0 716786 620003

71-67-86-62
(86.15)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Янковской Арины Викторовны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
71-67-86-62	70	15	15	15	10	0	0	15	0

Задача 1

1) $44 = \sqrt{1936} < \sqrt{2023} < \sqrt{2025} = 45$

$\Rightarrow \quad 44 < \sqrt{2023} < 45$

$-44 > -\sqrt{2023} > -45$

$1 > 45 - \sqrt{2023} > 0$

$1 > \sqrt{45 - \sqrt{2023}} > 0$

$89 < 45 + \sqrt{2023} < 90$

$9 = \sqrt{81} < \sqrt{89} < \sqrt{45 + \sqrt{2023}} < \sqrt{90} < \sqrt{100} = 10$

$-9 > -\sqrt{45 + \sqrt{2023}} > -10$

$$\Rightarrow \quad + \begin{cases} 0 < \sqrt{45 - \sqrt{2023}} < 1 \\ -10 < -\sqrt{45 + \sqrt{2023}} < -9 \end{cases}$$

$-10 < \sqrt{45 - \sqrt{2023}} - \sqrt{45 + \sqrt{2023}} < -8 \quad (*)$

2) $\left(\sqrt{45 - \sqrt{2023}} - \sqrt{45 + \sqrt{2023}}\right)^2 = 45 - \sqrt{2023} - 2\sqrt{(45 - \sqrt{2023})(45 + \sqrt{2023})} + 45 + \sqrt{2023} =$

$= 90 - 2\sqrt{2025 - 2023} = 90 - 2\sqrt{2} > 90 - 2\sqrt{4} = 86 > 81$

из $(*)$ $\sqrt{45 - \sqrt{2023}} - \sqrt{45 + \sqrt{2023}} < 0$

причём $\left(\sqrt{45 - \sqrt{2023}} - \sqrt{45 + \sqrt{2023}}\right)^2 > (-9)^2$

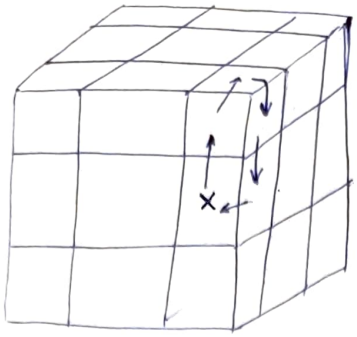
$\Rightarrow \quad -10 < \sqrt{45 - \sqrt{2023}} - \sqrt{45 + \sqrt{2023}} < -9$

$\Rightarrow \quad \left[\sqrt{45 - \sqrt{2023}} - \sqrt{45 + \sqrt{2023}}\right] = -10$

Ответ: $\left[\sqrt{45 - \sqrt{2023}} - \sqrt{45 + \sqrt{2023}}\right] = -10$

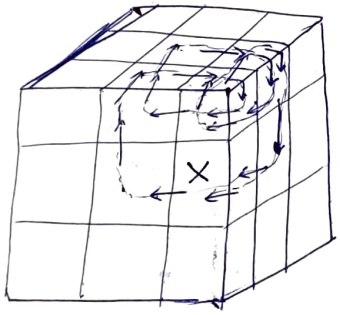
~~30~~ 34 70 (семьдесят)

Задача 7



Заметим, что жучок через 5с после посещения клетки мог оказаться снова на ней только в одном случае, когда он двигался как показано стрелками на рисунке.

Причем на 2023 ей секунде жучок повернулся направо, т.е. из отмеченной клетки жучок пойдёт прямо, в центральную клетку грани. Нетрудно теперь изобразить его движение до момента повторного прихода в отмеченную клетку.



Посчитав количество передвижений жучка получим, что ему понадобилось на это 19 секунд

Ответ: через 19 секунд

Задача 2

$$1234 \sin^{20}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 789 \cos^{23}\left(\alpha x - \frac{\pi}{4}\right) = 2023$$

$-1 \le \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \le 1$

$0 \le \sin^{20}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \le 1$

$0 \le 1234 \sin^{20}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \le 1234$

$-1 \le \cos\left(\alpha x - \frac{\pi}{4}\right) \le 1$

$-1 \le \cos^{23}\left(\alpha x - \frac{\pi}{4}\right) \le 1$

$789 \ge -789 \cos^{23}\left(\alpha x - \frac{\pi}{4}\right) \ge -789$

$$\Rightarrow + \begin{cases} 0 \le 1234 \sin^{20}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \le 1234 \\ -789 \le 789 \cos^{23}\left(\alpha x - \frac{\pi}{4}\right) \le 789 \end{cases}$$

$$-789 \le 1234 \sin^{20}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 789 \cos^{23}\left(\alpha x - \frac{\pi}{4}\right) \le 2023$$

