0 700020 710001

70-00-20-71

(82.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 5-6

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Шагневой Анастасии Алексеевны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
70-00-20-71	100	20	20	20	20	0	20		

100 (сто)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

70-00-20-71 (82.2)

ЧЕРНОВИК

Я + Г = 28

11

Г ≤ 10 ⇒ Я

Я ≤ 18

x –

y –

= 900

420 × 5

+2x − y = 1100

+2x − x = 1100

1100

−1100 + y

−2200 + 2y = 1002

2y = 3202

y = 1601

1492

2592

3594

− 3

| 4

\ 3

3594 − 2592 = 1002

− 4

| 4

\ 1

− 5

| 4

\ 1

121 × 11

122 × 5

610 + 90 = 700 × 2

2 ж

$\frac{2^5}{4} = 2^3$

3 к

58 4 зел

3	3
3	x
3	

*	3	*
3	*	3
K	3	K

−x + y − x + x − y

−x + y + y

−1100 + 3202

2102 + 1492 = 3594

121 × 2

242

263 × 3

−1601 + 1100

1601 − 1100 = 501

1 июля 3 часа утра

3 + x − y = −14 +x −

242 × 58 = 700

30 июня 1 июля 2 июля

(58 + 2 · 121) · 3 = 900

(на + в · рка) · г = ц

ЧИСТОВИК

№1

Ответ: 18 яблок, 10 груш

Решение:

Заметим, что груш меньше или равно 10, иначе их $\geqslant 11$, но это противоречит условию, что среди любых 11 фруктов есть яблоко, т.к. мы сможем взять 11 груш. Т.к. всего фруктов 28, то яблок (тогда) $\geqslant 18$.

С другой стороны яблок $\leqslant 18$, т.к. иначе их $\geqslant 19$, но тогда мы можем взять 19 фруктов–яблок и среди них не будет груши, что противоречит условию.

Тогда яблок $\leqslant 18$ и $\geqslant 18$, значит их ровно 18,

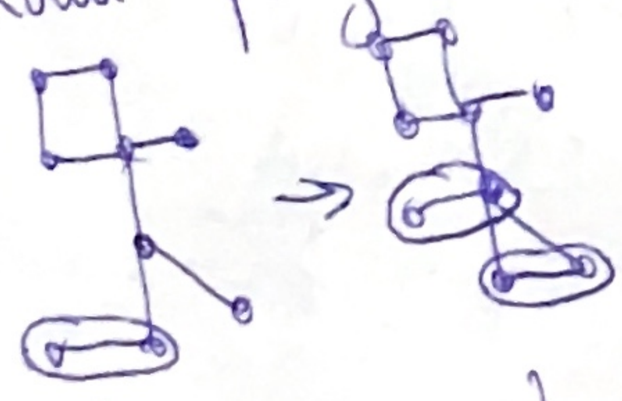
тогда груш 10 (28 – 18)

№2

Ответ:

Решение: 3093

Давайте посмотрим на изменения между 1ым и 2ым рисунком. То, что обведено – не совпадает.

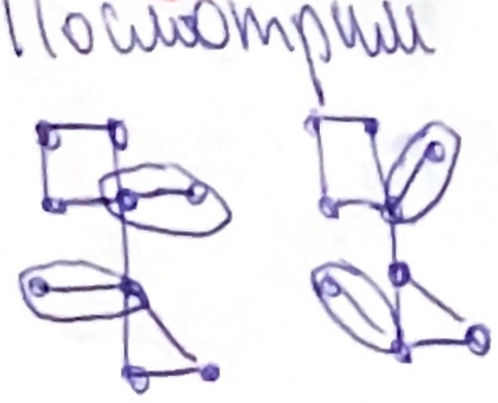


1 2

Посмотрим на —o—, из 1ого рисунка убралась одна такая палочка и добавились две, в итоге получился 2ой рисунок. При этом число изменилось на

$$\begin{array}{r} 2592 \\ -1492 \\ \hline 1100 \end{array}$$ + 1100. Значит —o— стоит 1100.

Посмотрим на изменения между 2 и 3 рисунком.



2 3

Заметим, что из 2ого убралось 2 —o— и прибавилось две ↙ (направление не важно). При этом число изменилось на

$$\begin{array}{r} 2594 \\ -2592 \\ \hline 1002 \end{array}$$ + 1002. Т.к. —o— стоит 1100,

то $-2200 + 2 \cdot x = 1002$, где x стоимость ↙, решаем уравнение:

$2x = 1002 + 2200$

$2x = 3202$

$x = 1601$

Значит ↙ стоит 1601.

