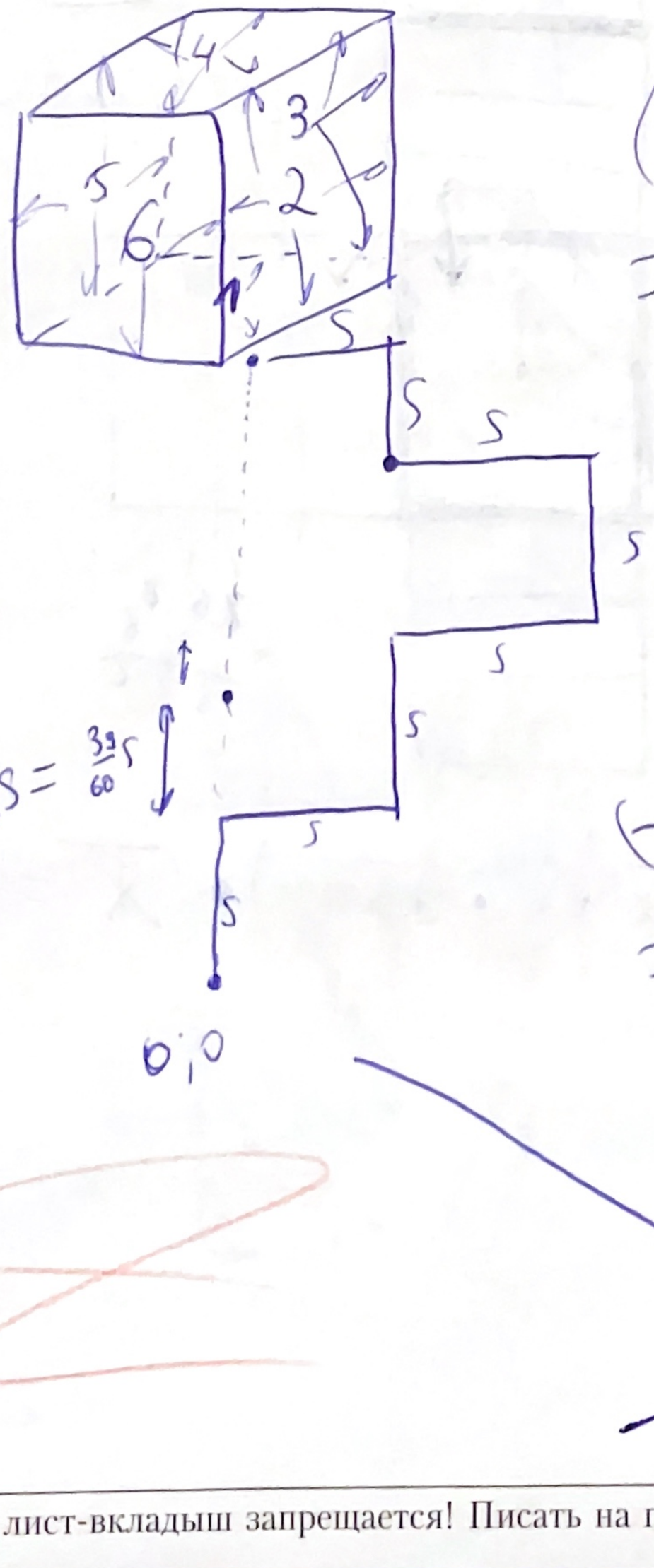
$b = y + 3$

~~$(x-2+y+3)(x-2-y-3)=48$~~

~~$x-y$~~

$a^2 - b^2 = 48$

$(a-b)(a+b) = 48$



$(6 \cdot 4)^3 : 4 =$

$= 6^3 \cdot 4^3 : 4 =$

$= 6^3 \cdot 4^2 =$

$= 2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^4 =$

$= 2^7 \cdot 3^3$

$(-5)^2 - (-5)^2 -$

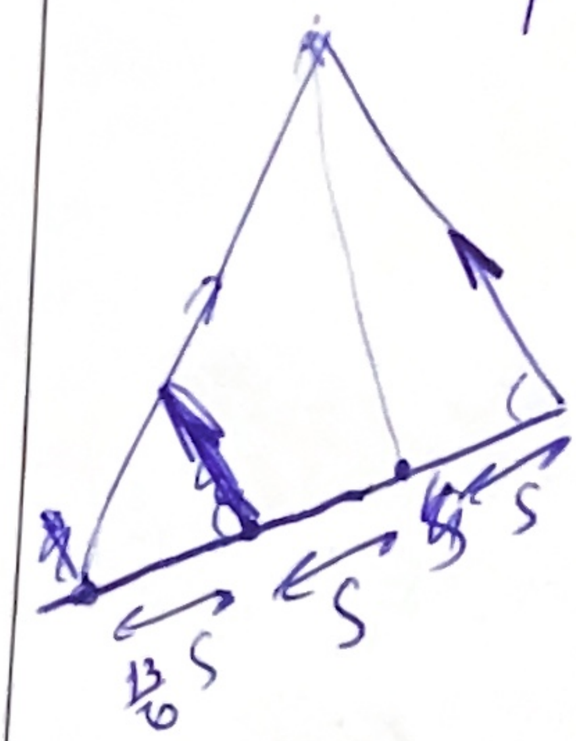
$(-7)^2 - 3^2 - 4 \cdot (-7) - 6 \cdot 3 =$