$\Rightarrow$ уравнение имеет решения только если

$$\begin{cases} \sin^{20}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 \\ \cos^{23}\left(\alpha x - \frac{\pi}{4}\right) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \pm 1 \\ \cos\left(\alpha x - \frac{\pi}{4}\right) = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi k; \ k \in \mathbb{Z} \\ \alpha x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n; \ n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + \pi k; \ k \in \mathbb{Z} & (1) \\ \alpha x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n; \ n \in \mathbb{Z} & (2) \end{cases}$$

из уравнения (1) и ~~усл~~ условия, что ~~ж~~ есть решения на отрезке $[-\pi; \pi]$ получаем, что $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6} \text{ при } k = -1 \\ x = \frac{5\pi}{6} \text{ при } k = 0 \end{array}\right.$

подставляя оба значения в (2) получаем:

$$\left[\begin{array}{l} -\alpha \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n; \ n \in \mathbb{Z} \\ \alpha \frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n; \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \alpha = -\frac{15}{2} + 12n; \ n \in \mathbb{Z} \\ \alpha = \frac{3}{2} + \frac{12}{5} n \end{array}\right.$$

Откуда находим минимальное по модулю $\alpha_0 = -\frac{9}{10}$

при $\begin{cases} \alpha = \frac{3}{2} + \frac{12}{5} n \\ n = -1 \end{cases}$

Ответ: ~~при~~ ~~при~~ $\alpha_0 = -\frac{9}{10}$ – наименьшее по модулю значение α, при котором ур-е имеет корни на отрезке $[-\pi; \pi]$.

Задача 3 $\log_2(|x^2-2|^3+1)+\sqrt{4x^4-3x^2+5}=\sqrt{2x^4+5x^2-3}$

Заметим, что $4x^4-3x^2+5-(2x^4+5x^2-3)=$

$=2x^4-8x^2+8=2(x^4-4x^2+4)=2(x^2-2)^2$

пусть $4x^4-3x^2+5=f(x)$

$\Rightarrow 2x^4+5x^2-3=f(x)-2(x^2-2)^2$

$\Rightarrow$ исходное ур-е:

$\log_2(|x^2-2|^3+1)+\sqrt{f(x)}=\sqrt{f(x)-2(x^2-2)^2}$

$\log_2(|x^2-2|^3+1)=\sqrt{f(x)-2(x^2-2)^2}-\sqrt{f(x)}$

Т.к. $|x^2-2|^3+1\geq 1$ всегда, то $\log_2(|x^2-2|^3+1)\geq 0$ всегда

но $f(x)-2(x^2-2)^2\leq f(x)$ всегда, т.к. $2(x^2-2)^2\geq 0$

$\Rightarrow \sqrt{f(x)-2(x^2-2)^2}-\sqrt{f(x)}\leq 0$

$\Rightarrow$ уравнение имеет корни только в случае, если:

$$\begin{cases}\log_2(|x^2-2|^3+1)=0\\ \sqrt{f(x)-2(x^2-2)^2}-\sqrt{f(x)}=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}|x^2-2|^3+1=1\\ f(x)-2(x^2-2)^2=f(x)\end{cases}\Rightarrow x^2-2=0\Rightarrow x=\pm\sqrt{2}$$

Подставим теперь $x_1=\sqrt{2}$ и $x_2=-\sqrt{2}$ в исходное ур-е, чтобы проверить, входят ли они в ОДЗ.

1) $|x^2-2|^3+1\geq 1\Rightarrow \log_2(|x^2-2|^3+1)$ существует при любом x

2) $4x^4-3x^2+5\geq 0$ $\Rightarrow 4x^2-3x^2+5>0$ при любом x

$D=9-80<0$

3) $2x^4+5x^2-3\geq 0$

~~подставим x_1, x_2~~ ~~$2(\sqrt{2})^4+5(\sqrt{2})^2-3=2\cdot 4+5\cdot 2-3$~~

$D=25+24=49$ $\Rightarrow 2(x^2+3)(x^2-\frac{1}{2})\geq 0$

$\Rightarrow x^2-\frac{1}{2}\geq 0$

$x^2\geq\frac{1}{2}$

$\left[\begin{array}{l}x\geq\frac{\sqrt{2}}{2}\\ x\leq-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$

$\Rightarrow x_1=\sqrt{2}>\frac{\sqrt{2}}{2}$ и $x_2=-\sqrt{2}<-\frac{\sqrt{2}}{2}$

являются решениями

Ответ: $x=\pm\sqrt{2}$

Задача 4. Пусть четвёртая сторона равна x.

