



31-77-63-83
(19.2)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 231

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников по Механике и математическому
наименование олимпиады
моделированию

по Механике и математическому моделированию
профиль олимпиады

Локманова Дарлана Юрьевича

фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

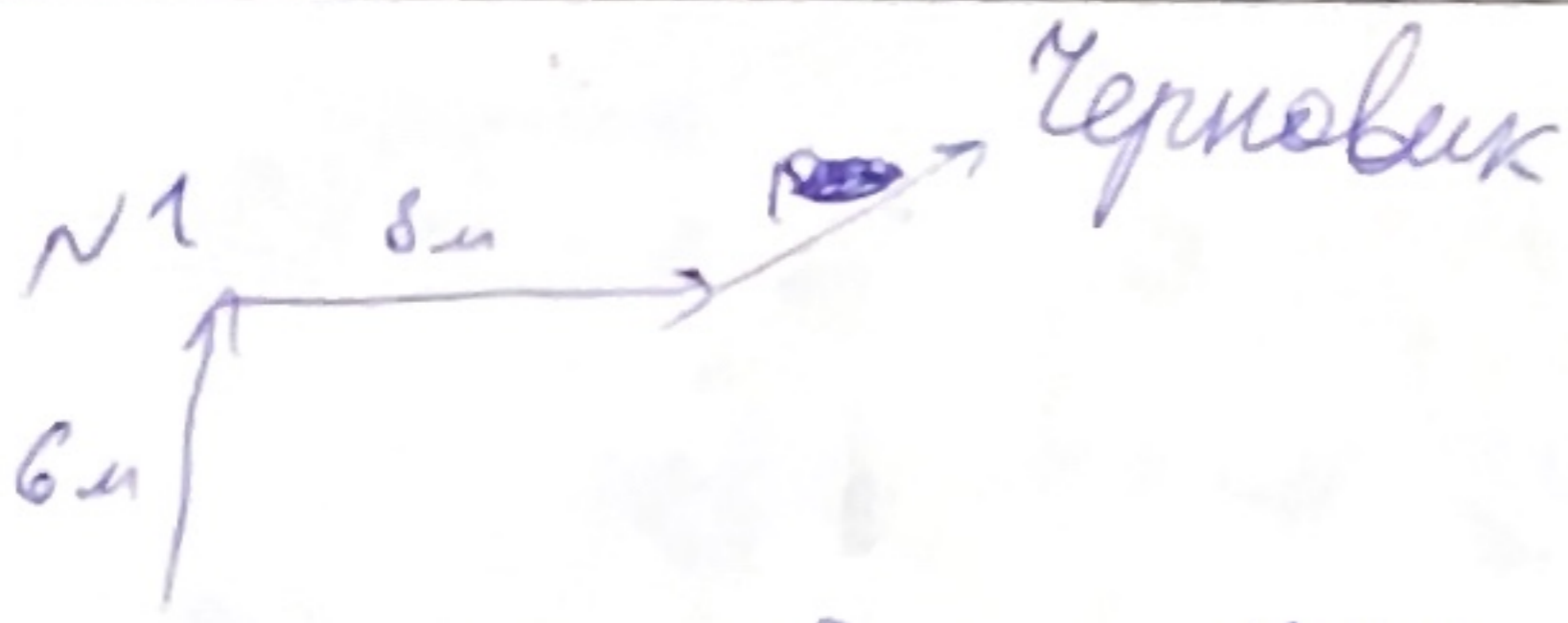
Дата

«26» 02 2023 года

Подпись участника

Локман

31-77-63-83
(19.2)