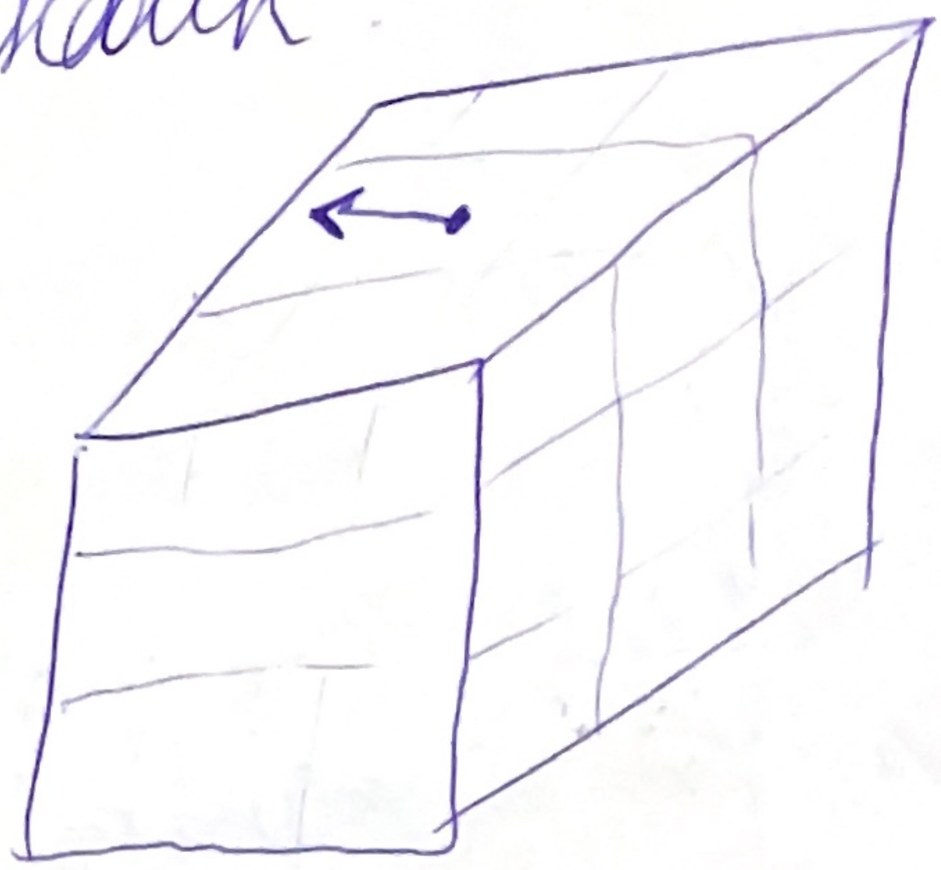
$= 49 - 9 + 28 - 18 =$

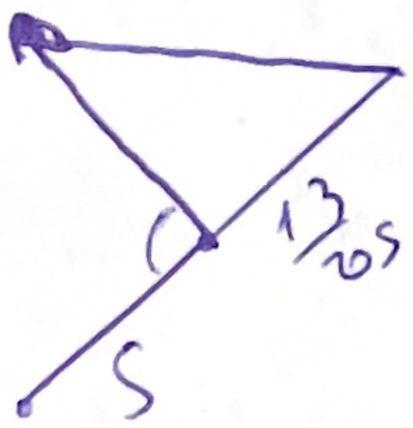
$= 40 + 10 = 5$

