0 998146 900004

99-81-46-90
(19.1)

Выход $13^{10} - 13^{23}$

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 231

Место проведения ______________
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов: механика и
наменование олимпиады
математическое моделирование

по ______________
профиль олимпиады

Абдуллаева Эмина Алиевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«26» февраля 2023 года

Подпись участника

99-81-46-90 (19.1)

100 (сто)

Чистовик

№1

Дано:
$l_1 = 6$ м
$l_2 = 8$ м
Найти: l

Решение:
$v_1; v_2; v$ – скорости, которые были сообщены шайбе.
μ – коэффициент трения между льдом и шайбой,
m – масса шайбы.

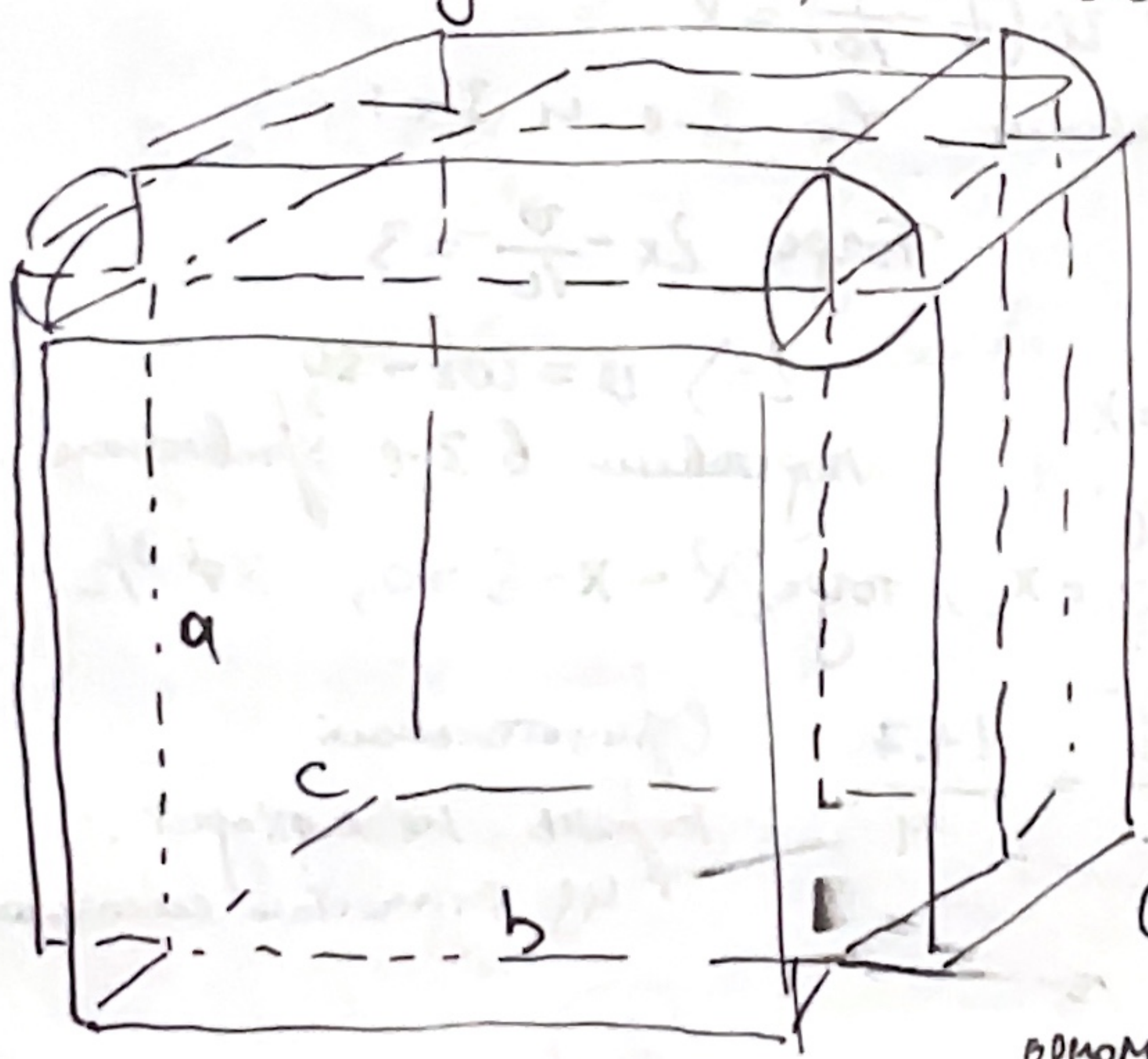
По закону сохранения энергии $\frac{mv_1^2}{2} = \mu m g l_1$, $\frac{mv_2^2}{2} = \mu m g l_2$, $\frac{mv^2}{2} = \mu m g l$. Поскольку $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$, а $\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2$, то по теореме Пифагора $v^2 = v_1^2 + v_2^2$.

Тогда $\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = \mu m g l = \mu m g (l_1 + l_2)$

Значит, $l = l_1 + l_2 = 6м + 8м = 14м$

Ответ: 14 м +

№2 Обозначим стороны холодильника за a, b, c, $a = 20$ см, $b = 15$ см, $c = 15$ см, плотность льда $\rho = 0{,}9$ г/см³, V – объём льда (общий), m – его масса, $r = 4$ см – толщина слоя.



Объём льда состоит из:

6 параллелепипедов на гранях, объём которых равен $2r(ab+bc+ac)$,

12 частей цилиндра и

8 частей шара.

Соединим все части цилиндра на одном ребре. Получим целый цилиндр.

Тогда объём всех „цилиндрических" частей равен $\pi r^2(a+b+c)$

Соединим все 8 частей шара, получим шар объёмом $\frac{4}{3}\pi r^3$

Таким образом, общий объём $V = \frac{4}{3}\pi r^3 + 2r(ab+bc+ac) + \pi r^2(a+b+c)$

Подставим $a = 20$ см, $b = 15$ см, $c = 15$ см, $r = 4$ см.
Объём будем считать в см³.

$V = \frac{4}{3}\pi\cdot 4^3 + 2\cdot 4(20\cdot 15+20\cdot 15+15\cdot 15) + \pi\cdot 16(15+15+20) = \frac{2656}{3}\pi + 6600$

Чистовик

$m = \rho V = \frac{9}{10}\cdot\frac{2656}{3}\pi + 660\cdot 9 = 796{,}8\pi + 5940$

Поскольку $\pi \in (3{,}141;\ 3{,}142)$, то $796{,}8\pi \in (2502{,}7488;\ 2503{,}5456)$

Тогда $m = 2500 + 5940 = 8840$ г с точностью до 10 г

$m = 8{,}84$ кг с точностью до сотых.

Ответ: $(5{,}94 + 0{,}768\pi)$ кг $\approx 8{,}84$ кг.

N3 Пусть v – скорость Гаврилы, x – искомая величина, t – время встречи. Тогда $x = vt$. Общее время движения Гаврилы равно $2t - \frac{1}{10}$ (ч), поскольку папа выехал на $\frac{1}{10}$ ч позже и двигался с постоянной скоростью 20 км/ч и двигался $t - \frac{1}{10}$ в одну сторону и столько же времени в другую.

Получаем систему уравнений:
$$\begin{cases} x = vt \\ v\left(2t - \frac{1}{10}\right) = 3 \\ 20\left(t - \frac{1}{10}\right) = x \end{cases}$$
v считаем постоянной. Время выражено в часах, расстояние в км, скорость в км/ч.

Из 1-го уравнения $t = \frac{x}{v}$, подставим во 2-е и 3-е:
$$\begin{cases} v\left(\frac{2x}{v} - \frac{1}{10}\right) = 3 \\ 20\left(\frac{x}{v} - 1/10\right) = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{v}{10} = 3 \\ 20\left(\frac{x}{v} - \frac{1}{10}\right) = x \end{cases}$$
Тогда $2x - \frac{v}{10} = 3 \Leftrightarrow v = 20x - 30$, подставим в 3-е уравнение.

$20\left(\frac{x}{20x-30} - \frac{1}{10}\right) = x \Leftrightarrow \frac{-2x+6}{2x-3} = x$, тогда $2x^2 - x - 6 = 0$, $x \neq 3/2$

$2x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4\cdot 2\cdot 6}}{4} = \frac{1\pm 7}{4}$. Отрицательный корень не подходит из физического смысла.

$x = \frac{1+7}{4} = 2$ (км)

Ответ: 2 км.

N4 Поскольку Гаврила выходит в случайный момент времени, то к моменту его прихода на станцию поезд окажется на случайном участке дороги, причём равновероятно. Если поезд находится ближе к Альфоргарду, чем к Бетовску, то Гаврила приедет в ~~Альфоргард~~ Бетовск.

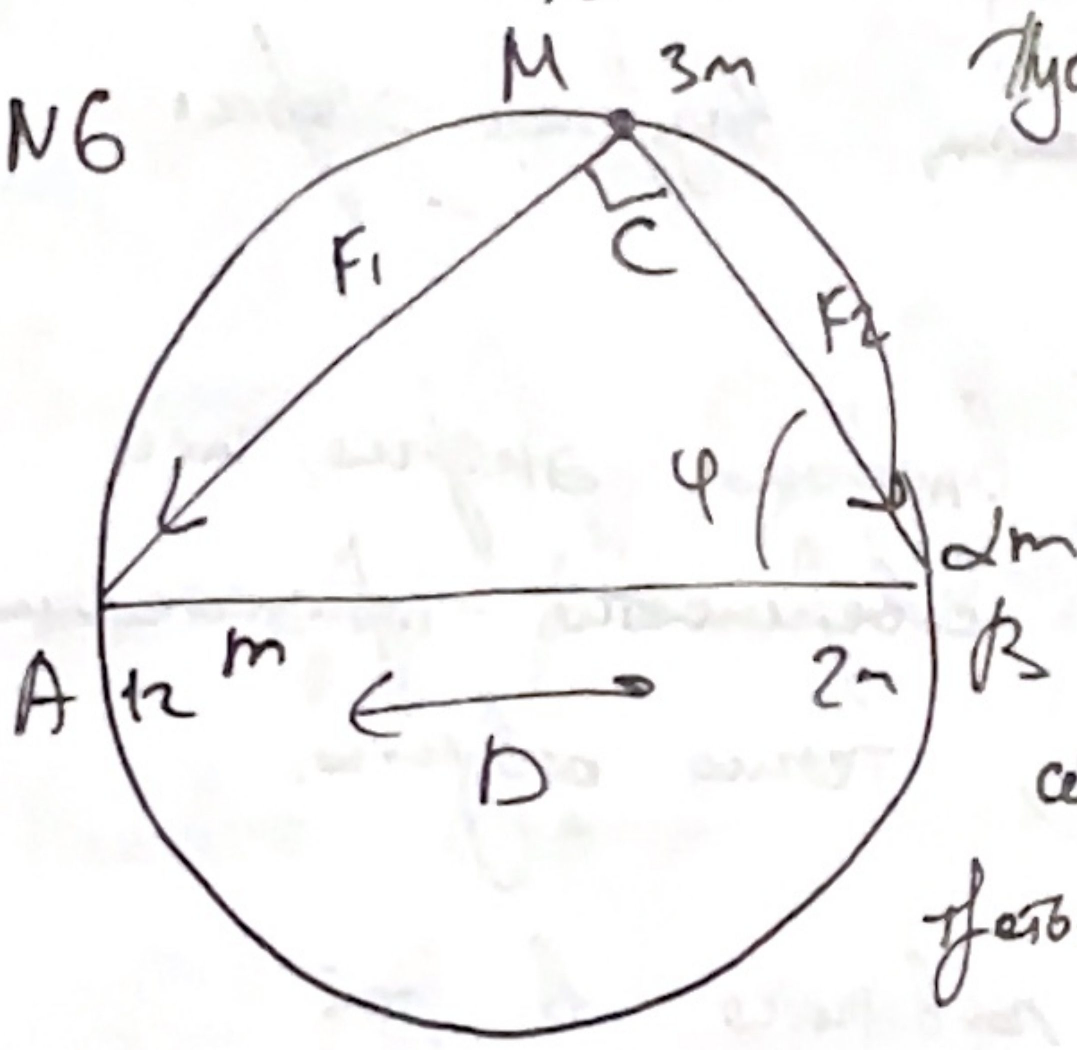
Листовик

Если Гаврило попал в Бетовск, то поезд к его приходу на станцию был ближе к Бетовску. Альфогеду.
Таким образом вероятность приехать в Бетовск относится к вероятности приехать в Альфоград, как ~~вер~~ расстояние от Альфограда до Гамово к расстоянию от Гамово до Бетовска. Искомое расстояние равно

$$100\text{км} \cdot \frac{144}{221+144} = \frac{2880}{73}\text{км} = 39\frac{33}{73}\text{км}.$$

Ответ: $39\frac{33}{73}$ км.