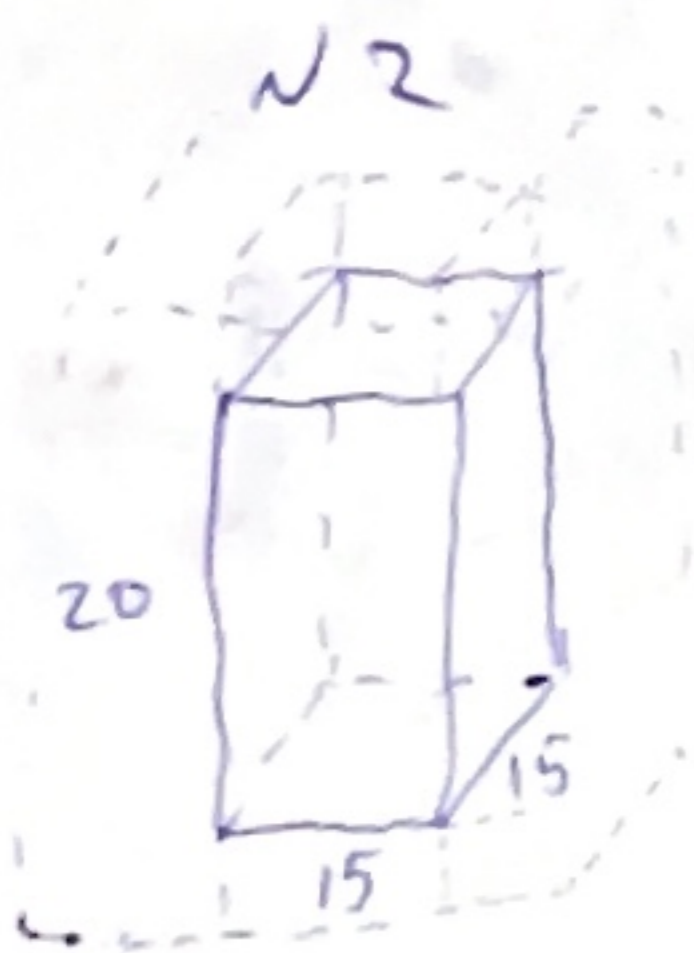
$$S_1 = v_0 t - \frac{at^2}{2} = 6$$

$$S_1 = 6 = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a} \quad S_2 = 8 = \frac{v_2^2 - v_0^2}{2a}$$

$$F_1 = m \cdot \frac{v_1^2}{12} \quad F_2 = m \cdot \frac{v_2^2}{16}$$

$$v_1 = \sqrt{12a} \quad v_2 = \sqrt{16a}$$

$$v_3 = \sqrt{12a + 16a} = \sqrt{28a} \quad S_3 = \frac{v_3^2 - v_0^2}{2a} = \frac{28a - 20a}{2a} = 4a$$



$$\rho = 0,92 / \text{см}^3 = 900 \text{ кг} / \text{м}^3$$

$$V' = 28 \cdot 23 \cdot 23 \cdot 10^{-6}$$

$$V - V' = (28 \cdot 23 \cdot 23 - 20 \cdot 15 \cdot 15) \cdot 10^{-6}$$

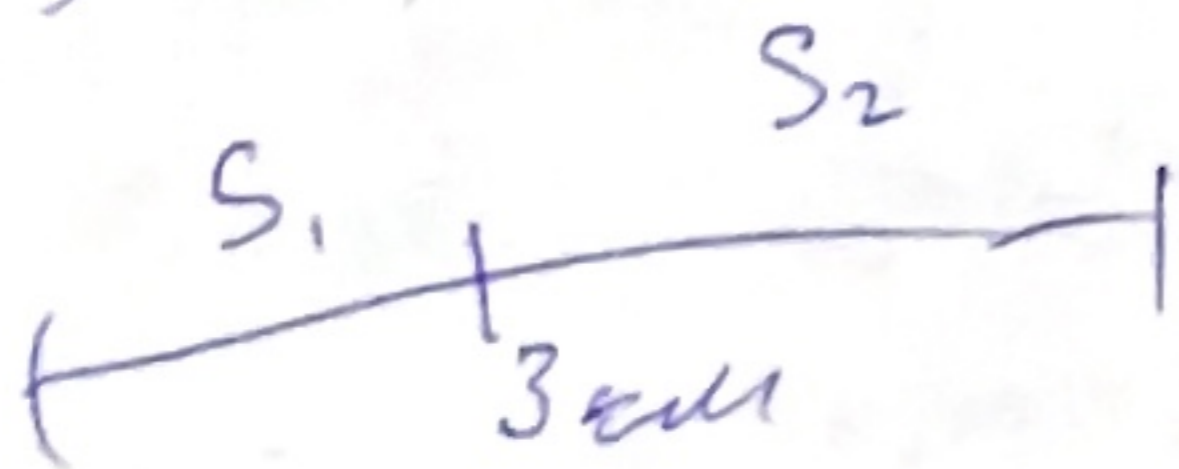
$$\begin{array}{r} 23 \cdot 23 = 529 \\ \times 20 \\ \hline 4232 \\ 1058 \\ \hline 4612 \end{array}$$