Выразим площадь четырёхугольника с помощью формулы Герона.

$$p = \frac{6+6+1+x}{2} = \frac{13+x}{2}$$ - полупериметр

$$S = \sqrt{\frac{1+x}{2}\cdot\frac{1+x}{2}\cdot\frac{11+x}{2}\cdot\frac{13-x}{2}} = \frac{1+x}{2}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{(11+x)(13-x)} = \frac{1+x}{4}\sqrt{(11+x)(13-x)}$$

$S = S_{max}$, если $S'(x) = 0$

$$S'(x) = \frac{1}{4}\sqrt{(11+x)(13-x)} + \frac{1+x}{4}\cdot\frac{1}{2\sqrt{(11+x)(13-x)}}\cdot(-2)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow \quad \cancel{\frac{1}{4}}\sqrt{(11+x)(13-x)} = \cancel{\frac{1+x}{4}}\cdot\frac{1}{\cancel{2}\sqrt{(11+x)(13-x)}}\cdot\cancel{2}(x-1)$$

$$(11+x)(13-x) = (1+x)(x-1)$$

$$-x^2+2x+143 = x^2-1$$

$$2x^2-2x-144 = 0$$

$$x^2-x-72 = 0$$

$$(x+8)(x-9) = 0$$

$$\Rightarrow \quad \left[\begin{array}{l} x = -8 \text{ — не решение по смыслу} \\ x = 9 \end{array}\right.$$

подставляя $x = 11$, получаем $S'(11) = -\frac{19}{22}\sqrt{11} < 0$

подставляя $x = 7$, получаем $S'(7) = \frac{5}{6}\sqrt{3} > 0$

$\Rightarrow$ при $x > 9$ функция $S(x)$ убывает

при $x < 9$ функция $S(x)$ возрастает

т.е. ~~S(9)~~ ~~если~~ при $x = 9$ $S(x)$ действительно достигает максимума

Ответ: $x = 9$ — длина четвёртой стороны.

$\frac{a_2}{a_1} = \frac{5 \cdot 2}{2} = 5 = \beta_2$

$1 + \beta_2 + \beta_2 \beta_3 + \ldots \quad \beta_2 \ldots \beta_{2 \cdot a_2} =$

$= 1 + \beta_2 + \quad 2 \cdot 3$

$\frac{a_2}{a_1} = \frac{5 \cdot 2}{2} = 5 = \beta_2$

$1 + \beta_2 + \beta_2 \beta_3 + \ldots \quad \beta_2 \ldots \beta_{20a_2} =$

$= 1 + \beta_2 + \quad 2 \cdot 3$

Черновик

$\log_2((|x^2-2|^3+1) + \sqrt{2(x^2-2)^2 + f(x)} = \sqrt{f(x)}$

$4x^4 - 3x^2 + 5 - 2x^4 - 5x^2 + 3 =$

$= 2x^4 - 8x^2 + 8 = 2(x^2-2)^2$

пусть $2x^4 + 5x^2 - 3 = f(x)$

$\Rightarrow 4x^4 - 3x^2 + 5 = 2(x^2-2)^2 + f(x)$

$\underbrace{\log_2(|x^2-2|^3+1)}_{\geq 1,\ 0 \text{ всегда}} = \underbrace{\sqrt{f(x)} - \sqrt{f(x)+2(x^2-2)^2}}_{\leq 0 \text{ всегда}}$

$\log_2(\ ) \geq \log_2 1 = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} \log_2(|x^2-2|^3+1) = 0 \\ \sqrt{f(x)} - \sqrt{f(x)+2(x^2-2)^2} = 0 \end{cases}$

$|x^2-2|^3 + 1 = 1$

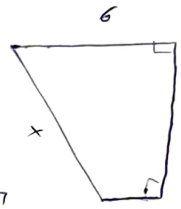
$\Rightarrow x^2 - 2 = 0$

$x = \pm\sqrt{2}$

$\log + \sqrt{f_1(x)} = \sqrt{f_1(x) - 2(x^2-2)^2}$

$\log_2 = \sqrt{f_1(x) - 2(x^2-2)^2} - \sqrt{f_1(x)}$

$\frac{6+1}{2} \cdot 6 = \frac{21}{2}$



$P = \frac{6+6+1+x}{2} = \frac{13+x}{2}$

$13 - x - 11 - x =$
$= -2x + 2 =$
$= -2$

$S = \sqrt{\frac{1+x}{2} \cdot \frac{1+x}{2} \cdot \frac{11+x}{2} \cdot \frac{13-x}{2}} = \frac{1+x}{4} \cdot \sqrt{(11+x)(13-x)}$

$1(13-x) = (11+x) \cdot 1$

$S = S_{max}$, если $S'(x) = 0$

$S'(x) = \frac{1}{4}\sqrt{(11+x)(13-x)} + \frac{1+x}{4} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\ }} \cdot ((13-x) - (11+x)) = 0$