N6



Пусть в точке A находится тело массой m, в точке B — тело массой αm, в точке C — тело массой M. По закону всемирного тяготения сила F_1, действующая со стороны третьего тела на первое, равна

$$F_1 = \frac{GmM}{AC^2}. \quad \text{Аналогично} \quad F_2 = G\frac{m\cdot\alpha M}{BC^2}$$

Пусть $\angle CBA = \varphi$. По свойству окружности $\angle ACB = 90°$ (AB - диаметр).
Тогда $AC = D\sin(\varphi)$, $BC = D\cos(\varphi)$, где $D = AB$.
Результирующая сила $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$. Поскольку $\vec{F_1} \perp \vec{F_2}$, то по теореме Пифагора $F = \sqrt{F_1^2+F_2^2} = \frac{GmM}{D}\sqrt{\frac{1}{(\sin(\varphi))^4}+\frac{\alpha^2}{(\cos(\varphi))^4}}$
Пусть $k = (\cos(\varphi))^2$. F минимальна $\Leftrightarrow$ $f(k) = \frac{1}{(1-k)^2} + \frac{\alpha^2}{k^2}$ минимальна.

$$f'(k) = \frac{2}{(1-k)^3} - \frac{2\alpha^2}{k^3}, \text{ пусть } f'(k_0) = 0$$

Тогда $\frac{1}{(1-k_0)^3} = \frac{\alpha^2}{k_0^3} \Leftrightarrow k_0^3 = (1-k_0)^3\alpha^2 \Leftrightarrow k_0 = (1-k_0)\alpha^{2/3}$

$$k_0 = \frac{\alpha^{2/3}}{1+\alpha^{2/3}} = (\cos(\varphi))^2 \Rightarrow (\sin(\varphi))^2 = \sqrt{1-k_0} = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^{2/3}}}$$

Заметим, что $f''(k) = \frac{6}{(1-k)^4} + \frac{6\alpha^2}{k^4}$, $f''(k_0) > 0$ — это минимум

Чистовик

Искомая величина равна $2\angle CAB$ = (центральный угол вдвое больше вписанного)

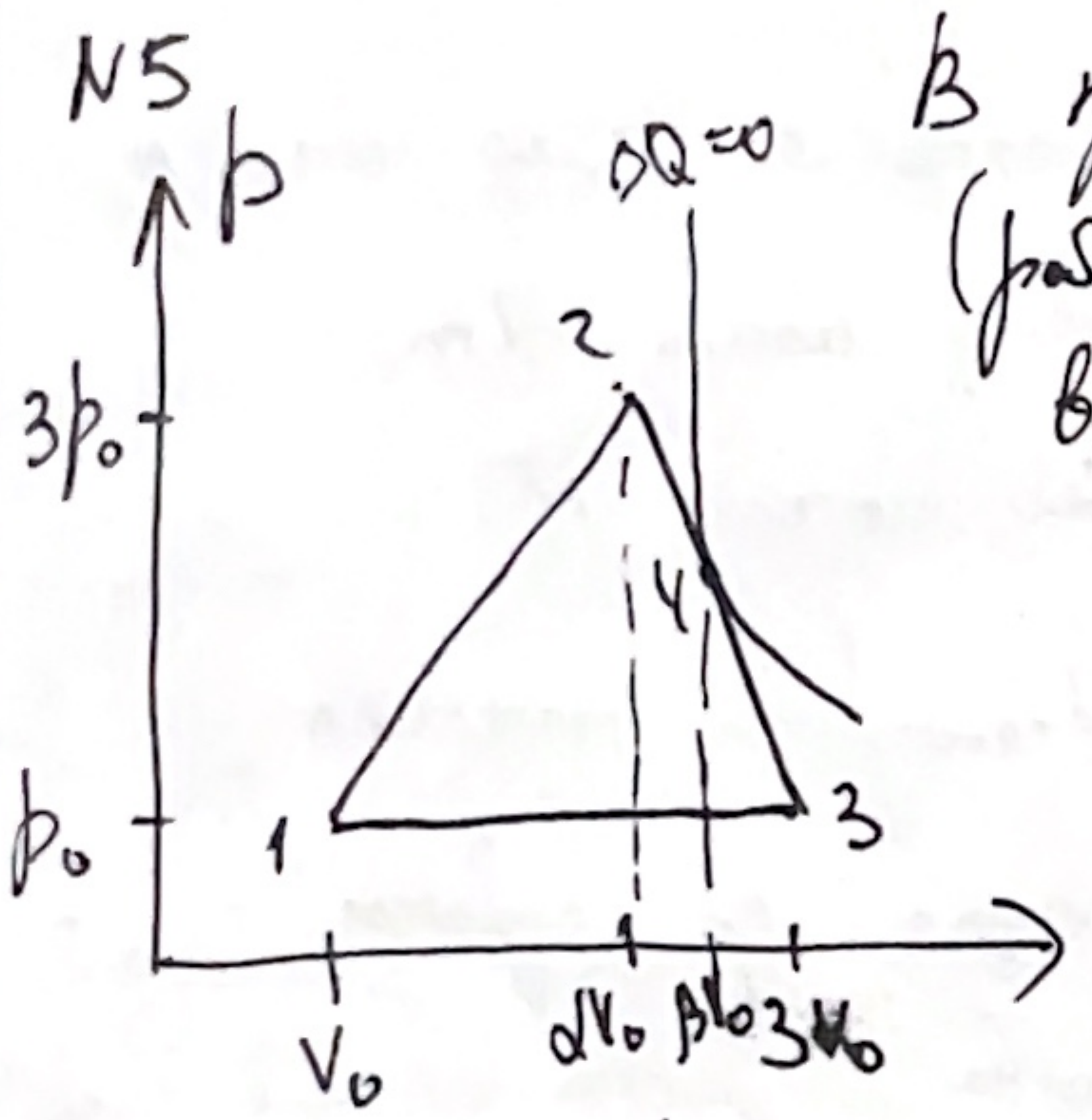
$\angle CBA = \varphi = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{1+\alpha^{2/3}}}\right) \Rightarrow \angle CAB = \frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{1+\alpha^{2/3}}}\right) =$

$= \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{1+\alpha^{2/3}}}\right) \Rightarrow$ искомая величина равна $2\arccos\frac{1}{\sqrt{1+\alpha^{2/3}}}$

Поскольку $\alpha = 2$, то искомая величина $= 2\arccos\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt[3]{4}}}$

Ответ: $2\arccos\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt[3]{4}}}$. +

N5



В процессе 1-2 подводится тепло. (работа газа положительна, внутренняя энергия возрастает).

В процессе 3-1 внутренняя энергия газа уменьшается, совершается отрицательная работа газа, тепло отводится.

Тепло в процессе 2-3 перестает подводиться в той точке 4, где адиабата, проведённая через эту точку, коснётся отрезка 2-3 в точке 4.

Предположим противное: пусть адиабата пересекает отрезок в точках 4, 5. Тогда, чтобы достичь точки 6, лежащей на отрезке 4-5, нужно подвести тепло.

Значит, точка 4 неправильно выбрана. Противоречие.

Таким образом, адиабата касается отрезка 2-3 в точке 4. Пусть объём в точке 2 равен αV_0, а в точке 4 βV_0.

Найдём уравнение прямой 2-3:

Пусть $p_{23} = k_1 V + k_2$. Подставим значения в точках 2, 3: $\begin{cases} 3p_0 = k_1\alpha V_0 + k_2 \\ p_0 = 3k_1 V_0 + k_2 \end{cases}$ вычтем 1-е уравнение из 2-го:

$2p_0 = k_1 V_0(\alpha - 3) \Rightarrow k_1 = -\frac{2p_0}{V_0(3-\alpha)}$, $\alpha \leq 3$, $\alpha \neq 3$.

Чистовик

Подставим k_1 во 2-е уравнение. Получим $k_2 = \frac{9-\alpha}{3-\alpha} p_0$

Тогда уравнение 2-3: $p_{23} = -\frac{2p_0}{V_0(3-\alpha)} V + \frac{9-\alpha}{3-\alpha} p_0$

Теперь рассмотрим адиабату, проходящую через точку 4.

$pV^\gamma = \text{const}$, γ – показатель адиабаты,

$\gamma = \frac{i+2}{i}$, где i – число степеней свободы. Для одноатомного газа $\gamma = \frac{5}{3}$, $i=3$. Тогда $p_A V^{5/3} = p_4 V_4^{5/3}$, p_A – давление в адиабате

$p_A = V_4^{5/3} p_4 V^{-5/3}$. Подставляя $V_4 = \beta V_0$, получаем

$p_A = \beta^{5/3} V_0^{5/3} p_4 V^{-5/3}$.

Поскольку $p_4 = p_{23}(V_4) = p_{23}(\beta V_0) = \frac{9-2\beta-\alpha}{3-\alpha} p_0$,

то $p_A = \beta^{5/3} V_0^{5/3} \frac{9-2\beta-\alpha}{3-\alpha} p_0 V^{-5/3}$

Условие касания адиабаты в точке 4: $\left.\frac{\partial p_{23}}{\partial V}\right|_{V=\beta V_0} = \left.\frac{\partial p_A}{\partial V}\right|_{V=\beta V_0}$

$\frac{\partial p_{23}}{\partial V} = k_1 = -\frac{2p_0}{V_0(3-\alpha)} \Rightarrow \left.\frac{\partial p_{23}}{\partial V}\right|_{V=\beta V_0} = -\frac{2p_0}{V_0(3-\alpha)}$

$\frac{\partial p_A}{\partial V} = -\frac{5}{3}\beta^{5/3} V_0^{5/3} p_4 V^{-8/3} \Rightarrow \left.\frac{\partial p_A}{\partial V}\right|_{V=\beta V_0} =$

$= -\frac{5}{3}\beta^{5/3} V_0^{5/3} \frac{9-2\beta-\alpha}{3-\alpha} p_0 \beta^{-8/3} V_0^{-8/3}$

Таким образом:

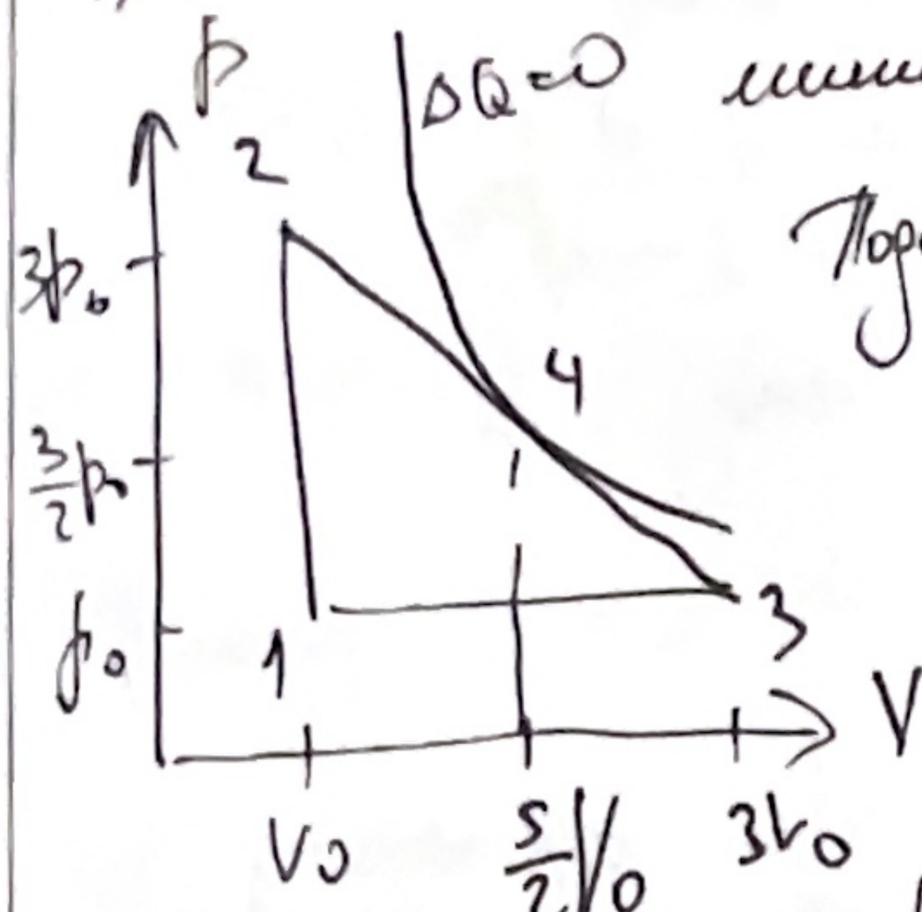
$-\frac{2p_0}{V_0(3-\alpha)} = -\frac{5}{3}\frac{9-2\beta-\alpha}{3-\alpha} p_0 \cdot \frac{1}{V_0\beta} \Rightarrow 2 = \frac{5}{3}\frac{9-2\beta-\alpha}{\beta}$

$6\beta = 45 - 10\beta - 5\alpha \Rightarrow \beta = \frac{45-5\alpha}{16}$

Заметим, что, поскольку работа газа за цикл постоянна (равна площади Δ 1-2-3, $2p_0V_0$), КПД цикла тем больше, чем меньше α. Потому что чем больше α, тем „выше" адиабата, то есть тем больше кол-во теплоты нужно сообщить газу. Тогда КПД будет меньше. Рассмотрим случаи, когда КПД максимально и минимально.