$$\Delta m = (V - V') \cdot \rho \cdot 10^{-6} = (14812 - 4500) \cdot 900 \cdot 10^{-6} =$$

$$= 10312 \cdot 900 \cdot 10^{-6} = 9280800 \cdot 10^{-6}$$

$$\underline{\underline{9,2808 \text{ кг}}} \quad \underline{\underline{9,28 \text{ кг}}}$$

N3



$$v_{\text{ш}} = 20 \text{ км} / \text{ч} \quad S = 3 \text{ км}$$

$$S = v_0 \cdot t \quad t = \frac{S}{v_0}$$

$$t = 6 + \frac{v_{\text{ш}} - v_0}{v_0} S$$

$$\frac{S_2}{v_0} = 6 + \frac{S_2}{v_{\text{ш}}} \quad S_1 + S_2 = S$$

$$\frac{S_2 v_{\text{ш}} - S_2 v_0}{v_0 v_{\text{ш}}} = 6$$

$$t = \frac{S_1 + S_2}{v_0} = 6 + \frac{2S_1}{v_0}$$

$$\frac{S_2 - S_1}{v_0} = 6$$

$$\frac{S_2 v_{\text{ш}} - S_2 v_0}{v_{\text{ш}}} = S_2 - S_1$$

$$S_2 \left(1 - \frac{v_{\text{ш}} - v_0}{v_{\text{ш}}} \right) = S_1$$

репробук



~~$v_0(S_1 + S_2) = t$~~ $v_0 t = S_1 + S_2$
 ~~$b + 2S_2 \cdot v_{rel} = t$~~ ~~$v_{rel}(t-b) = 2S_2$~~