$-2(x-1)$

$\frac{1+x}{4}\sqrt{\ } = \frac{1+x}{4} \cdot \frac{x-1}{\sqrt{\ }}$

$(x-8)(x-9)$

$(11+x)(13-x) = (x+1)(x-1)$

$143 + 13x - 11x - x^2 = x^2 - 1$

$2x^2 - 2x - 144 = 0$

$x^2 - x - 72 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -8 & \text{– не реш. по смыслу} \\ x = 9 & \text{– ок.} \end{cases}$

$\Rightarrow S = \frac{5}{2}\sqrt{20 \cdot 4} = \frac{5}{2} \cdot 4\sqrt{5} = 10\sqrt{5}$

$10\sqrt{5} \quad \sqrt{18} + \frac{1}{2}\sqrt{71}$

$20\sqrt{5} \quad \sqrt{36} + \sqrt{71}$

$400 \cdot 5 \quad \sqrt{1296} + 71 + 72\sqrt{71}$

$633 > 72\sqrt{71}$

$200689 > 368064$

$\frac{1}{4}\sqrt{22 \cdot 2} - 3\frac{1}{2\sqrt{22 \cdot 2}} \cdot 2 \cdot 10 =$

$x = 11$

$= \frac{1}{4} \cdot 2\sqrt{11} - \frac{30}{2\sqrt{11}} = \frac{1}{2}\sqrt{11} - \frac{15}{11}\sqrt{11} <$

$\frac{1}{2} - \frac{15}{11} = \frac{11-30}{22} = -\frac{19}{22}$

$\frac{2}{\sqrt{3}}$

$\frac{1}{4}\sqrt{18 \cdot 6} - 2\frac{1}{2\sqrt{18 \cdot 6}} \cdot 2 \cdot 6 =$

$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$= \frac{1}{4} \cdot 6\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 2 \cdot 6 = \frac{3}{2}\sqrt{3} - \frac{2}{3}\sqrt{3}$

$18 \cdot 6$

$\frac{1}{4} \cdot 6\sqrt{3} - 2\frac{1}{6\sqrt{3}} \cdot 2 \cdot 6$

$\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right)\sqrt{3}$

$\frac{1}{4}\sqrt{19 \cdot 5} - \frac{9}{4}\frac{1}{2\sqrt{19 \cdot 5}} \cdot 2 \cdot 7 =$

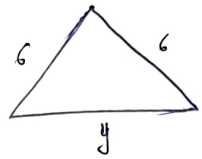
$\frac{19 \cdot 20}{38}$ $\quad \frac{380}{4} = 95$

$= \frac{1}{4}\sqrt{\ } - \frac{63}{4\sqrt{\ }} = \frac{1}{4}\sqrt{\ } - \frac{63\sqrt{\ }}{4 \cdot 19 \cdot 5}$

$\left(\frac{1}{4} - \frac{63}{380}\right)\sqrt{\ }$

$\frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{9-4}{6} = \frac{5}{6}$

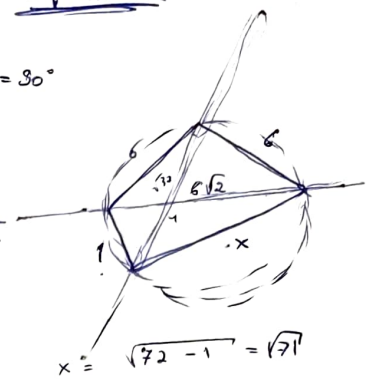
Черновик



$S = \frac{1}{2} \cdot 36 \sin\alpha$

$S = S_{max}$, при $\alpha = 30°$

$\Rightarrow \quad y = 6\sqrt{2}$



$P = 6 + \frac{y}{2}$

$x = \sqrt{72 - 1} = \sqrt{71}$

$S = \frac{y}{2}\sqrt{36 - \frac{y^2}{4}}$

P_1: $6, 6, 1, \sqrt{71}$ ✓

$S'(y) = \frac{1}{2}\sqrt{36 - \frac{y^2}{4}} + \frac{y}{2}\frac{1}{2\sqrt{36 - \frac{y^2}{4}}} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot 2y = 0$

$x = \sqrt{37 - 36} = 1$

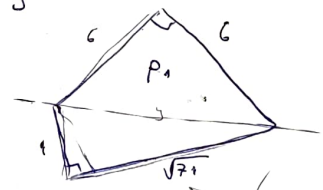
P_2: $6, 6, 1, 1$ ✓

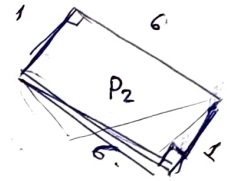
$\frac{1}{2}\sqrt{} = \frac{1}{8}\frac{y^2}{\sqrt{}}$

$4\left(36 - \frac{y^2}{4}\right) = y^2$

$144 - y^2 = y^2$

$2y^2 = 144 \quad \Rightarrow \quad y^2 = 72 \quad \Rightarrow \quad y = 6\sqrt{2}$