Листовик

1) КПД максимальный. Поскольку $\alpha \in [1;3]$, минимальное $\alpha = 1$ обеспечивает максимальный КПД.



Подставляя $\alpha = 1$, получаем $\beta = \frac{45-5\alpha}{16} = \frac{5}{2}$

Тогда $V_4 = \frac{5}{2}V_0 \Rightarrow p_4 = \frac{3}{2}p_0$

Подвели тепло $Q_+ = Q_{12} + Q_{24}$

По 1-му началу термодинамики $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$.

При $\alpha = 1$ 1-2 – это изохора, поэтому $A_{12} = 0$. – работа газа.

$Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = 3p_0V_0$

$Q_{24} = \Delta U_{24} + A_{24}$ (1-е начало термодинамики)

$\Delta U_{24} = \frac{3}{2}\left(\frac{5}{2}\cdot\frac{3}{2} - 3\right)p_0V_0 = \frac{9}{8}p_0V_0$

A_{24} – площадь трапеции под отрезком 2-4. Найдём через среднюю линию, умноженную на высоту.

$A_{24} = \frac{3/2+3}{2}\left(\frac{5}{2}-1\right)p_0V_0 = \frac{27}{8}p_0V_0$

$Q_{24} = A_{24} + \Delta U_{24} = \frac{9}{2}p_0V_0 \Rightarrow Q_+ = Q_{12} + Q_{24} = \frac{15}{2}p_0V_0$.

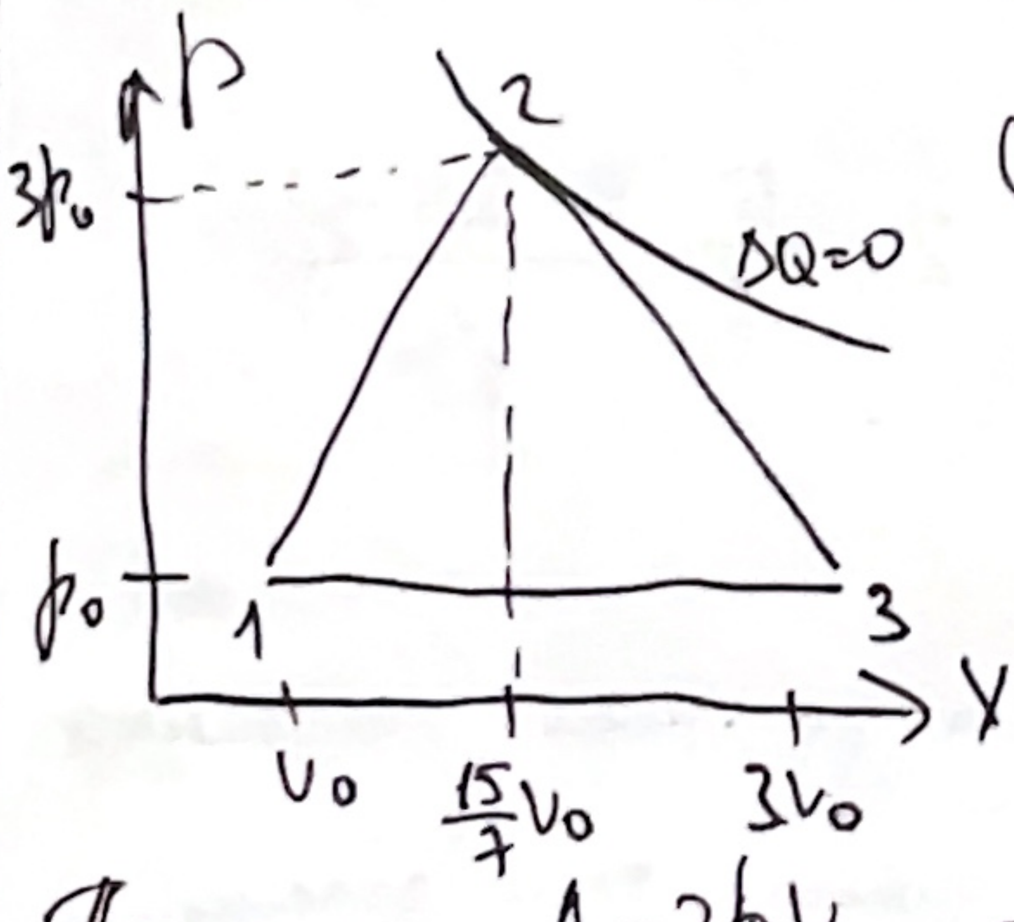
Работа газа за цикл равна площади Δ, $A = 2p_0V_0$

Тогда максимальный КПД $\eta_{max} = \frac{A}{Q_+} = \frac{4}{15}$.

2) КПД минимальный. Это значит, что α принимает максимально возможное значение, не противоречащее условию задачи.

То есть α такое, что тепло на 2-4 уже не подводится.

То есть точки 2 и 4 совпадают. $\alpha = \beta \Leftrightarrow \frac{45-5\alpha}{16} = \alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{15}{7}$



$Q_+ = Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$ (1-е начало термодинамики)

$A_{12} = \frac{1+3}{2}\left(\frac{15}{7} - 1\right)p_0V_0 = \frac{16}{7}p_0V_0$ – площадь трапеции

$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{57}{7}p_0V_0$

$Q_+ = A_{12} + \Delta U_{12} = \frac{73}{7}p_0V_0$

Поскольку $A = 2p_0V_0$, то $\eta_{min} = \frac{A}{Q_+} = \frac{14}{73}$.

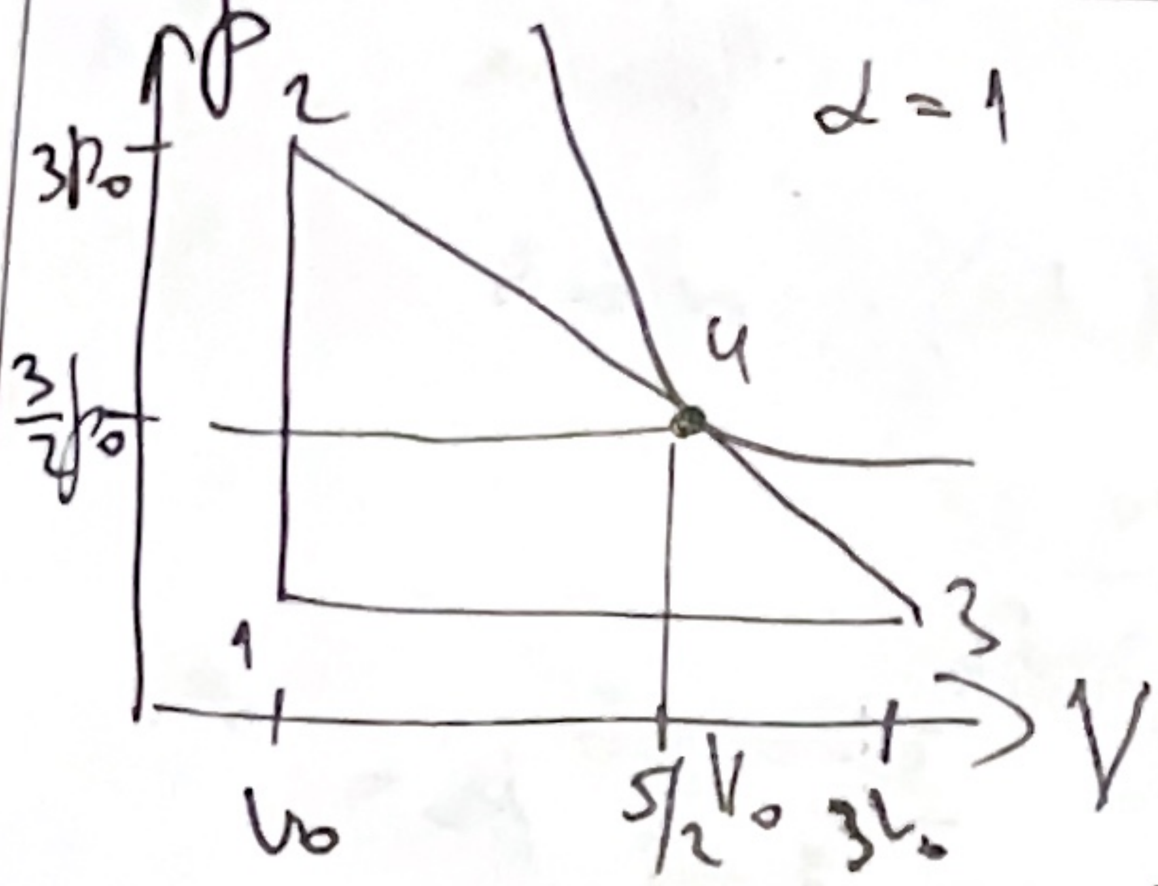
Итого: максимальное η достигается при $\alpha = 1$,
минимальное η не достигается, т.к. в 2-3 тепло не подводится

При $\alpha \geq \frac{15}{7}$ условие задачи о процессе 2-3 не выполняется

Все промежуточные значения достигаются.

Ответ: КПД $\eta \in \left(\frac{14}{73}; \frac{4}{15}\right]$.

+



$\alpha = 1$

Черновик

$$\beta = \frac{45-5\alpha}{16} = \frac{40}{16} = \frac{5}{2}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ +27 \\ \hline 51 \end{array}$$

$$Q_+ = Q_{12} + Q_{24}$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{3}{2}\cdot 2p_0V_0 = 3p_0V_0$$

$$A_{24} = \frac{3/2+3}{2}\left(\frac{5}{2}-1\right)p_0V_0 =$$

$$= \frac{3+6}{4}\cdot\frac{3}{2}p_0V_0 = \frac{9}{4}\cdot\frac{3}{2}p_0V_0 = \frac{27}{8}p_0V_0$$

$$\cancel{Q_+ = \left(3+\frac{27}{8}\right)p_0V_0 = \frac{51}{8}p_0V_0}$$

$$\Delta U_{24} = \frac{3}{2}\left(\frac{5}{2}\cdot\frac{3}{2}-3\right)p_0V_0 =$$

$$\cancel{Q_{24} = A_{24} + \Delta U_{24}}, \quad A_{24} = \quad = \frac{3}{2}\,\frac{15-12}{4}p_0V_0 = \frac{9}{8}p_0V_0$$