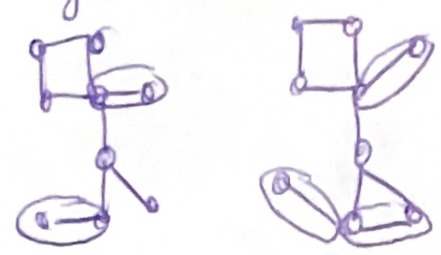
Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запр

70-00-20-71
(82.2)

ЧИСТОВИК

№2 (продолжение)

Также посмотрим на изменения между 1ым и 3им рисунком:



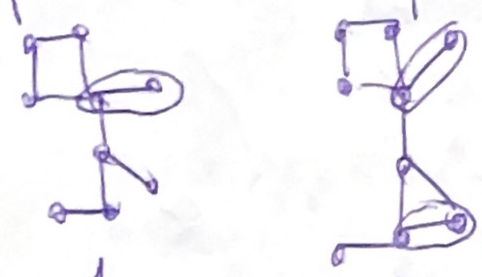
1 3

Заметим, что из 1ого убрали 2 ⊸ добавили ⊸ и 2 ⌐, значит изменилось на $-2\cdot1100+1100+2\cdot1601=$ $-2200+1100+3202=-1100+3202=2102$

Посчитаем реальную разницу:

$$\begin{array}{r} 3594 \\ -1492 \\ \hline 2102 \end{array}$$

совпадает. Значит работает. Теперь посчитаем чему равен 4ый рисунок, относительно 1:



1 4

Заметим, что из 1ого убралась ⊸, добавилась ⊸ и ⌐. Значит изменилось на $-1100+1100+1601=1601$. Первое равно 1492, значит 4ое 3093

$$\begin{array}{r} 1492 \\ +1601 \\ \hline 3093 \end{array}$$

№6 Ответ:

$$\left(\overline{НИ}+\overline{В}\cdot\overline{РКА}\right)\times\overline{Г}=\overline{Ц}$$

Почему подходит:

$\overline{НИ}=50+8=58$

$\overline{В}=2$

$\overline{РКА}=100+20+1=121$

$\overline{Г}=3$

$\overline{Ц}=900$

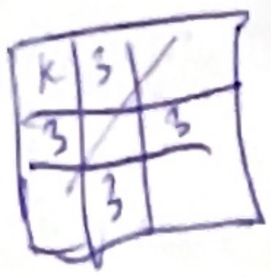
Перепишем равенство:

$(58+2\cdot121)\cdot3=900$

Оно верно.

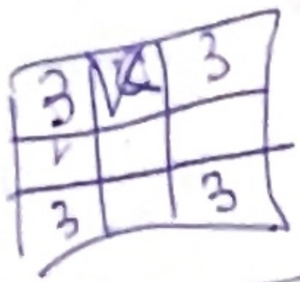
Также буквы не повторяются, умножения на 1 не происходит, в ответе 2 гласные буквы ("И" и "А")

ЧЕРНОВИК



к	з	
з		з
	з	

$\frac{2^5}{4} = 2^3$



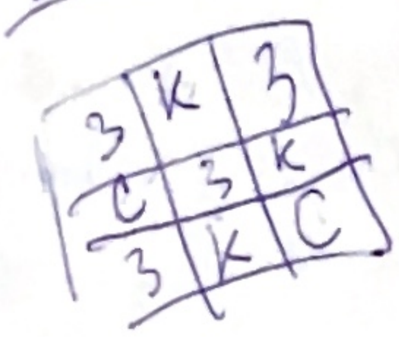
з	к	з
з		з

X

з	к	з
к	з	с
з	с	к

1

з	к	з
с	з	к
з	к	с



2

21

3:00

16:00

21

16

$38 = 29 + 2x$

$2x = 9$

$x = 4,5$

Чукотка, начало отсчета: 30 июня

Вылет в 3 часа

$38 + 16 = 54$

29 часов $+ 2x - y = 54$

$2x - y = 25$

$x - y = -17$

$x = 42$ г

$y = 59$ г

$x = 4,5$ $= 21,5$

1 июля

7,5 утра

$3 + x - y = -14$

$32 + 3x - 2y =$

$42 \cdot 2$

$84 - y = 25$

59

30

~~25~~ часов $= 2x + 29$

$2x = 9$

$22 + 1$

16

1 июля 7,5 вечера

4,5

7,5

$24 - 7 = 17$

16,5

21,5 16

16:00 19:30

40:00 41:00

8,5

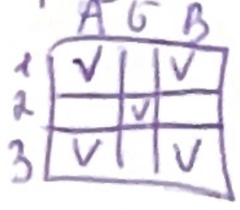
70-00-20-71
(82.2)

ЧИСТОВИК

№3

Ответ: 6

Решение: Квадрат из 9 маленьких квадратиков — размера 3×3.