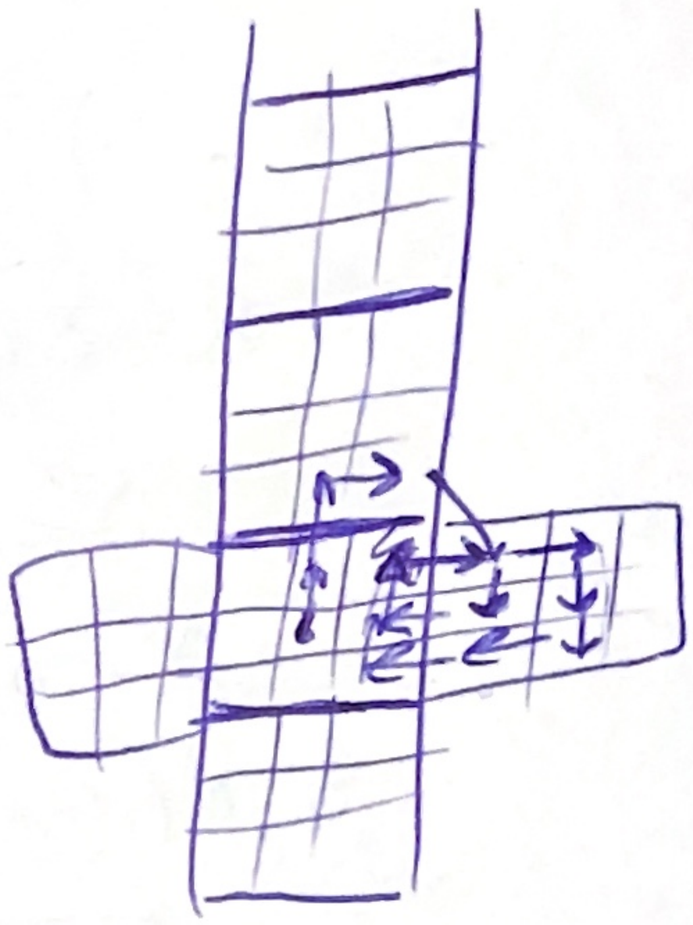
Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

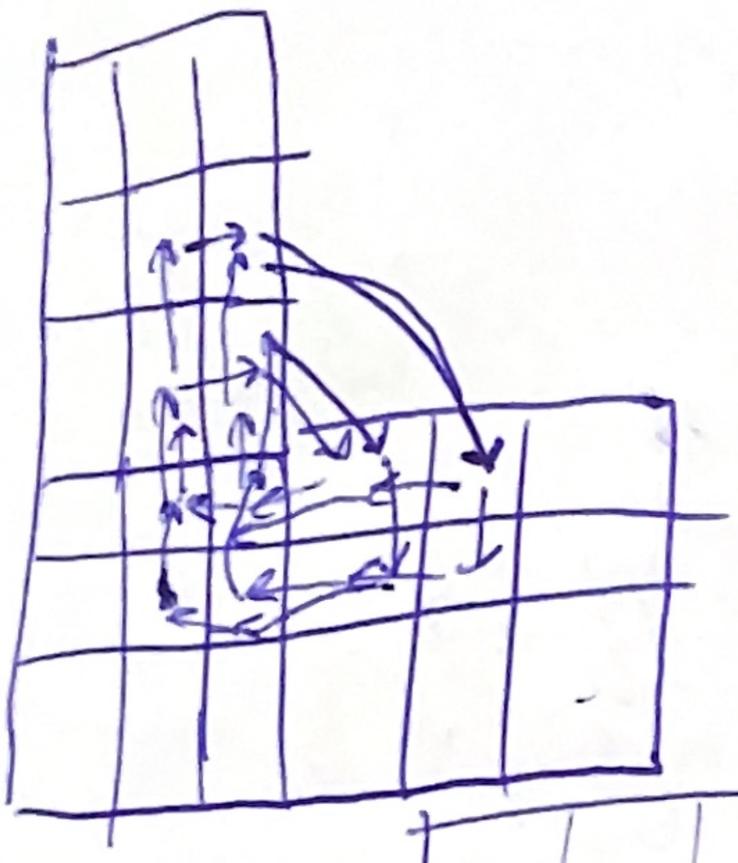
Черновик:

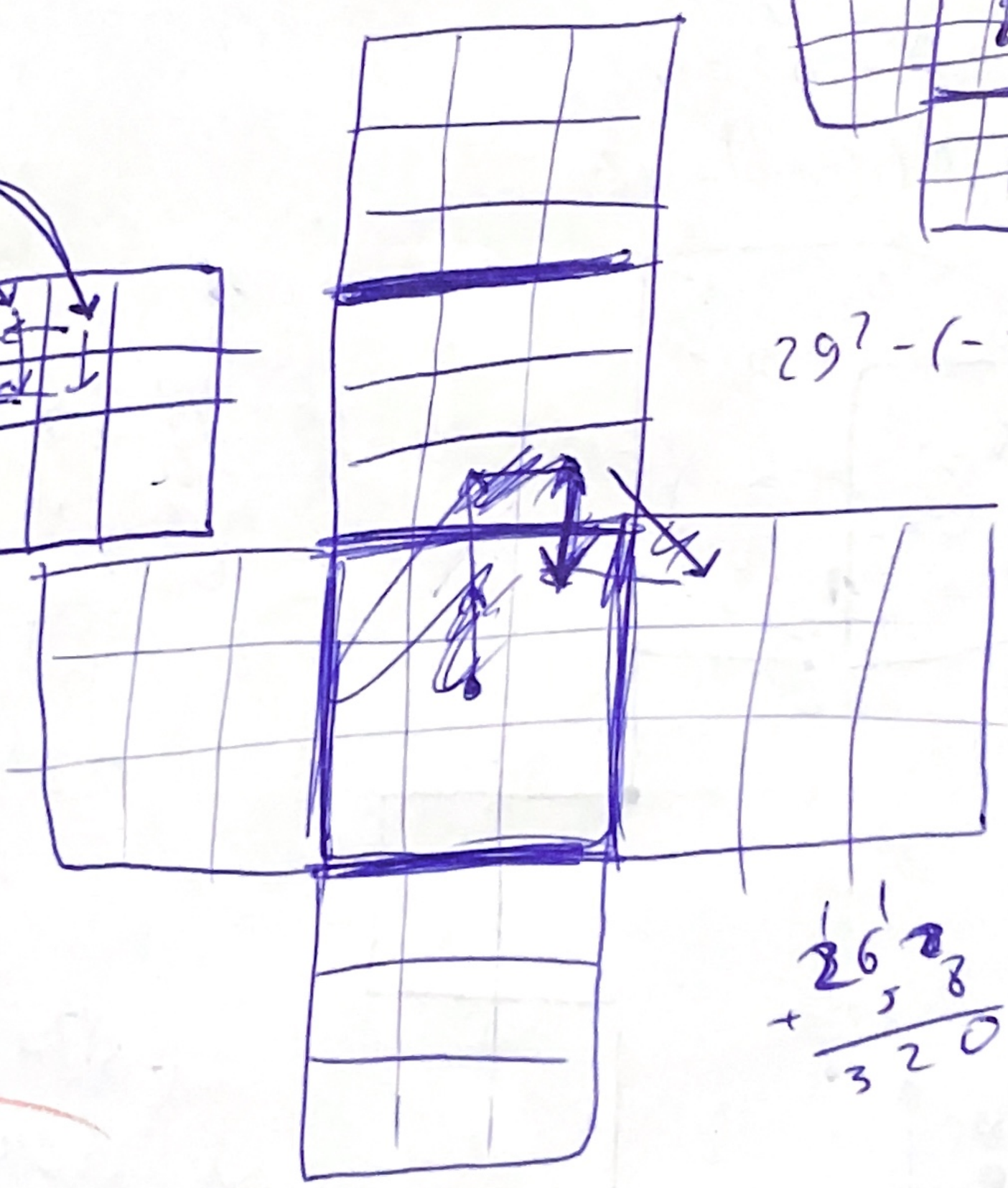












$29^2 - (-29)^2 - 4 \cdot 29 + 61$

$$\begin{array}{r} 26 \\ +\ 5\ 8 \\ \hline 3\ 2\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 216 \\ \times\ 16 \\ \hline \end{array}$$

$(200+16) \cdot 16 =$

$= 200 \cdot 16 + 256 =$

$= 32 \cdot 100 + 256 =$

$= 3200 + 256 =$

$= 3456$

$$\left(\overline{**} + \overline{*} \cdot \overline{***}\right) \bullet \overline{*} = \overline{*}\,B$$

82-92-25-70
(83.1)

Черновик:

$(\overline{**} + \overline{*} \cdot \overline{***}) \cdot \overline{*} = \overline{*}$

$(78 + \overline{3 \cdot 124}) \cdot 2 = \overline{900}$

$(\overline{ОИ} + \overline{Г} \cdot \overline{РКД}) \cdot \overline{В} = \overline{У}$

$(\overline{**} + \overline{*} \cdot \overline{***}) \cdot \overline{*} = \overline{*}$

$\overline{58} \quad 2 \cdot \overline{120} \quad \overline{3} \quad \overline{900}$