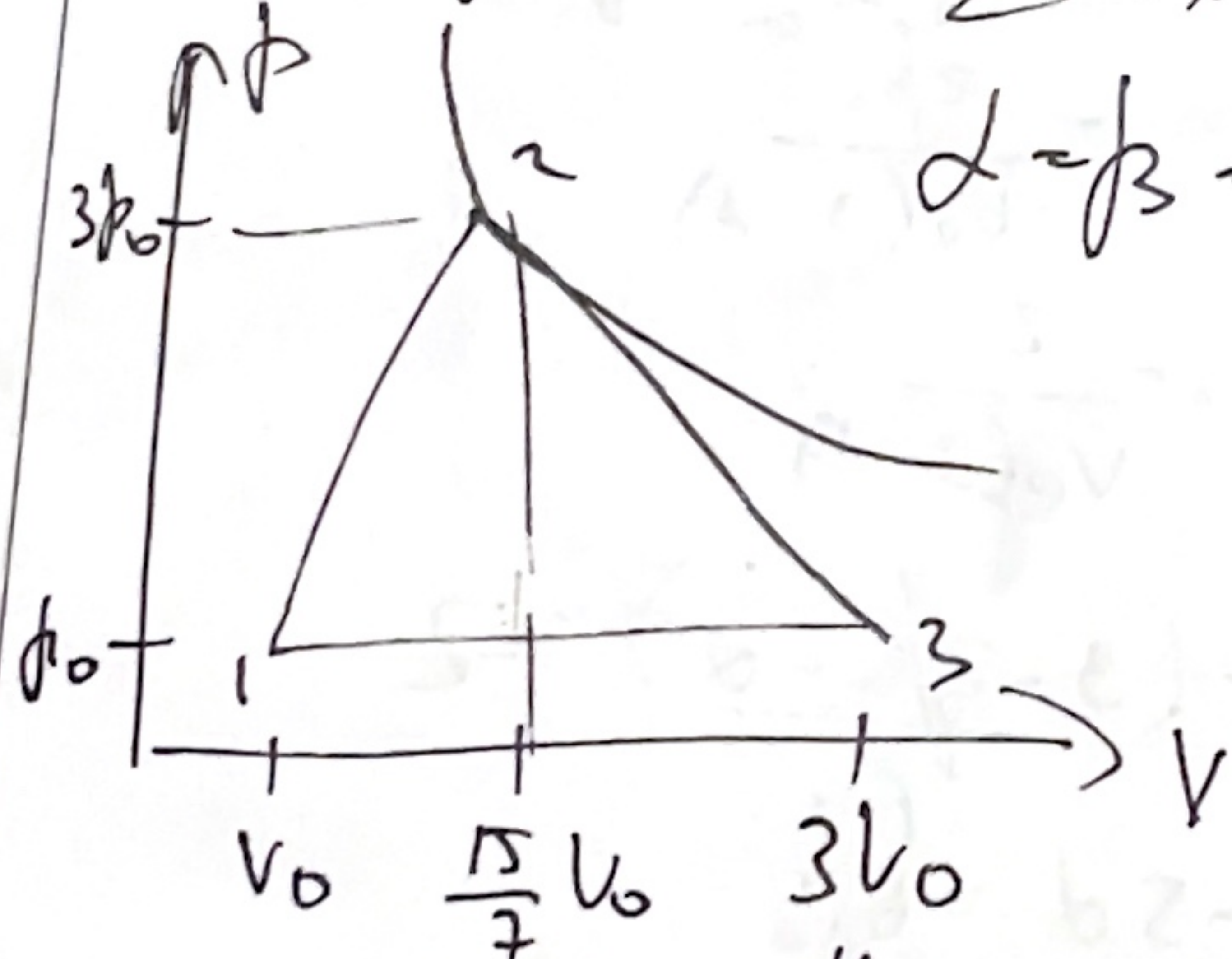
$$Q_{24} = A_{24} + \Delta U_{24} = \left(\frac{27}{8}+\frac{9}{8}\right)p_0V_0 = \frac{36}{8}p_0V_0 = \frac{9}{2}p_0V_0$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ +19 \\ 3 \\ \hline 57 \end{array}$$

$$Q_+ = Q_{12} + Q_{24} = \left(3+\frac{9}{2}\right)p_0V_0 = \frac{15}{2}p_0V_0$$

$$A = 2p_0V_0 \Rightarrow \eta_{max} = \frac{2}{15/2} = \frac{4}{15}$$

$$\begin{array}{r} 57 \\ +16 \\ \hline 73 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 45 \\ -7 \\ \hline 38 \end{array}$$



$$\alpha = \beta = \frac{45-5\alpha}{16} \qquad 16\alpha = 45-5\alpha$$

$$21\alpha = 45 \qquad \alpha = \frac{45}{21} = \frac{15\cdot 3}{7\cdot 3} = \frac{15}{7}$$

$$Q_+ = \Delta U_{12} + A_{12}$$

$$A_{12} = \frac{1+3}{2}\left(\frac{15}{7}-1\right)p_0V_0 =$$

$$= 2\cdot\frac{8}{7}p_0V_0 = \frac{16}{7}p_0V_0$$

$$\frac{\Delta U_{12}}{p_0V_0} = \frac{3}{2}\left(3\cdot\frac{15}{7}-1\right) = \frac{3}{2}\cdot\frac{45-7}{7} = \frac{3}{\cancel{2}}\cdot\frac{\overset{19}{\cancel{38}}}{7} = \frac{3\cdot 19}{7} = \frac{57}{7}$$

$$Q_{12} = \left(\frac{16}{7}+\frac{57}{7}\right)p_0V_0 = \frac{73}{7}p_0V_0 \qquad A = 2p_0V_0$$

$$\eta_{min} = \frac{2}{\frac{73}{7}} = \frac{14}{73}$$ — не расписал

$$\eta \in (\eta_{min}; \eta_{max}], \qquad \eta \in \left(\frac{14}{73}; \frac{4}{15}\right]$$

7

Черновик

$$2-3:\begin{cases} p = k_1 V + k_2 \\ 3p_0 = k_1 \alpha V_0 + k_2 \\ p_0 = k_1 \cdot 3V_0 + k_2 \end{cases} \qquad 2p_0 = k_1 V_0(\alpha - 3),\ \alpha \le 3$$

$$k_1 = \frac{-2p_0}{V_0(3-\alpha)}$$

$$k_2 = p_0 - 3k_1V_0 = p_0 + \frac{6p_0 \cancel{V_0}}{\cancel{V_0}(3-\alpha)} = \frac{3-\alpha+6}{3-\alpha}p_0 =$$

$$= \frac{9-\alpha}{3-\alpha}p_0 \Rightarrow p_{23} = -\frac{2p_0}{V_0(3-\alpha)}V + \frac{9-\alpha}{3-\alpha}p_0$$

$$p_A V^{\gamma} = \mathrm{const}, \quad \gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{5}{3}$$

$$p_A V^{5/3} = p_4 V_4^{5/3}$$

$$p_A = p_4 V_4^{5/3} V^{-5/3}$$

$$\frac{\partial p_A}{\partial V} = -\frac{5}{3}p_4 V_4^{5/3} V^{-8/3}\Big|_{\beta V_0} =$$

$$p_4 = p_{23}(\beta V_0) =$$

$$= -\frac{2p_0 \cdot \beta \cancel{V_0}}{\cancel{V_0}(3-\alpha)} + \frac{9-\alpha}{3-\alpha}p_0 =$$

$$= -\frac{2p_0\beta}{3-\alpha} + \frac{9-\alpha}{3-\alpha}p_0 =$$

$$= \frac{9-2\beta-\alpha}{3-\alpha}p_0$$

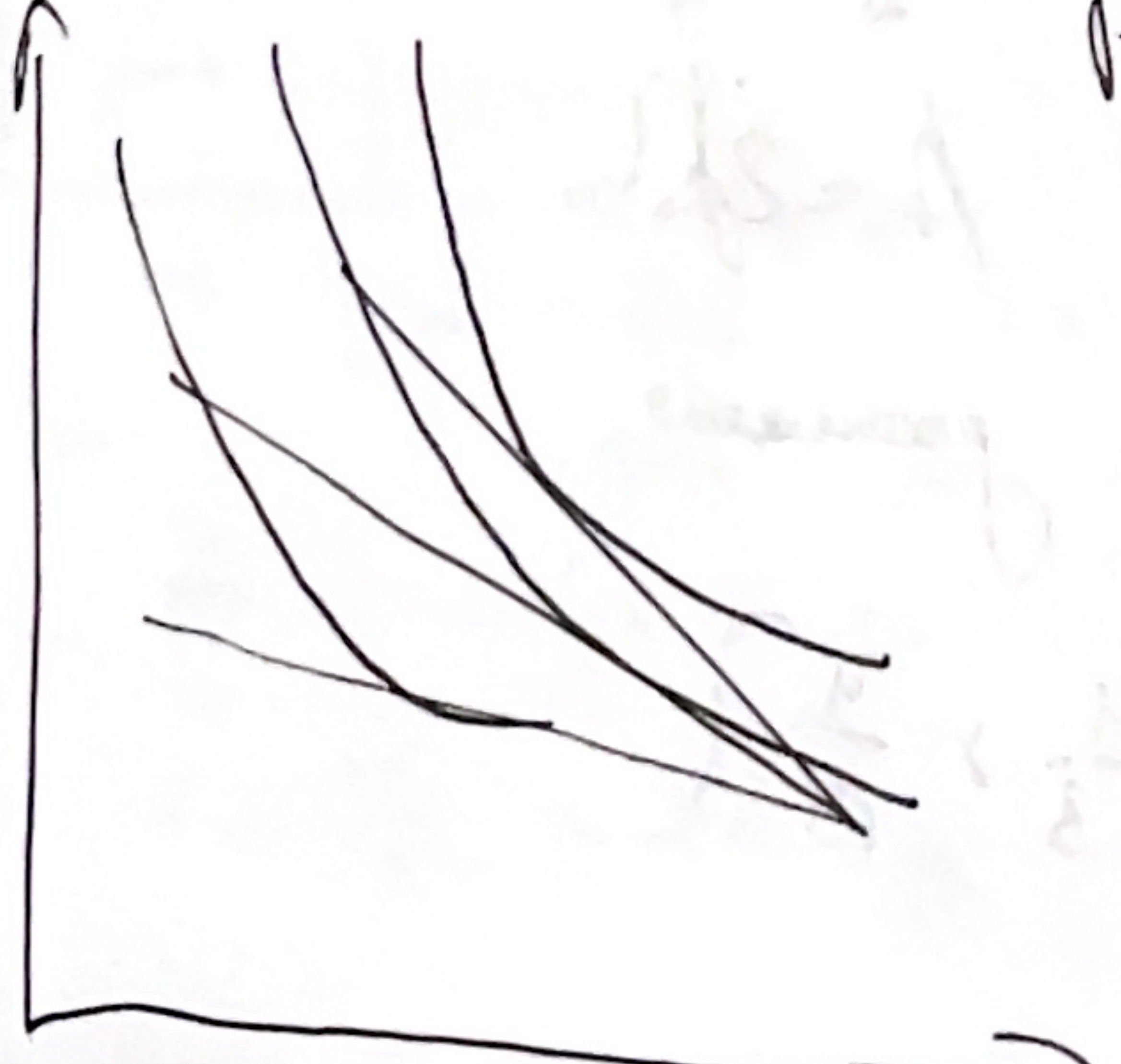
$$= -\frac{5}{3}\cdot\frac{9-2\beta-\alpha}{3-\alpha}p_0 V_4^{5/3}\beta^{-8/3}V_0^{-8/3} = -\frac{2p_0}{V_0(3-\alpha)}$$

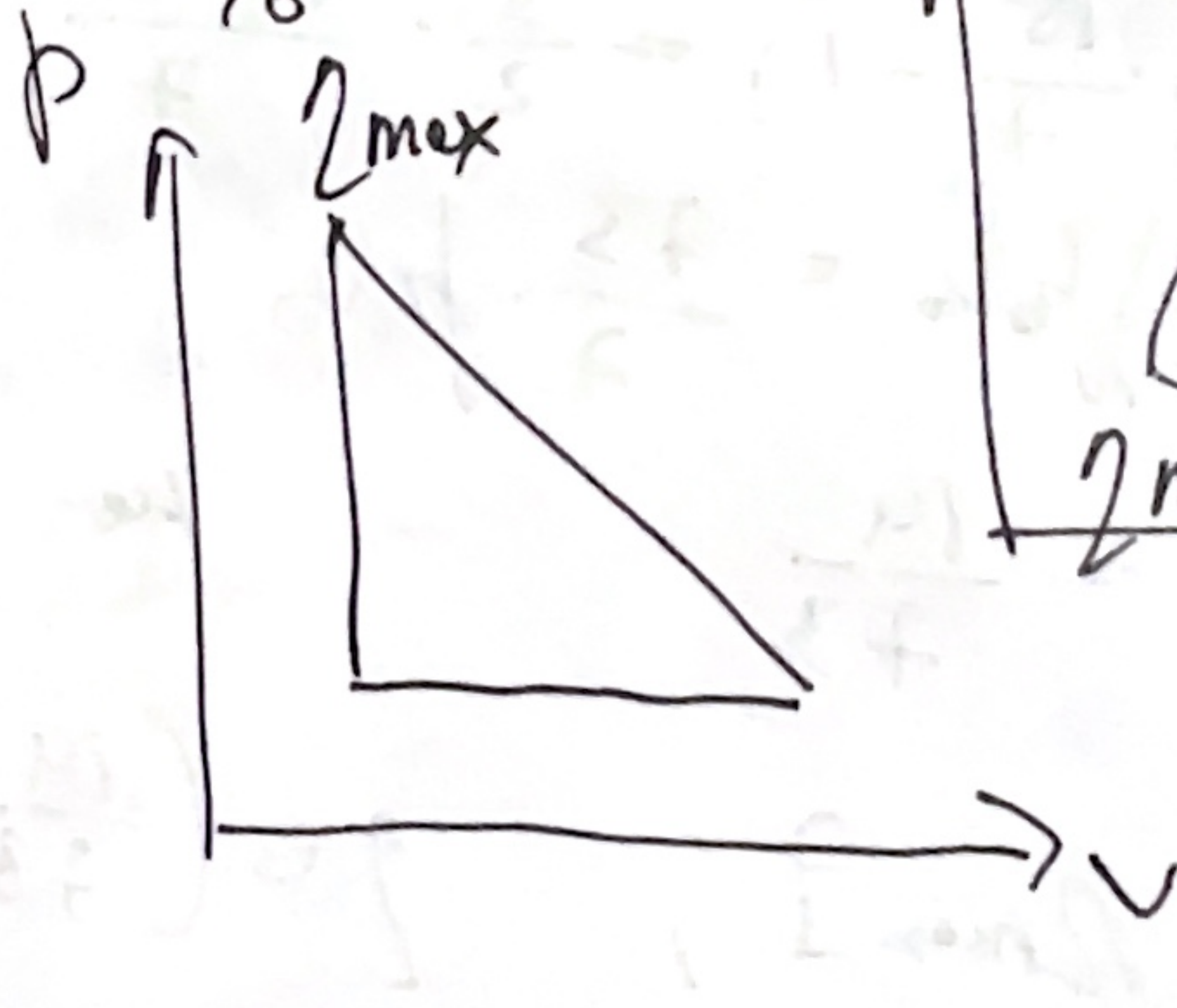
$$-\frac{5}{3}\frac{9-2\beta-\alpha}{\cancel{3-\alpha}}\underbrace{\beta^{5/3}V_0^{5/3}\beta^{-8/3}V_0^{-8/3}}_{\beta^{-1}\ V_0^{-1}} = -\frac{2}{V_0\cancel{(3-\alpha)}}$$