Заметим, что 4 зелёных могут находиться либо все на ☑, либо все на □, доказательство от противного:

Пд Если зелёная находиться в клетке Б2 (смотри обозначения выше), то в клетках Б1, А2, Б3, В2 зелёная быть не может. Значит все остальные на ☑, а значит все противоречие что и требовалось доказать. Если зелёная бОО находиться в клетке А1 (или любой другой угловой ☑), то в клетках А2 и Б1 зелёная быть не может, т.к. зел. должна быть на ≥1 □, то бОО она на Б3, тогда в клетках А3, Б2, В3 зел. быть не может. Но тогда для зел. остались клетки В1 и В2, но в них можно поставить ≤1 зелёную, а надо ещё 2, противоречие.

Если зелёные находятся на □, то остальные можно покрасить как угодно. Осталось 5 клеток, каждой Пд/Ва в какие-то 3 надо поставить красные, вариантов выбора $C_5^3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{60}{6} = 10$ вариантов. Покажем их: з – зеленая, к – красная, ж – жёлтая.

Но заметим, что варианты, которые я нарисовала в одной строке одинаковые, т.к. отлич. только поворотом. Их по условию учитывать не надо. Значит в этом случае

Делать записи на листе-вкладыше запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

ЧИСТОВИК

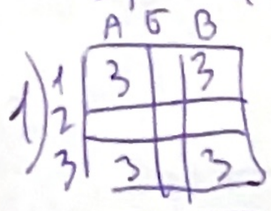
№3 (продолжение)

всего 3 варианта.

Если зелёные находятся на $\boxed{V}$:

Тогда надо на 5 клеток поставить 4 зел., это $C_5^4 = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2}{4\cdot3\cdot2\cdot1} = 5$ способов. Перечислим их:

1)



	А	Б	В
1	3		3
2			
3	3		3

2)

3		3
	3	
3		

1ый

3		3
	3	
		3

		3
	3	
3		3

3		
	3	
3		3

Рассмотрим 1) строку:

Такой таблицы подходящей под условие нет, т.к. Посмотрим на клетку Б1, если она ~~синяя~~ жёлтая, то другая жёлтая либо на А2, либо на В2, либо на Б3, но тогда легко убедится, что когда покрасим в красный цвет остальные клетки, то найдётся две граничащих. Если Б1 красная, то Б2 не красная, значит жёлт., но тогда как бы мы не покрасили остальные клетки, вторая жёлтая будет граничить с Б2, это плохо.

Рассмотрим 2) строку.

Все варианты здесь будут отличаться лишь поворотом, поэтому достаточно рассмотреть один, БОО 1ый.

Тогда посмотрим на красные клетки, ~~хотя бы~~ их 3, поэтому либо ~~оба~~ А2 и Б2 ~~либо~~ и ещё какая-то ~~то~~, либо среди А2 и Б2 только 1 красная, (0 быть не может, т.к. тогда бы все красные были в Б3, В3, В2 и граничили). 1ый случай: тогда в Б3, В3, В2 2 жёлтые, чтобы они не граничили они д.б. в Б3 и В2, тогда ещё одна красная в В3. +1 вариант. 2ой случай: тогда ещё две красные в Б3, В3 и В2, но единственный способ их расставить, чтобы не граничили это Б3 и В2, тогда жёлтая в В3. Ещё одна жёлтая либо в Б2, либо в А2, итого +2 варианта.

Чистови

№3 (про

Итого

№4

Отве

Посм

указа

межд

врем

кол-

Знач

* 2

+

*2

Подпис

Чистовик

№ 3 (продолжение)

Итого: 3+1+2=6 вариантов.

№ 4

Ответ: 4 часа.

Посмотрим на 2 момента времени, которые указаны в условии про Уэлен. Заметим, что между ними 37* часов времени. Это равно времени пути ×2 + ~~разница во времени~~.

кол-во времени на Анюйске ← оно 29*? часов.

Значит время пути — $\frac{37-29}{2} = \frac{8}{2} = 4$ часа.

* 21 час 1 июля
+й Волга 16 часов 2 июля

×2 14 часов 30 июня
+15 часов 1 июля

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!