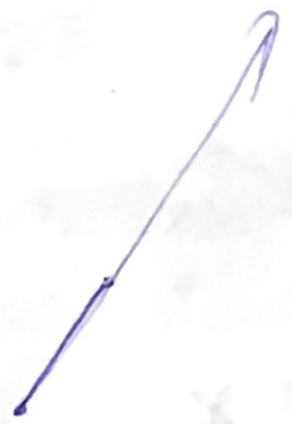
$ОИ + \quad \overline{Г} = \overline{У}$

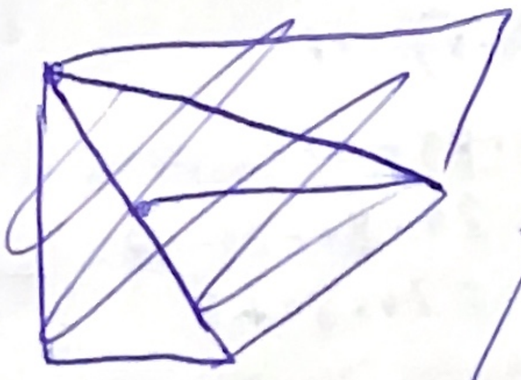
$\overline{В}$

300

$(58 + 2 \cdot 121) \cdot 3 = 900$

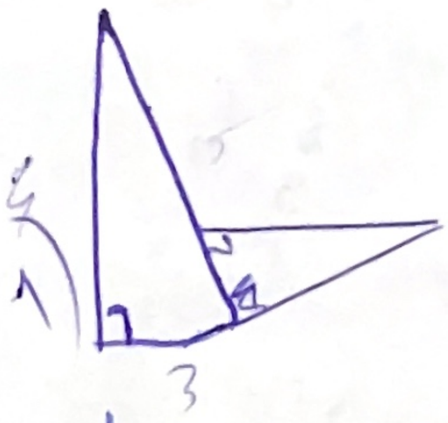
$(\overline{НИ} + \overline{В} \cdot \overline{РКА}) \cdot \overline{Г} = \overline{У}$

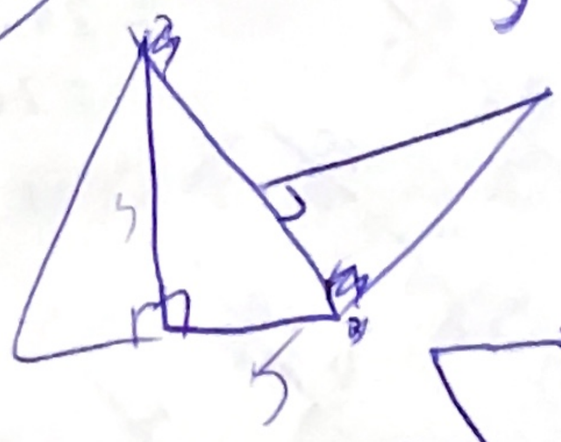


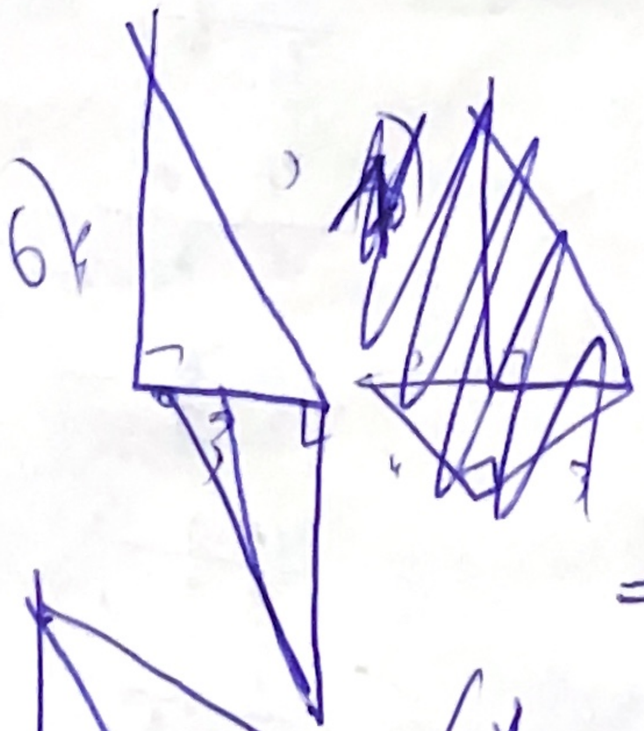


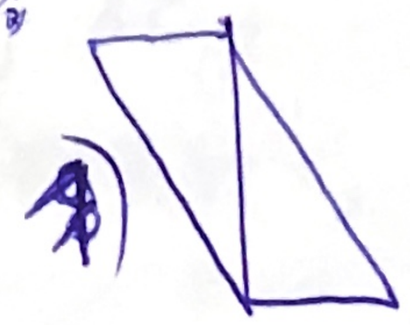
15

5









Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Черновик:

11 9/11

2023 | 24

$n \equiv x \pmod{}$

2023 =

= 2400 − 240 − 120 − 17 =

= 24(100 − 10 − 5) − 17 =

$n \% 11 = (n) \% 124$

= 24(90 − 5) − 17 =

= 24 · 85 − 17 =

= 24 · 84 + 24 − 17 =

= 24 · 84 + 7

11 · 12 = 132

24 · 31 =

= (20 + 4)(30 + 1) =

= 600 + 20 + 120 + 4 =

= 720 + 20 + 4 =

= 744

744 : 11

24 · 31 =

= (20 + 4)(30 + 1) =

= 600 + 20 + 120 + 4 =

= 720 + 20 + 4 =

= 744

9 · 12 = 11 · 10

132
264
396
528
660

3 · 124 =

= 300 + 12 =

= 372 − 78 =

= 320 + 80 =

= 400

744 : 11

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

82-92-25-70
(83.1)

№1 Участник: 1 из 4

Выпишем показания настоящих часов и 11-часовых:

Кол-во часов	Настоящие	11-часовые
1	1	1
2	2	2
3	3	3
⋮	⋮	⋮
11	11	11
12	1	12
13	2	1
⋮	⋮	⋮
22	11	10

1-ый оборот 11-часовых

2-ой оборот 11-часовых

⋮	⋮	⋮
127	1	2
123	2	3
⋮	⋮	⋮
131	10	11
132	11	12
	1	1

12-ый оборот 11-часовых

(132 = 11 · 12)
(цикл)

Мы видим, что показания настоящих часов и 11-часовых совпадают в начале цикла из 132 часов на 11 часов.

Посчитаем, сколько часов в марте:

$31 \cdot 24 = (30+1)(20+4) =$
$= 600 + 120 + 20 + 4 =$
$= 720 + 24 = 744 =$
$= 660 + 84 =$
$= 132 \cdot 5 + 84$

Получаем, что в марте произошло пяти циклов и первые 84 часа 6-ого цикла. Посчитаем, кол-во одинаковых показаний часов: $5 \cdot 11 + 11 = 66$ ч

Следовательно, доля времени в марте, ~~показания этих~~ в которой показания двух часов совпадают, равна $\frac{66}{744} =$

$= \frac{33}{360+12} = \frac{33}{372} = \frac{11}{124}$

Ответ: $\frac{11}{124}$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Чистовик: 2 из 4

№ 2

Сначала рассмотрим, сколько вариантов постановки есть у одного кубика: ~~Поставивкакого~~ Поставив каждый кубик на одну из 6 граней, мы можем повернуть его вокруг вертикальной оси 4 раза.

Следовательно, каждый кубик мы можем поставить $6 \cdot 4 = 24$ способами

~~Всего~~ Всю же башню можно поставить $(24)^3 = 4^3 \cdot 6^3$ способами.

Чтобы учесть одинаковость башен, получаемых при повороте вокруг вертикальной оси, разделим получившийся результат на 4 (в данном способе каждую такую одинаковую башню мы посчитали 4 раза).

Следовательно, искомое число способов равно $4^3 \cdot 6^3 : 4 = 4^2 \cdot 6^3 =$

$= 3456$ способов.

Ответ: 3456 способов

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша

№ 3

$x, y \in Z$

Черновик:

$x^2 - y^2 - 4x - 6y - 38 = 0$

$x^2 - 4x - (y^2 + 6y) = 58$

$x^2 - 4x + 4 - (y^2 + 6y + 9) + 9 = 58 + 4$

$(x-2)^2 - (y+3)^2 + 9 = 58 + 4$

$(x-2)^2 - (y+3)^2 = 45$

$(x - 2 + y + 3)(x - 2 - y - 3) = 45$

$(x + y + 1)(x - y - 5) = 45$

Из этого уравнения получаем совокупность систем:

$\begin{cases} x+y+1 = -45 \\ x-y-5 = -1 \end{cases} \Rightarrow 2x - 4 = -46 \Rightarrow 2x = -42 \Rightarrow x = -21 \Rightarrow y = -25$ $(-21; -25)$