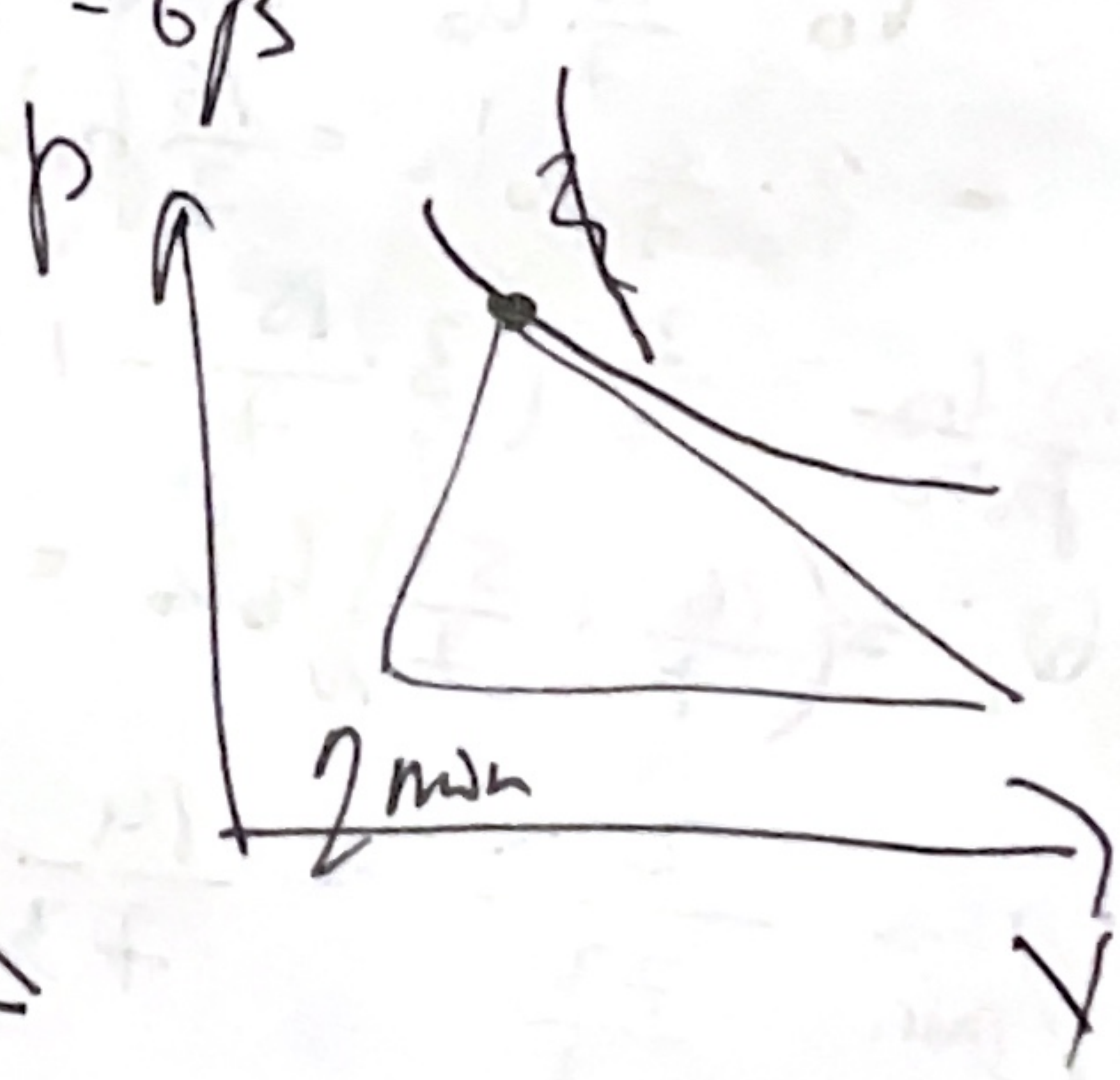
$$+\frac{5}{3}\frac{9-2\beta-\alpha}{\cancel{V_0}\beta} = +\frac{2}{\cancel{V_0}} \Rightarrow \frac{5}{3}\left(\frac{9-2\beta-\alpha}{\beta}\right) = 2$$

$$5(9-2\beta-\alpha) = 6\beta \Rightarrow 45 - 10\beta - 5\alpha = 6\beta$$

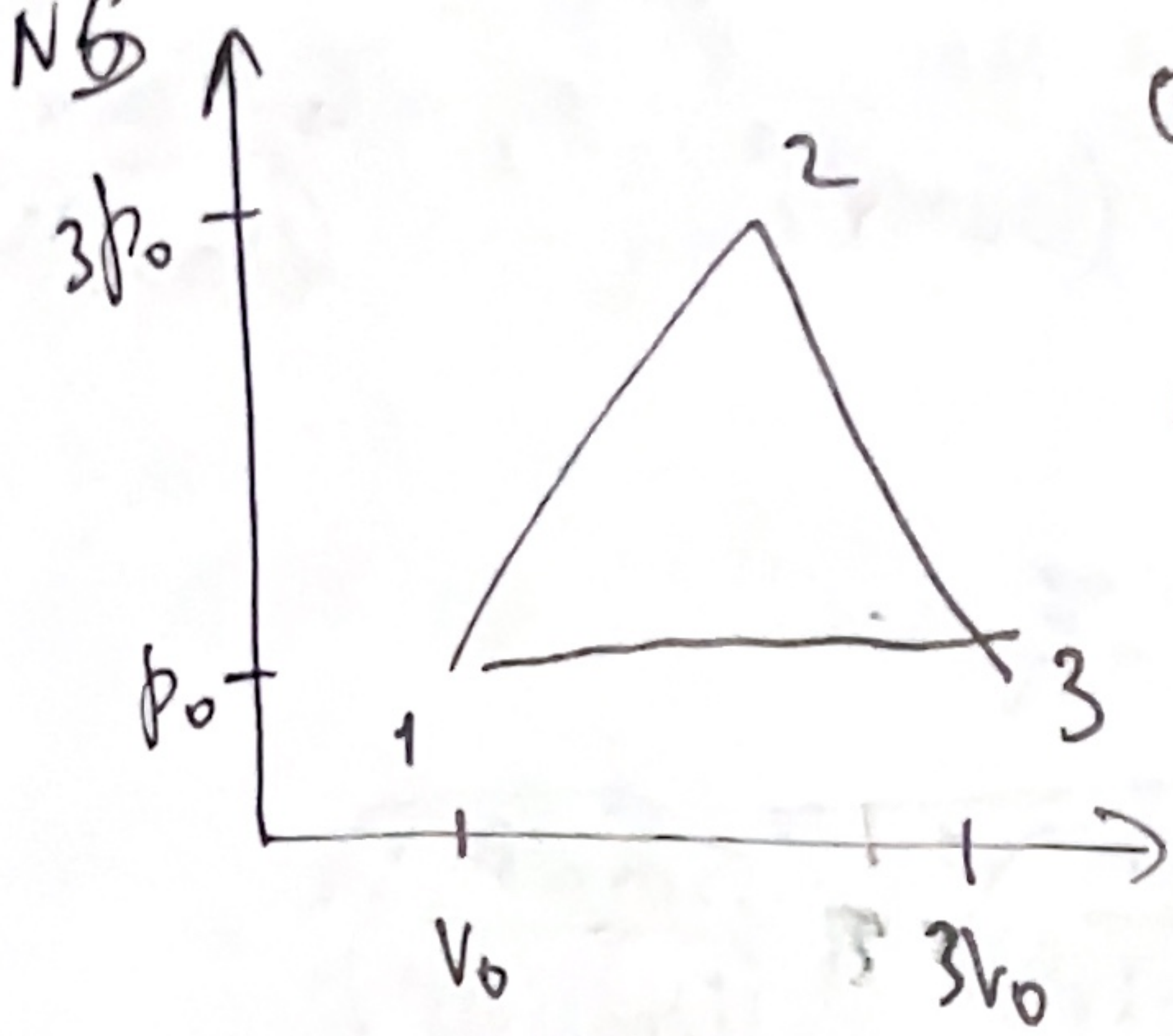
$$16\beta = 45 - 5\alpha \qquad \beta = \frac{45-5\alpha}{16}$$







№5 Черновик



$Q_+ = Q_{12} + Q_{23}$

$A = 2p_0V_0$

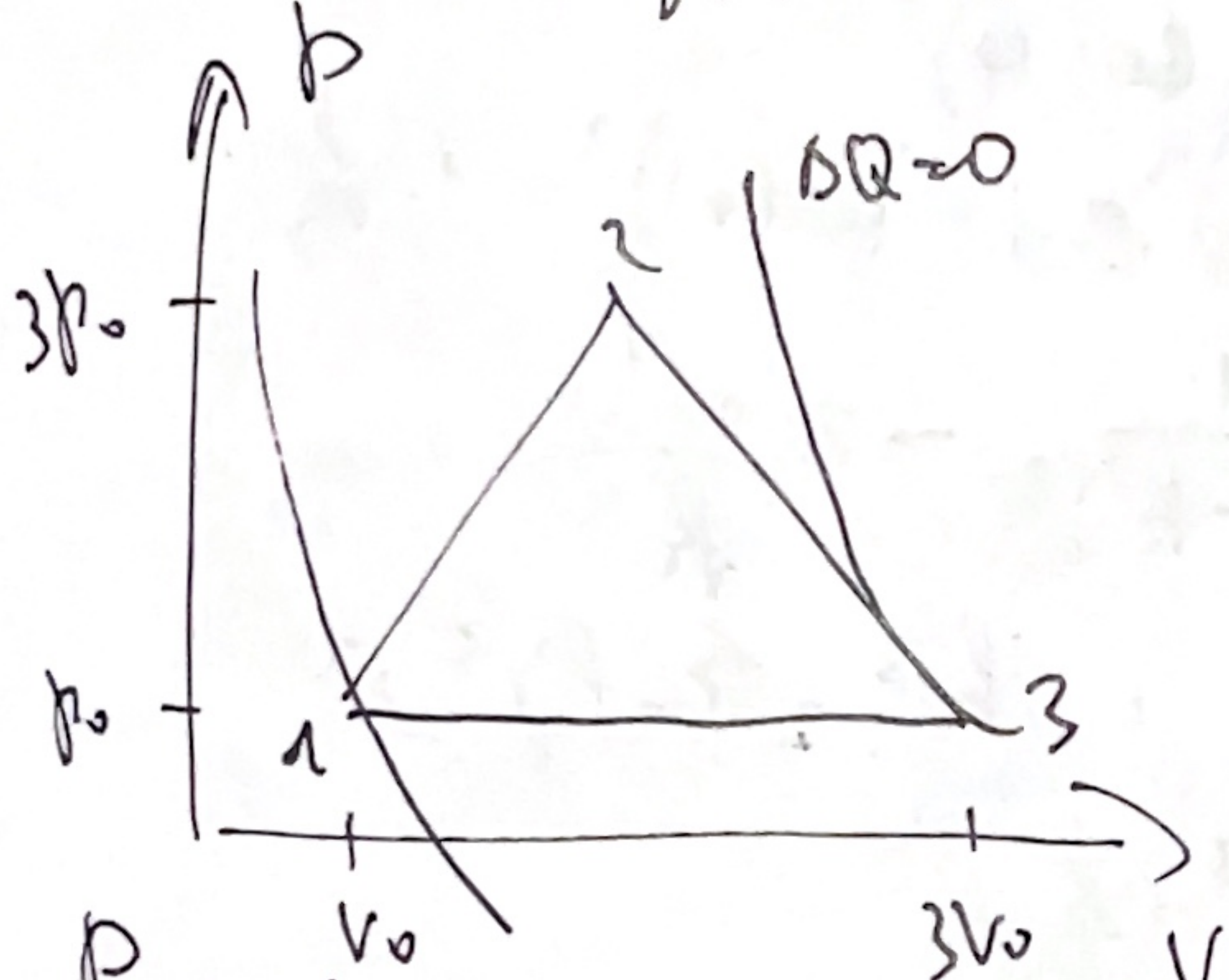
$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$