$S_{P_1} = \frac{1}{2} \cdot 36 + \frac{1}{2} \cdot 1\sqrt{71} =$

$18 + \frac{1}{2}\sqrt{71}$

$S_{P_2} = 6$

$2x^4 - 8x^3 + 8$

$\log_2(|x^2-2|^3+1) + \sqrt{2(x^2-2)^2 + (2x^4 - 5x^2 + 3)} =$

$\log_2(\quad) =$

$= 2x^4 - 8x^2 + 8 = 2(x^4 - 4x^2 + 4) = 2(x^2-2)^2$

$|x^2-2|^3 + 1 \geq 1 \Rightarrow \log_2(|x^2-2|^3+1) \geq 0$

$D = 25 + 24 = 49$

$x^2 = \frac{5 \pm 7}{4}$

$2x^4 + 5x^2 - 3 + 2(x^2-2)^2$

$2(x^4 - 4x^2 + 4) + 13x^2 - 11 + 2(x^2-2)^2$

$2x^4 + 5x^2 - 3$
$2x^4 - 2x^2$
$7x^2 - 3$
$7x^2 - 14$

$\log_2(\quad) = \sqrt{f(x)} - \sqrt{2(x^2-2)^2 + f(x)}$

$2(x^2-2)^2 + f(x) \geq f(x)$ всегда

$\Rightarrow \quad \log_2(\quad) = 0$

$|x^2-2|^3 + 1 = 0$

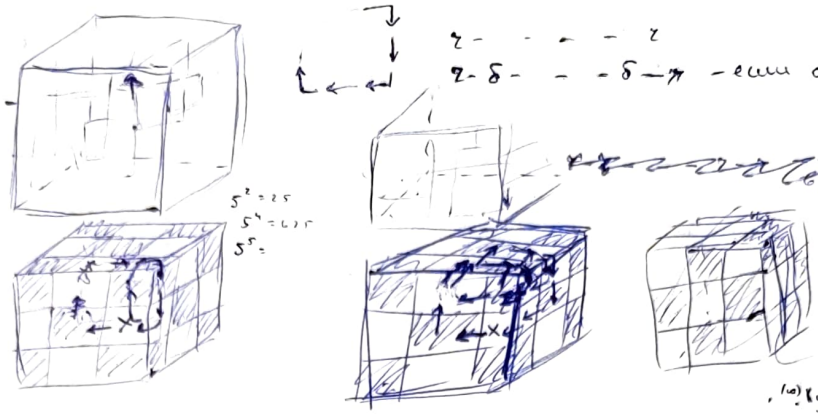
$2(x^2-2)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{2}$

Черновик

$\frac{a_{2023}}{a_{2022}+a_{2021}+\dots a_2+a_1} =$

первый хоз → новоброт.

2018



$5^2=25$
$5^4=625$
$5^5=$

$625 \cdot 625 = 3125$

$3125 \cdot 3125 = 3125 + 15625 + 6250 + 3125 + 9375 = 9765625$

$1024 \cdot 1024 = 4096 + 2048 + 1024 = 1048576$

$2^{2023} = (2^{10})^{202} \cdot 2^3 = (2^{10})^{202} \cdot 8$

$5^{2023} = (5^{10})^{202} \cdot 5^3 = (5^{10})^{202} \cdot 125$

$2^{10} = 1024$

$5^{10} = 9765625$

$1234 - 789 = 445$

$1234 + 789 = 2023$

$\frac{y}{\sin\alpha} = \frac{6}{\sin(90-\frac{\alpha}{2})}$

$y\cos\frac{\alpha}{2} = 6\sin\alpha$

$y\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} = 6\sin\alpha$

$y^2 \cdot \frac{1+\cos\alpha}{2} = 36(1-\cos^2\alpha)$

$y^2 \cdot \frac{2-\frac{y^2}{72}}{2} = 36\left(1-\left(1-\frac{y^2}{72}\right)^2\right)$

$1 - \frac{y^2}{72} = \frac{1}{2}$

$1 - 1 + \frac{y^2}{36} - \frac{y^4}{\dots}$

$\frac{1}{2} = \frac{y^2}{72 \cdot 2}$

$y^2 = 72$

$y = 6\sqrt{2} \Rightarrow \cos\alpha =$

$y^2 \cdot \left(1 - \frac{y^2}{72 \cdot 2}\right) = 36\left(1 - \frac{y^2}{72^2}\right)$

$1 - \frac{y^2}{72 \cdot 2} = 1 - \frac{y^2}{72 \cdot 2}$

$\frac{3 \cdot 6}{3 \cdot 4}$

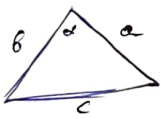
$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 36 \sin\alpha = 18\sin\alpha$