$\begin{cases} x+y+1 = -15 \\ x-y-5 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = -16 \\ x-y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x = -7 \\ y = -9 \end{matrix}$ $(-7; -9)$

$\begin{cases} x+y+1 = -9 \\ x-y-5 = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = -10 \\ x-y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x = -5 \\ y = -5 \end{matrix}$ $(-5; -5)$

$\begin{cases} x+y+1 = -5 \\ x-y-5 = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = -6 \\ x-y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x = -5 \\ y = -1 \end{matrix}$ $(-5; -1)$

$\begin{cases} x+y+1 = -3 \\ x-y-5 = -15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = -4 \\ x-y = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x = -7 \\ y = 3 \end{matrix}$ $(-7; 3)$

$\begin{cases} x+y+1 = -1 \\ x-y-5 = -45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = -2 \\ x-y = -40 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x = -21 \\ y = 19 \end{matrix}$ $(-21; 19)$

$\begin{cases} x+y+1 = 45 \\ x-y-5 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 44 \\ x-y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x = 25 \\ y = 19 \end{matrix}$ $(25; 19)$

$\begin{cases} x+y+1 = 15 \\ x-y-5 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 14 \\ x-y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x = 11 \\ y = 3 \end{matrix}$ $(11; 3)$

$\begin{cases} x+y+1 = 9 \\ x-y-5 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 8 \\ x-y = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x = 9 \\ y = -1 \end{matrix}$ $(9; -1)$

$\begin{cases} x+y+1 = 5 \\ x-y-5 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 4 \\ x-y = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x = 9 \\ y = -5 \end{matrix}$ $(9; -5)$

$\begin{cases} x+y+1 = 3 \\ x-y-5 = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 2 \\ x-y = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x = 11 \\ y = -9 \end{matrix}$ $(11; -9)$

$\begin{cases} x+y+1 = 1 \\ x-y-5 = 45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 0 \\ x-y = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x = 25 \\ y = -25 \end{matrix}$ $(25; -25)$

Ответ: $(-21; -25)$; $(-7; -9)$; $(-5; -5)$; $(-5; -1)$; $(-7; 3)$; $(-21; 19)$; $(25; 19)$; $(11; 3)$; $(9; -1)$; $(9; -5)$; $(11; -9)$; $(25; -25)$.

Писать на листе-вкладыше запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