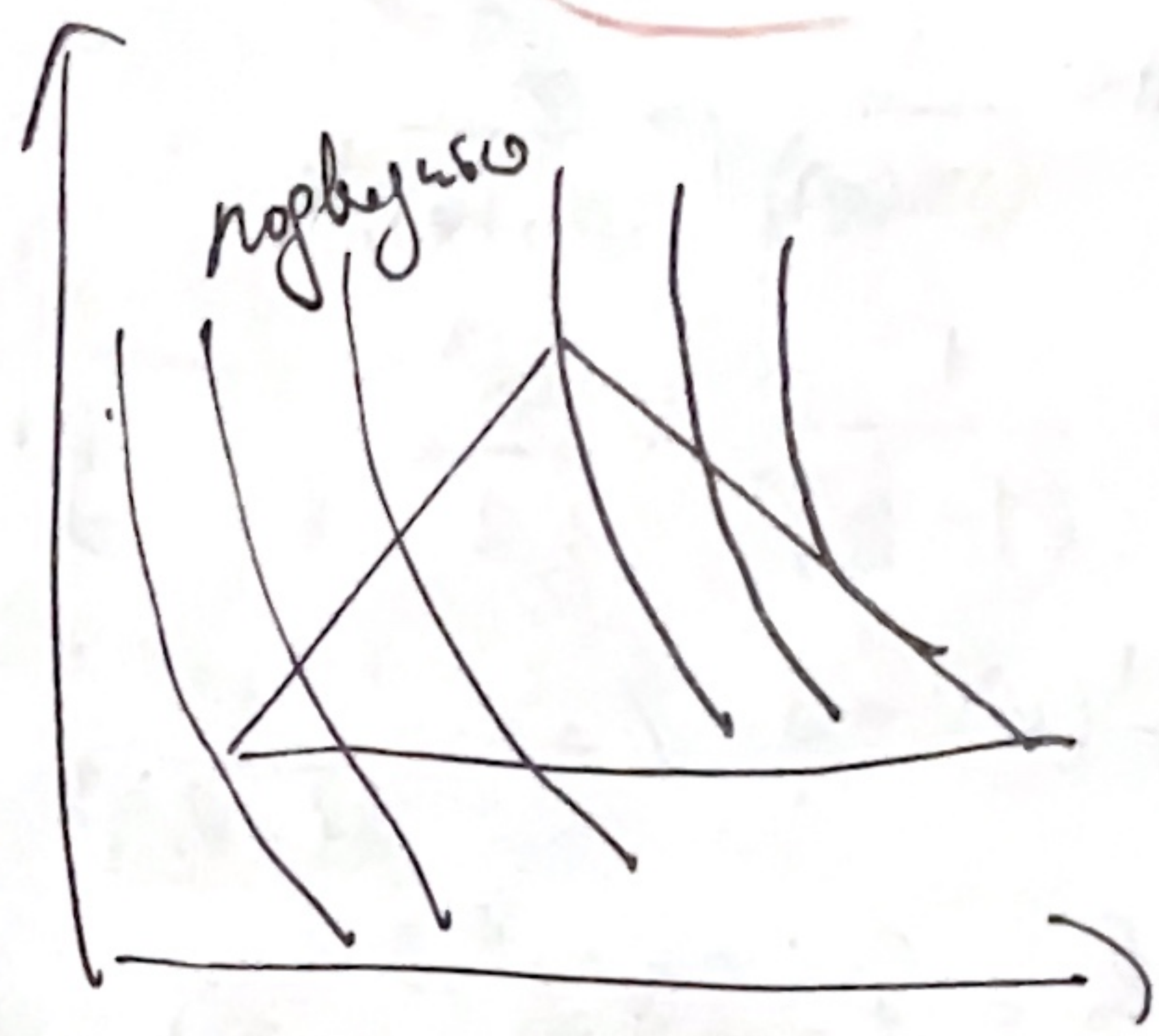
$\Delta U_{12} =$

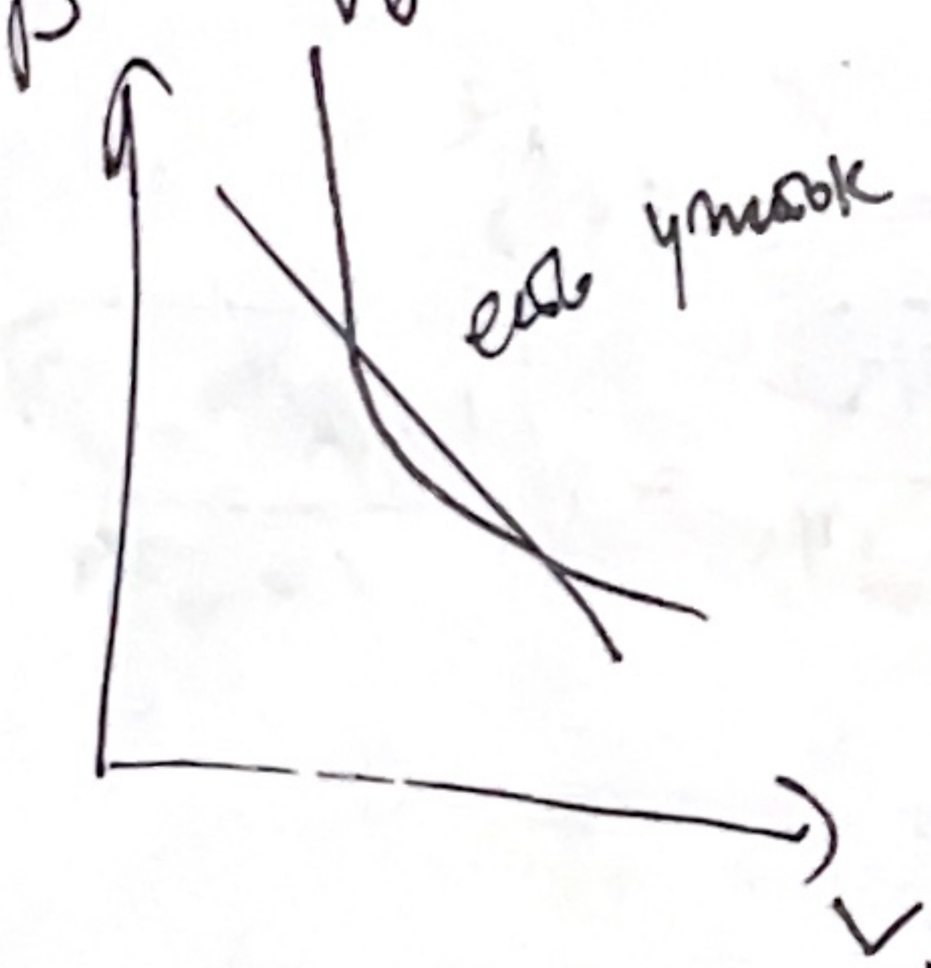
$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}$

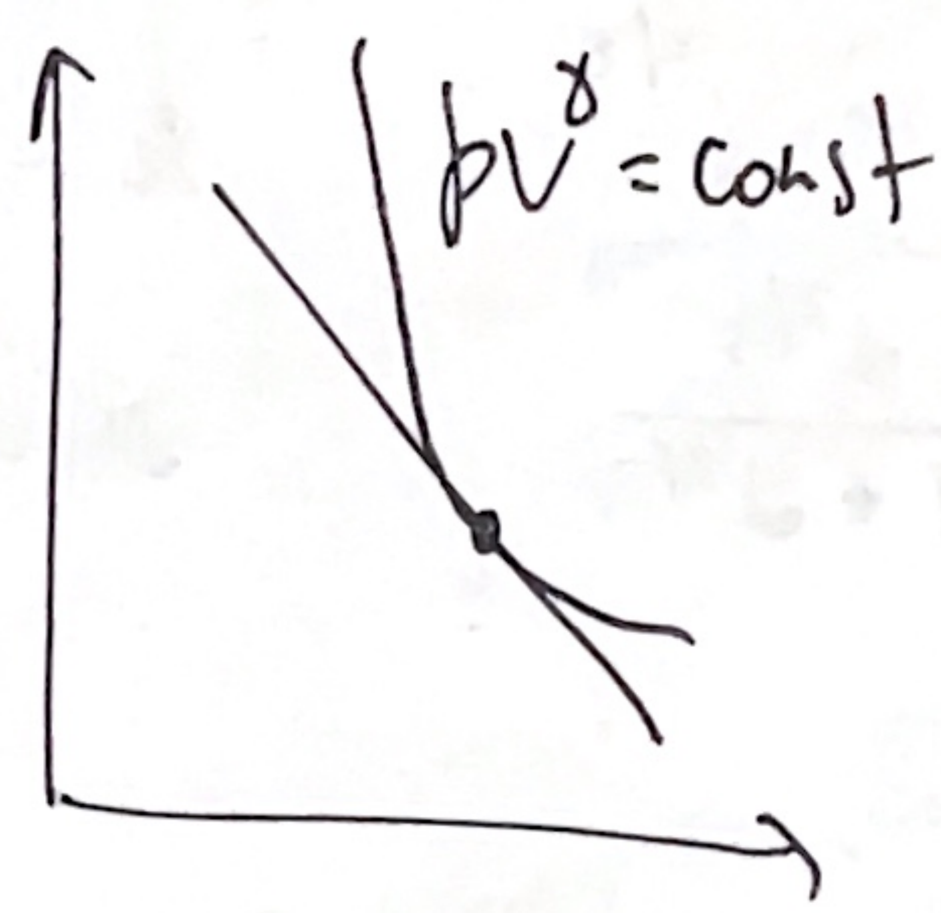
$Q_+ = A_{123} + \Delta U_{13} = 5p_0V_0 + 2p_0V_0 = 7p_0V_0$

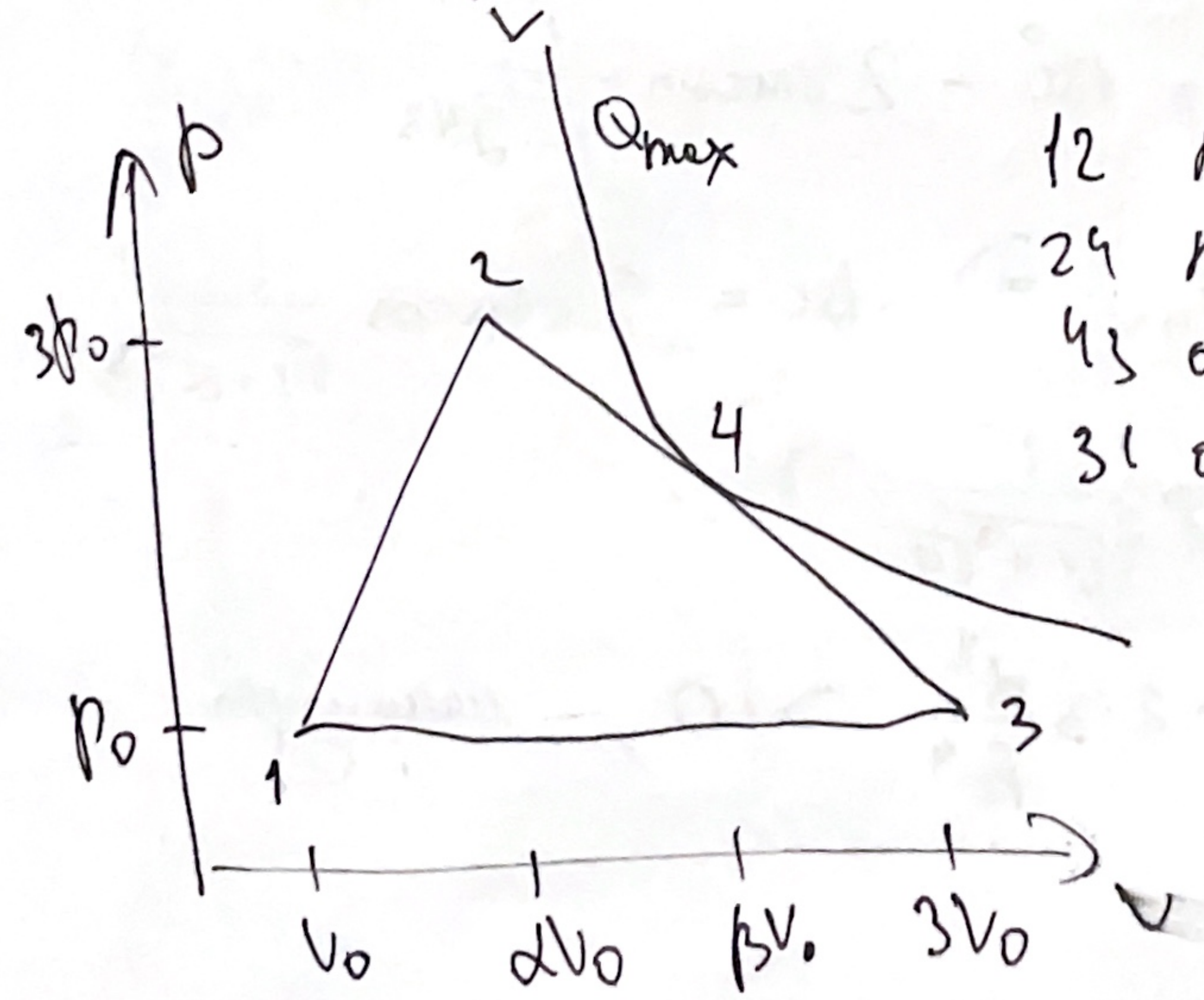
ККД $\eta = \frac{2p_0V_0}{7p_0V_0} = \frac{2}{7}$