$\frac{3}{2} - \frac{12}{5} = \frac{15-24}{10} = -\frac{9}{10}$

$-\alpha = \frac{15}{2} + 2k$

$\alpha = -\frac{15}{2}$

$-2 + \frac{5}{6} = \frac{-12+5}{6} = -\frac{7}{6} < -1$



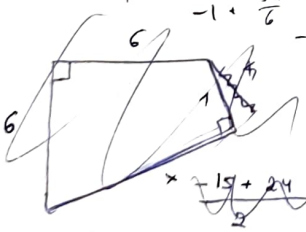
$S = \frac{1}{2} \cdot 36 \sin\alpha + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot x \sin\beta = 18\sin\alpha + \frac{x}{2}\sin\beta =$ max

чем больше $\sin\alpha, \sin\beta, x \Rightarrow \sin\alpha, \sin\beta = 1 \Rightarrow$ углы прямые

$-1 + \frac{5\pi}{6}$

$\frac{24-15}{9}$

$\left[\begin{array}{l}\alpha = -\frac{15}{2} + 12k \\ \alpha = \frac{3}{2} + \frac{12}{5}k\end{array}\right.$



$x = \frac{-15+24}{2} = \frac{9}{2}$

$-1 \le \sin \le 1 \quad -1 \le \cos \le 1$

$0 \le \sin^{20} \le 1 \quad -1 \le \cos^{23} \le 1$

$-789 \le 789\cos^{23} \le 789$

$789 \ge -789\cos^{23} \ge -789$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6}$

$0 \le 1234\sin^{20} \le 1234$

$-789 \le -789\cos^{23} \le 789$

$|\alpha_{min}| = \left|-\frac{9}{10}\right| = \frac{9}{10}$

$-789 \le 1234\sin^{20} - 789\cos^{23} \le 2023$

$\Rightarrow$ рав-во возможно только если

$\sin^{20} = 1$
$\cos^{23} = -1$
$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}\sin = 1 \\ \sin = -1\end{array}\right.$
$\cos = -1$

$\begin{cases}\alpha x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k \\ x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi k\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\alpha x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{6} + \pi k\end{cases} \Leftrightarrow$

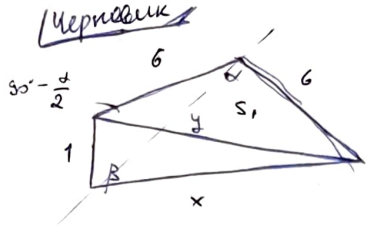
т.к. $x \in [-\pi; \pi]$

то $\left[\begin{array}{l}k = -1 \\ k = 0\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x = -\frac{\pi}{6} \\ x = \frac{5\pi}{6}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \alpha\left(\frac{5\pi}{6} + \pi k\right) = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}-\alpha\frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \\ \alpha \cdot \frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k\end{array}\right.$

Черновик



$3|6 = 36 + y^2 - 12y\cos(90^\circ - \frac{\alpha}{2})$

$12\sin\frac{\alpha}{2} = y$

$\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} = \frac{y}{12}$ $\quad \cdot\frac{12}{2}$

$\frac{1-\cos\alpha}{2} = \frac{y^2}{12\cdot 12}$

$\cos\alpha = 1 - \frac{y^2}{72}$

$y^2 = 72 - 72\cos\alpha$

$y^2 = 72 - 72(1 - \frac{y^2}{72})$

пусть $\frac{(n^2+1)\cdot n}{(n-1)^2+1} = \beta_n = \frac{a_n}{a_{n-1}}$

$\frac{a_2}{a_1} = \beta_2$

$a_3 = \beta_3\beta_2 a_1$

$a_2 = \beta_2 a_1$

$n^2 - 2n + 1 + 1$

$n^2 - 2n + 2$

$n^2 + 2n + 1$

$3n^2 + 2n + 2$

$a_n = \beta_n a_{n-1} =$

$\beta_n\beta_{n-1}a_{n-2} = \beta_n\beta_{n-1}\beta_{n-2}a_{n-3} = \ldots =$

$= \beta_n\beta_{n-1}\ldots\beta_2 a_1$

$\sum_{i=1}^{2022} a_i = a_1 + \beta_2 a_1 + \beta_3\beta_2 a_1 + \ldots + \beta_{2022}\beta_2 a_1 =$

$= \boxed{a_1(1 + \beta_2 + \beta_3\beta_2 + \ldots + \beta_{2022}\cdot\beta_2)}$

$\frac{(n^2+2n+1+1)(n+1)}{(n-1)^2+1}$

n^2+4n+1

$(n+1)^2$

$\beta_n\cdot\beta_{n+1} = \frac{(n^2+1)n}{(n-1)^2+1}\cdot\frac{((n+1)^2+1)(n+1)}{n^2+1} = \frac{n(n+1)((n+1)^2+1)}{(n-1)^2+1}$