$\frac{S_1}{v_0} = \frac{3 \cdot S_1}{v_{rel}}$

$S_2 = \frac{v_{rel}(t-b)}{2}$

~~$S_1 = (v_{rel} - v_0)(t - \frac{S_1}{v_0} - b)$~~

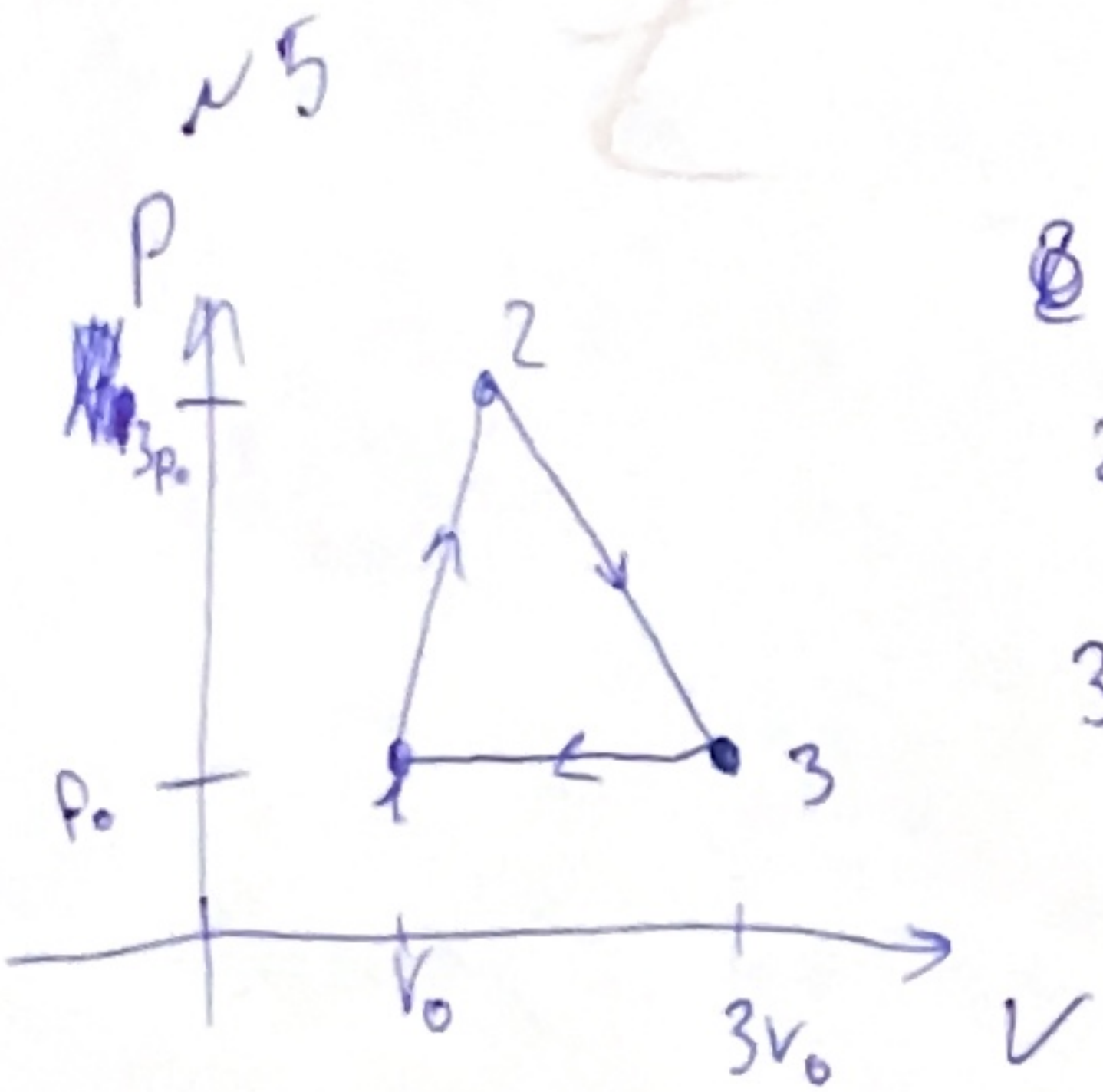
$\frac{v_0 \cdot b}{v_{rel}} = t'$

$S = \frac{v_0 \cdot b}{v_{rel}}$

$v_0 \cdot t = S_1 + \frac{v_{rel}(t-b)}{2}$
 $2v_0 t = 2S_1 + v_{rel}(t-b)$

$P = \frac{mRT}{\mu}$

$A = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot T = \frac{3}{2} P V$



1-2: p ↑ V ↑ ⇒ T ↑

2-3: p ↓ V ↑ ⇒

3-1: p = const V ↓ ⇒ T ↓

$\frac{P_0 \cdot v_0}{T_0} = \frac{3P_0 \cdot k \cdot v_0}{T_1}$ $k \in [1; 3]$

$T_1 = 3k \cdot T_0$

$\frac{3P_0 \cdot k \cdot v_0}{T_1} = \frac{P_0 \cdot 3v_0}{T_2}$

$T_2 = \frac{T_1}{k} = 3T_0$

$3T_0(k-1) + 3T_0(1-k)$



$v_0, v_{rel} = 20 \text{ km/h}$

$t \cdot v_0 = 3$