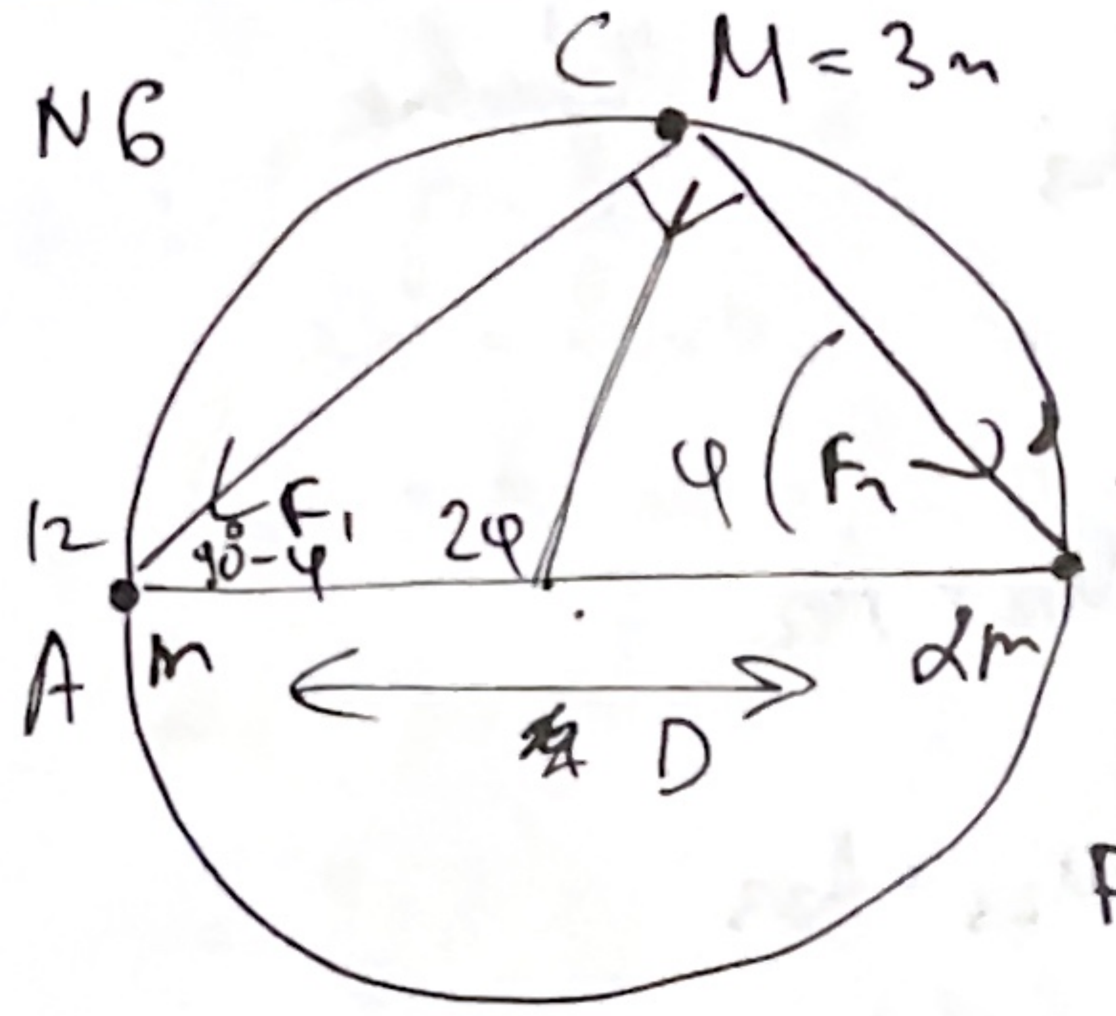




12 підводиться
24 підводиться
43 відводиться
31 відводиться

Черновик

N6



$$F_1 = G\frac{Mm}{(D\sin(\varphi))^2}, \quad F_2 = G\frac{M\alpha m}{(D\cos\varphi)^2}$$

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

$$F = \sqrt{\left(\frac{GMm}{(D\sin(\varphi))^2}\right)^2 + \left(\frac{Gm\alpha M}{(D\cos(\varphi))^2}\right)^2} =$$

$$= \frac{GMm}{D}\sqrt{\frac{1}{(\sin(\varphi))^2} + \frac{\alpha^2}{(\cos(\varphi))^2}}.$$

$$\min \frac{1}{(\sin(\varphi))^4} + \frac{\alpha^2}{(\cos(\varphi))^4}.$$

$$k = (\cos\varphi)^2$$

$$(\sin(\varphi))^2 = 1 - (\cos(\varphi))^2 = 1-k$$

$$f = \frac{1}{(1-k)^2} + \frac{\alpha^2}{k^2}, \quad f' = +2\frac{1}{(1-k)^3} - 2\frac{\alpha^2}{k^3}$$

$$f'(k) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{(1-k)^3} = \frac{\alpha^2}{k^3}, \quad k^3 = (1-k)^3\alpha^2$$

$$k = (1-k)\alpha^{2/3} \Rightarrow k = \alpha^{2/3} - k\alpha^{2/3}$$

$$k(1+\alpha^{2/3}) = \alpha^{2/3} \qquad k = \frac{\alpha^{2/3}}{1+\alpha^{2/3}} = (\cos(\varphi))^2$$

$$\cos(\varphi) = \sqrt{\frac{\alpha^{2/3}}{1+\alpha^{2/3}}} \qquad \sin(\varphi) = \sqrt{1 - \frac{\alpha^{2/3}}{1+\alpha^{2/3}}} = \sqrt{\frac{1+\alpha^{2/3}-\alpha^{2/3}}{1+\alpha^{2/3}}}$$

$$\sin(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^{2/3}}}$$

$$BC = 180^\circ - 2\varphi = 180^\circ - 2\arcsin\frac{1}{\sqrt{1+\alpha^{2/3}}}$$

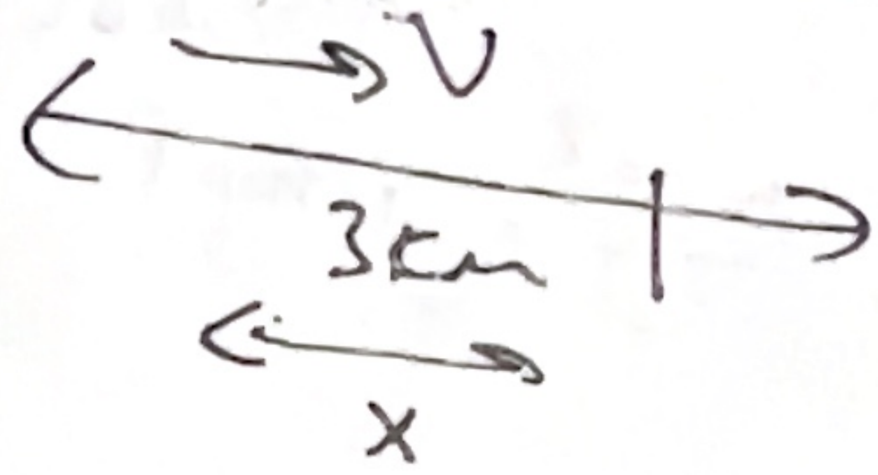
$$90^\circ - \varphi = \arccos\frac{1}{\sqrt{1+\alpha^{2/3}}} \Rightarrow BC = 2\arccos\frac{1}{\sqrt{1+\alpha^{2/3}}}$$

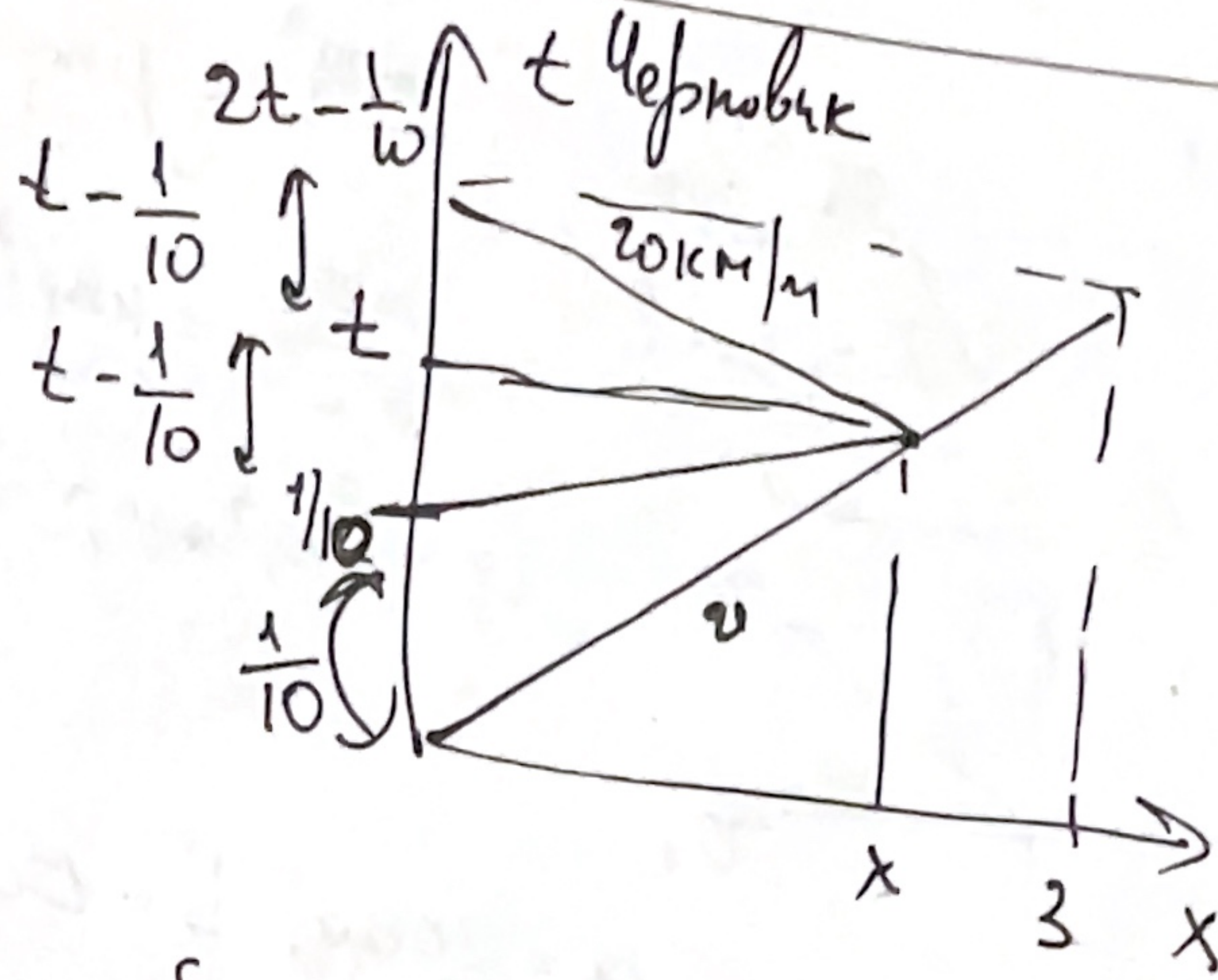
$$\alpha = 2$$

$$BC = 2\arccos\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt[3]{4}}}$$

$$f'' = +3\cdot 2\frac{1}{(1-k)^4} + 2\cdot 3\frac{\alpha^2}{k^4} > 0 \quad \text{минимум}$$