$\frac{n^2+2n+2}{n^2-2n+2}$

$n^3+3n^2+3n+1+n+1+n^2+1 =$

$= n^3+4n^2+4n+3 =$

$\beta_n\cdot\beta_{n+1} + \beta_n = \frac{n(n+1)((n+1)^2+1)}{(n-1)^2+1} + \frac{(n^2+1)n}{(n-1)^2+1} =$

$= \frac{n((n+1)^3+(n+1)+(n^2+1))}{(n-1)^2+1} = \frac{n(n^3+4n^2+4n+3)}{(n-1)^2+1}$

$\frac{5\pi}{4} - 2\pi = \frac{5-8}{4}\pi$

$= -\frac{3\pi}{4}$

$\frac{\beta_n}{\beta_{n+1}} = \frac{(n^2+1)n}{((n-1)^2+1)((n+1)^2+1)(n+1)}$

$a_{2023} = \beta_{2023}\ldots\beta_2 a_1 =$

$= 1\cdot3\cdot4\cdot\ldots\cdot2023(2023^2+1)\cdot a_1$

$\beta_{n+1} =$

$\frac{(n^2+1)n^3+(n+1)^2n}{(n-1)^2+1}$

$\beta_2 = \frac{5\cdot2}{2} = 5$

$\beta_3 = \frac{10\cdot3}{5} = 6$

$\beta_4 = \frac{17\cdot4}{10} = \frac{34}{5}$

$1\cdot(2^2+1)$

$= \frac{n^3+n+n^2+2n+2}{(n-1)^2+1} = \frac{n^3+n^2+3n+2}{(n-1)^2+1}$

$\beta_5 = \frac{26\cdot5}{17}$

$\beta_6 = \frac{37\cdot6}{26}$

$\frac{5\pi}{6} + \pi k = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{5\pi}{4} + \frac{2}{4}\pi n\right)$

$\alpha = \frac{\frac{5\pi}{4}+2n}{\frac{5}{6}+k} = \frac{(5+8n)6}{4(5+6k)} = \frac{15+24n}{10+12k}$

$\beta_1\ldots\beta_6 = \frac{2\cdot2}{2}\cdot\frac{10\cdot3}{5}\cdot\frac{17\cdot4}{10}\cdot\frac{26\cdot5}{17}\cdot\frac{37\cdot6}{26} = \frac{2}{2}\cdot3\cdot4\cdot5\cdot37\cdot6$

$k = 0$
$n = -1$

$\beta_{k_1}\ldots\beta_{k_n} = \frac{k_1}{(k_1-1)^2+1}k_2k_3k_4\ldots(k_n^2+1)k_n$

$x = \frac{5\pi}{6}$

$1 - \frac{9}{10}x = -\frac{3\pi}{4}$

$\beta_{2022}\ldots\beta_{2022} =$

$= \frac{2}{2}\cdot3\cdot4\cdot\ldots\cdot(2022^2+1)\cdot2022$

$1\cdot3\cdot4\cdot\ldots\cdot2021\,(2021^2+1)$

$1\cdot3\cdot4\cdot\ldots\cdot2020\,(2020^2+1)$

$\frac{9}{4}x = \frac{3\cdot\cancel{10}^5}{9\cdot\cancel{4}_2}\pi$

$1 + 1(2^2+1) + 1\cdot3(3^2+1) + 1\cdot3\cdot4(4^2+1) + \ldots + 1\cdot3\cdot4\ldots\cdot2022(2022^2+1)$

$-\alpha\frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{4} - 2\pi$

$-\alpha = \frac{15}{2} - 12$

$\alpha = -\frac{15}{2} + 12 = \frac{9}{2}$

$\alpha\frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{4}$

$\alpha = \frac{3}{2}$

$x = \frac{5\pi}{6}$

$x = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{5\pi}{4} + 2\pi n\right)$