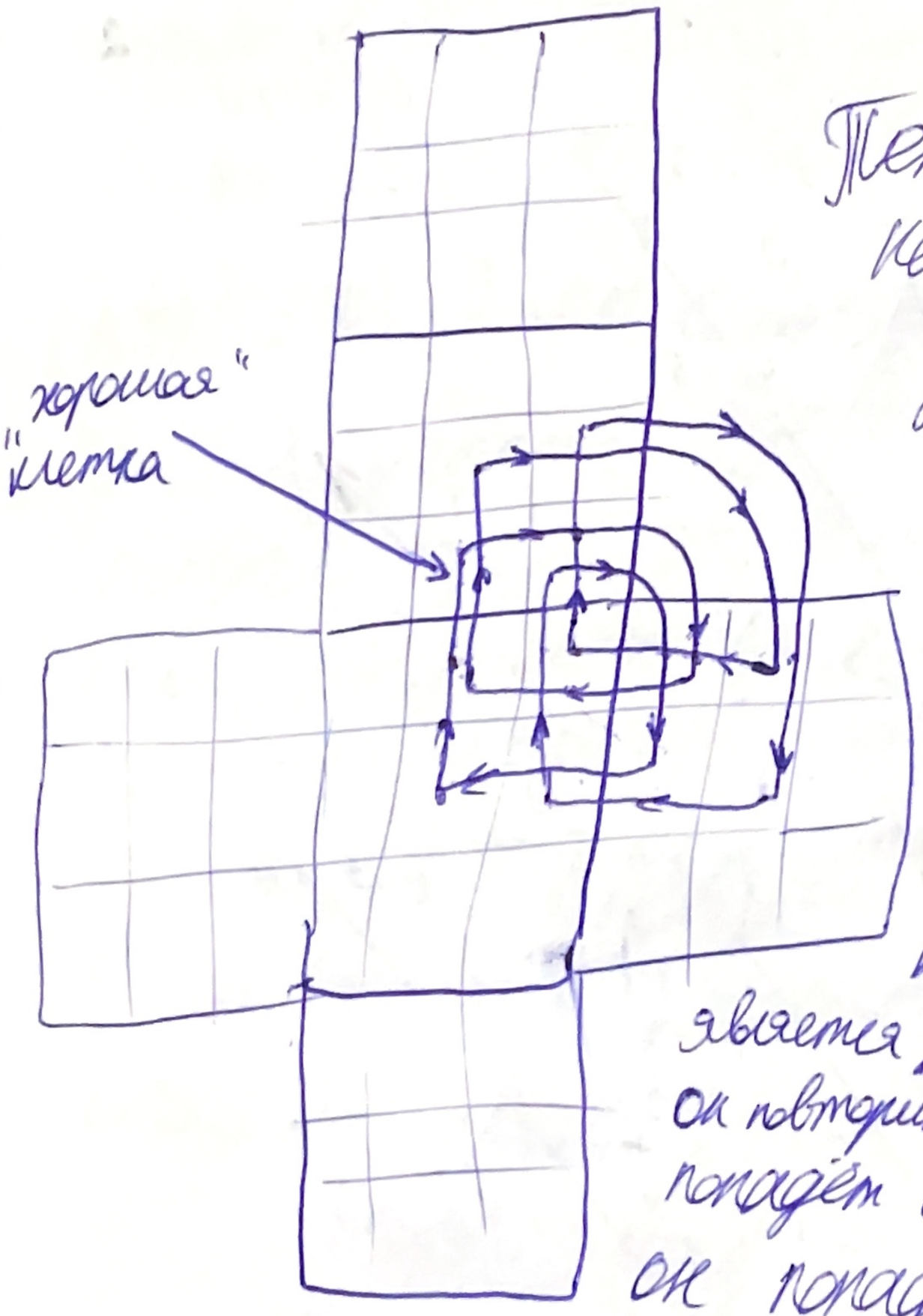
Участник: Зиз 4

№5

Нарисуем развертку кубика Рубика:

Теперь нарисуем несколько первых движений жука.

Мы видим, что жук попал в клетку №1 с одинаковыми



Теперь нарисуем несколько первых движений жука.

Мы видим, что жук вернулся в исходную точку через 24 хода. ~~Следовательно~~ Важным условием является то, что 25 ходом он повторит свой 1-ый ход и попадёт в нее. Следовательно, он попадёт в изначальную клетку через 24k ходов, где $k \in N$.

~~Посмотрим на~~ Рассмотрим число $2023 = 24 \cdot 84 + 7$, где $84 \in N$. Получается, что через 2023 хода, он был на той же клетке, где и через 7 ходов. ~~Следовательно, Ж.к. на 7 ход жук~~ Пусть через 7 ходов он побывал в „хорошей"

клетке. Покажем её на рисунке. Чистовик: нуд 4
теперь мы видим, что в первый раз жучок побывал на этой клетке через 2 хода => через 2 секунды
Ответ: через 2 секунды.

№6

Критерии. Решения:

1) $(\overline{ОИ} + \overline{Г} \cdot \overline{РКД}) \cdot \overline{В} = \overline{Ц}$

2 частые Повторений нет, умножения на 1 нет

$(78 + 3 \cdot 124) \cdot 2 = 900$

2) $(\overline{НИ} + \overline{В} \cdot \overline{РКА}) \cdot \overline{Г} = \overline{У}$

2 частые Повторений нет, умножения на 1 нет.

$(58 + 2 \cdot 121) \cdot 3 = 900$

№3

$x, y \in Z$

$x^2 - y^2 - 4x - 6y - 58 = 0$

$x^2 - 4x + 4 - 4 - y^2 - 6y - 9 + 9 - 58 = 0$

$(x-2)^2 - (y+3)^2 + 5 - 58 = 0$

$(x-2)^2 - (y+3)^2 = 53$

$(x-2+y+3)(x-2-y-3) = 53$

$(x+y+1)(x-y-5) = 53$. Из этого ур-ия получаем совокупность следующих систем:

$\begin{cases} x+y+1 = 53 \\ x-y-5 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y = 52 \\ x-y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 29 \\ y = 23 \end{cases} \quad (29; 23)$

$\begin{cases} x+y+1 = 1 \\ x-y-5 = 53 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y = 0 \\ x-y = 58 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 29 \\ y = -29 \end{cases} \Rightarrow (29; -29)$

$\begin{cases} x+y+1 = -53 \\ x-y-5 = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y = -54 \\ x-y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -25 \\ y = -29 \end{cases} \Rightarrow (-25; -29)$

$\begin{cases} x+y+1 = -1 \\ x-y-5 = -53 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y = -2 \\ x-y = -48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -25 \\ y = 23 \end{cases} \Rightarrow (-25; 23)$

Ответ: (29; 23); (29; -29); (-25; -29); (-25; 23)

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!