N3





$$\begin{cases} vt = x \\ v\left(2t - \frac{1}{10}\right) = 3 \\ 20\left(t - \frac{1}{10}\right) = x \end{cases}$$

$\cancel{v = 2x}$

$$\begin{cases} t = \frac{x}{v} \\ v\left(\frac{2x}{v} - \frac{1}{10}\right) = 3 \\ 20\left(\frac{x}{v} - \frac{1}{10}\right) = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - \frac{v}{10} = 3 \Rightarrow \frac{v}{10} = 2x - 3 \\ \frac{20x}{v} - 2 = x \end{cases}$$

$v = 20x - 30$

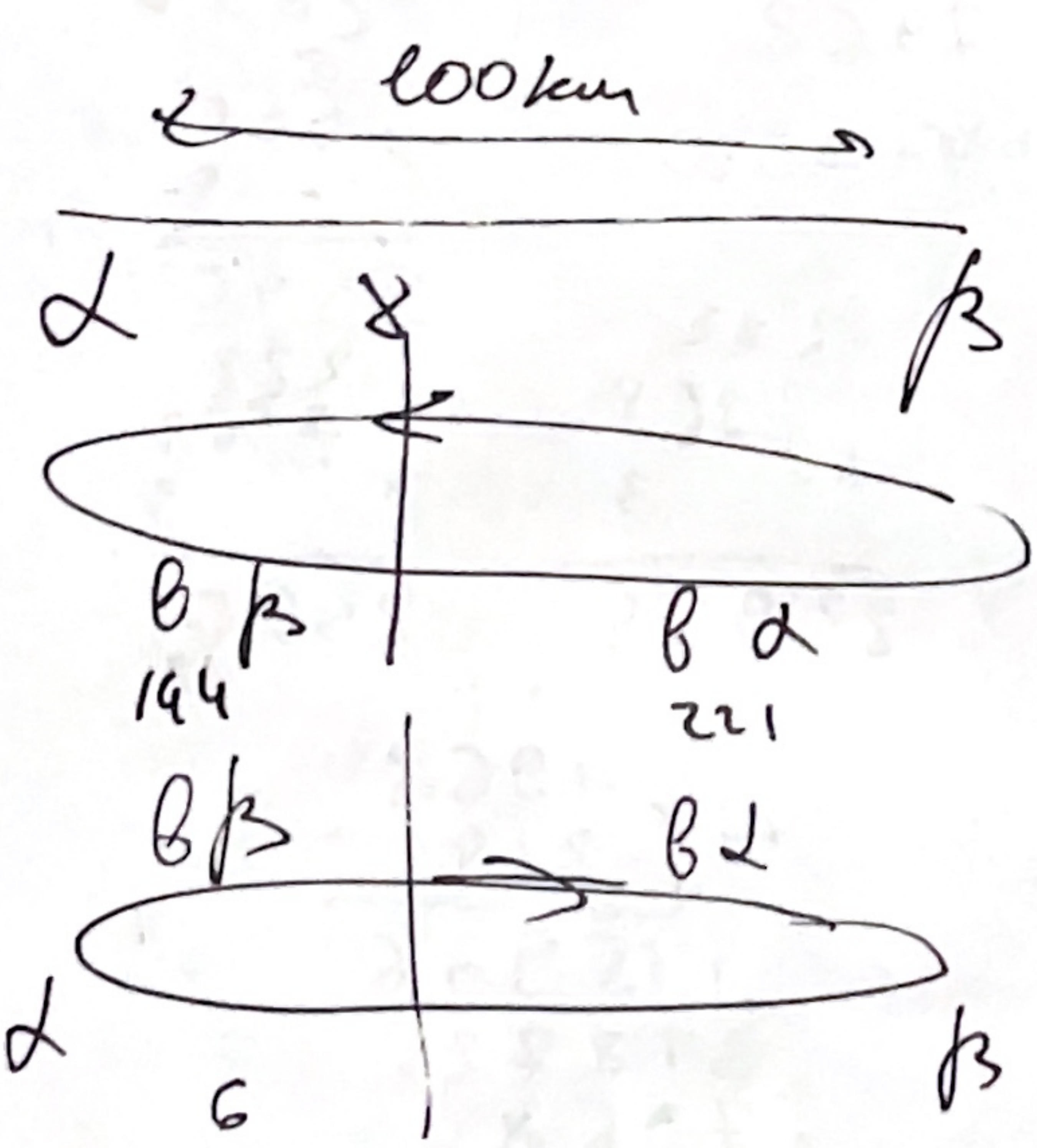
$$\frac{20x}{20x-30} - 2 = x \Leftrightarrow \frac{2x - 2(2x-3)}{2x-3} = x$$

$$\frac{2x - 4x + 6}{2x-3} = x \quad \frac{-2x+6}{2x-3} = x \quad -2x + 6 = 2x^2 - 3x$$

$$2x^2 - x - 6 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4\cdot 2\cdot 6}}{4} = \cancel{\frac{1 \pm 5}{4}} = \frac{1 \pm 7}{4} = 2 \text{ км}$$

N4



$$\begin{array}{r} 144 \\ +221 \\ \hline 365 \end{array}$$

$$\cancel{100}^{20} \cdot \frac{144}{\cancel{365}_{73}} = \frac{2880}{73} = 39\frac{33}{73} \text{ км}$$

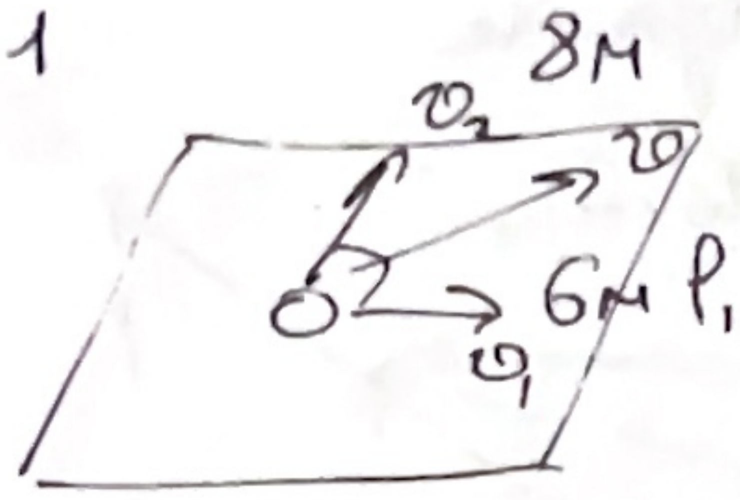
$$\begin{array}{r|l} 2880 & 73 \\ \cline{2-2} -219 & 39 \\ \hline 690 & \\ -657 & \\ \hline 33 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 73 \\ \times 3 \\ \hline 219 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 73 \\ \times 9 \\ \hline 657 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 73 \\ \hline 117 \\ 273\ \ \\ \hline 2847 \\ +33 \\ \hline 2880 \end{array}$$

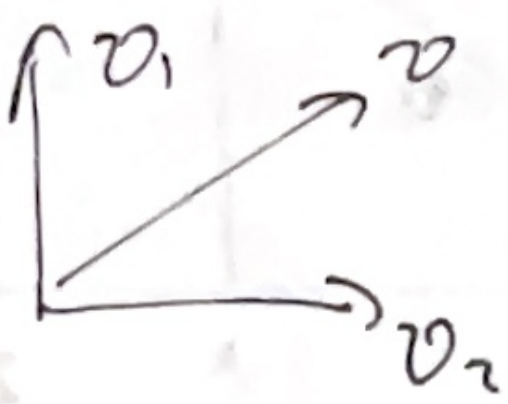
Черновик

N1



$\frac{mv_1^2}{2} = \mu mg l_1$ $\frac{mv^2}{2} = \mu mg l$

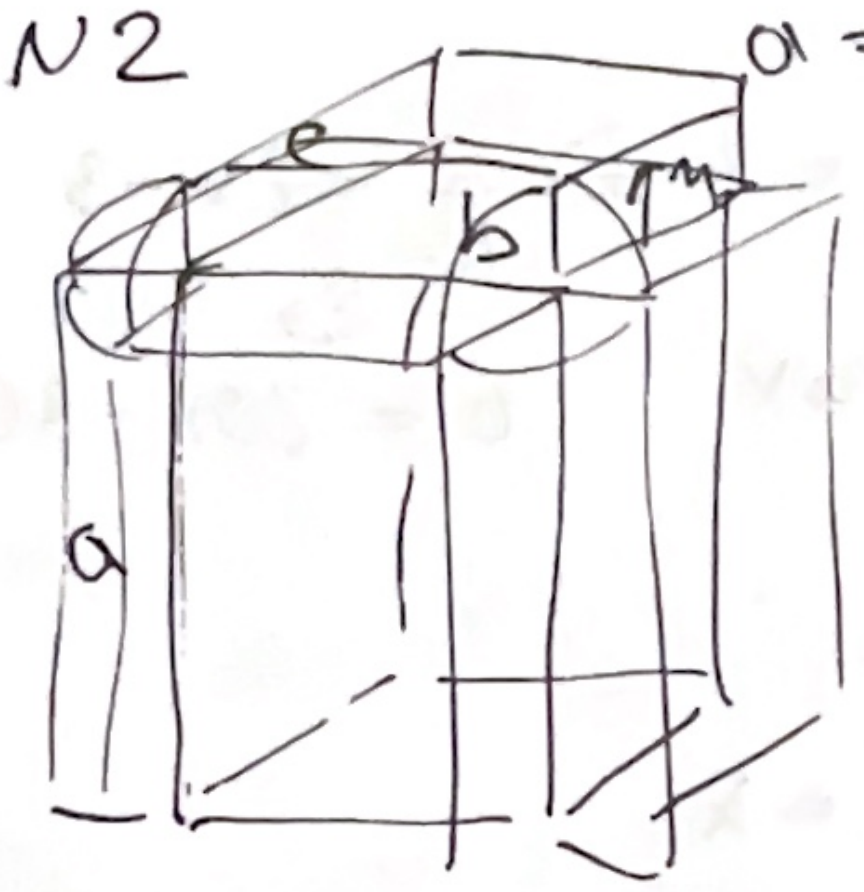
$\frac{mv_2^2}{2} = \mu mg l_2$



$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = \frac{m(v_1^2+v_2^2)}{2} = \mu mg l,$

$l = l_1 + l_2 = 14м$

N2



$a = 20см,\ b = 15см\ \ c = 15см\ \ r = 4см$

$V = \frac{4}{3}\pi r^3 + 2r(ab+bc+ac) +$

$+ \pi r^2(a+b+c)$

$V = \frac{4}{3}\pi\cdot 64 + 2\cdot 4(20\cdot 15 + 20\cdot 15 + 15\cdot 15) +$

$+ \pi\cdot 16(20+15+15) =$

$= \cancel{\frac{4}{3}}\,\frac{256}{3}\pi + 8\cdot(\cancel{20}600 + \cancel{600}\ 225) + \pi\cdot 16\cdot 50 =$

$= \frac{256}{3}\pi + 6600 + 800\pi = \frac{2400+256}{3}\pi + 6600 =$

$= \frac{2656}{3}\pi + 6600,$

$m = \rho V = \frac{9}{10}\cdot\frac{2656}{3}\pi + 9\cdot 660 = 7968\pi + 5940$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\ 625 \\ 8 \\ \hline 5000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \\ \times\ 825 \\ 8 \\ \hline 6600 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times\ 2656 \\ 3 \\ \hline 7968 \end{array} \quad \begin{array}{r} +\ 2400 \\ 256 \\ \hline 2656 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times\ 660 \\ 9 \\ \hline 5940 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 7968 \\ 3141 \\ \hline 127968 \\ 31872 \\ 17968 \\ 21804 \\ \hline \cancel{22927488} \end{array} \quad \begin{array}{r} \times\ 7968 \\ 3141 \\ \hline 127968 \\ 31872 \\ 27968 \\ 23904 \\ \hline 25027488 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times\ 7968 \\ 3 \\ \hline 23904 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times\ 7968 \\ 3 \\ \hline 23904 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +\ 7968 \\ 7968 \\ \hline 15936 \end{array} \quad \begin{array}{r} +\ 2500 \\ 5940 \\ \hline 8440\ г \end{array} \quad \begin{array}{r} \times\ 7968 \\ 3142 \\ \hline 15936 \\ +\ 31872 \\ +\ 7968 \\ 23904 \\ \hline 2503{,}5456 \end{array}$$

8,440кг

$5{,}94 + 0{,}768\pi$