$x = \frac{5\pi}{6} + \pi k$

Черновик

$44 = \sqrt{\dots} < \sqrt{2023} < \sqrt{2025} = 45$

$-44 > -\sqrt{2023} > -45$

$1 > 45 - \sqrt{2023} > 0$

$1 > \sqrt{45 - \sqrt{2023}} > 0$

$89 < 45 + \sqrt{2023} < 90$

$\sqrt{89} < \sqrt{45+\sqrt{2023}} < \sqrt{90} < \sqrt{100} = 10$

$9 = \sqrt{81}$

$-9 > -\sqrt{45+\sqrt{2023}} > -10$

$0 < \sqrt{45-\sqrt{2023}} < 1$

$-10 < -\sqrt{45+\sqrt{2023}} < -9$

$-10 < \sqrt{45-\sqrt{2023}} - \sqrt{45+\sqrt{2023}} < -8$

$-10 \quad -9 \quad -8$

$a^2 = 6$

$\Rightarrow a = \sqrt{6}$

$\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \sqrt{2}$

$(\sqrt{\ } - \sqrt{\ })^2 =$

$= 45 - \sqrt{2023} - 2\sqrt{2025 - 2023} + 45 + \sqrt{2023} =$

$= 90 - 2\sqrt{2}$

$\sqrt{\ } - \sqrt{\ } = -\sqrt{90 - 2\sqrt{2}}$

$x^2 \geq \frac{1}{2}$

$x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$

$x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow -\sqrt{90 - 2\sqrt{2}} \not< -9 \quad | \cdot (-1)$

$\sqrt{\ } \not> 9$

$90 - 2\sqrt{2} \not> 81$

$9 \not> 2\sqrt{2}$

$81 > 8$

$\Rightarrow [t] = -10$

$90 - 2\sqrt{2} > 86 - 2\sqrt{4} = 90 - 4 = 86$

$2\sqrt{4} \not> 2\sqrt{2}$

$-5 \quad \frac{1}{2}$

$\frac{-5 \pm 7}{4}$

$2(x^2+3)(x^2 - \frac{1}{2}$

$y = 6\sqrt{2(1 - \cos\alpha)} = 6\sqrt{\frac{y}{3}}$

$1234 \sin^{20}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 789 \cos^{23}\left(\alpha x - \frac{\pi}{4}\right) = 2023$

$36 = 36 + y^2 - 12y\cos(90^\circ - \frac{\alpha}{2})$

$\frac{y}{6} = \sqrt{\frac{y}{3}}$

$12 \sin\alpha = y$

$\frac{y^2}{36} = \frac{y}{3} \Rightarrow y = \frac{36}{3} = 12$

$\left(\frac{1}{2}\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right)^{20} = \frac{1}{2^{20}}$

$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha x\right)^{23} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{23}(\cos\alpha x + \sin\alpha x)^{23} = \frac{2^{11}\sqrt{2}}{2^{23}}(\quad)^{23} = \frac{\sqrt{2}}{2^{12}}(\quad)^{23}$

$\frac{1 - \cos\alpha}{2} = \frac{y}{12}$

$1 - \cos\alpha = \frac{y}{6}$

$1 - \frac{y}{6} = \cos\alpha$

ОДЗ: $4x^4 - 3x^2 + 5 \geq 0$

$D = 9 - 80 < 0$

$2x^4 + 5x^2 - 3 \geq 0$

$D = 25 + 24 = 49$

$\frac{-5 \pm 7}{4} \to \frac{1}{2}, -3$

$\log_2(|x^2 - 2|^3 + 1) + \sqrt{4x^4 - 3x^2 + 5} = \sqrt{2x^4 + 5x^2 - 3}$

$2(x^2 - \frac{1}{2})(x^2 + 3)$

$2(2x^2 - 1)(x^2 + 3)$

$-3 \quad \frac{1}{2}$

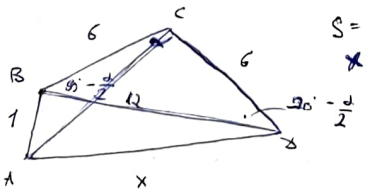
$\log_2(|x^2 - 2|^3 + 1) \cdot 2^{\sqrt{4x^4 - 3x^2 + 5}} = \log_2 2^{\sqrt{\dots}}$

$(\quad) \cdot 2^{\sqrt{\ }} = 2^{\sqrt{\ }}$

$(|x^2 - 2|^3 - 1) = 2^{\sqrt{\ } - \sqrt{\ }}$

$\sqrt{2x^4 + 5x^2 - 3} - \sqrt{4x^4 - 3x^2 + 5}$

$180 - \frac{\alpha}{2}$



$S = S_{max}$

$x - ?$

$BD = \sqrt{2 \cdot 36 - 2 \cdot 36\cos\alpha} =$

$= 6\sqrt{2(1 - \cos\alpha)} = y$

$p_1 = \frac{12 + y}{2} = 6 + \frac{y}{2}$

$p_2 = \frac{1 + x + y}{2}$

$\Rightarrow$ ВЦ

$S_1 = \sqrt{\left(6 + \frac{y}{2}\right)\left(6 - \frac{y}{2}\right) \cdot \frac{y}{2} \cdot \frac{y}{2}} = \frac{y}{2}\sqrt{36 - \frac{y^2}{4}}$

$S_2 = \sqrt{\left(\frac{1+x+y}{2}\right)\left(\frac{1+x-y}{2}\right)\left(\frac{1-x+y}{2}\right)\left(\frac{-1+x+y}{2}\right)}$