$\frac{S_1}{20} = \frac{3-S_1}{v_0}$

$v_0 \cdot S_1 = 60 - 20S_1$

$S_1 = \frac{60}{20 + v_0}$

$\frac{60}{20 + v_0} = \frac{2v_0}{20 - v_0}$

$S_1 = \frac{60}{20 + v_0} = 2 \text{ km}$

$1200 - 60v_0 = 40v_0 + 2v_0^2$

$v_0^2 + 50v_0 - 600 = 0$ $v_0 = 10 \text{ km/h}$

$(v_0 + 60)(v_0 - 10) = 0$

$\frac{S_1}{v_0} = 6 + \frac{S_1}{20}$

$\frac{S_1}{v_0} = \frac{1}{10} + \frac{S_1}{20}$

$20S_1 = 120v_0 + S_1 v_0$

$20S_1 = 2v_0 + S_1 v_0$

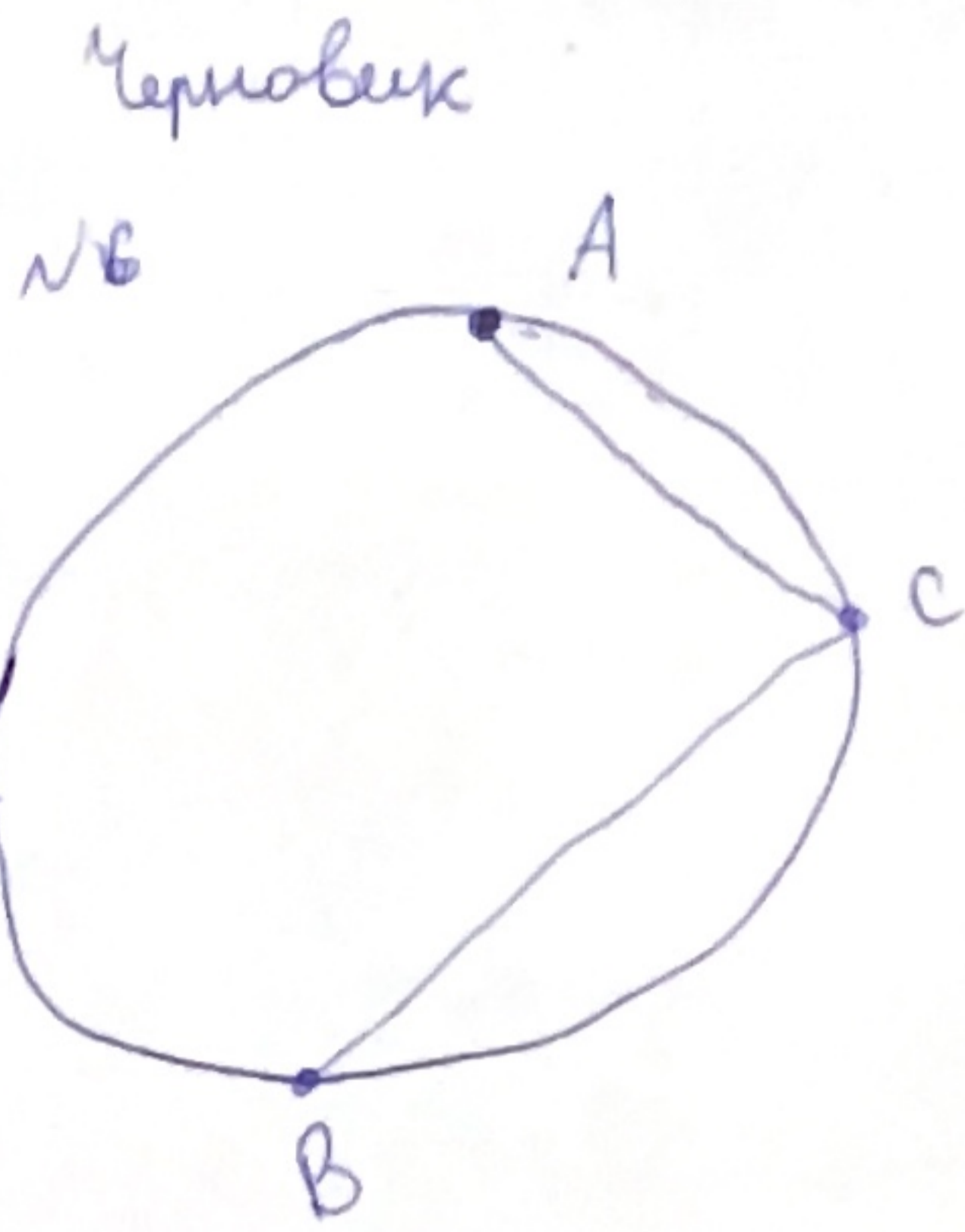
$S_1 = \frac{120v_0}{20 - v_0}$

$S_1 = \frac{2v_0}{20 - v_0}$

$\frac{120v_0}{20 - v_0} = \frac{60}{20 + v_0}$

~~$120v_0 + 2400v_0 = 1200 - 60v_0$~~
 ~~$2v_0 + 4 + v_0 - 20 = 0$~~

$D = 41^2 + 160 = 1841$
 $v_0 = \frac{\sqrt{1841} - 41}{4}$



$A=12 \quad B=22$
 $C=32$

$v = \sqrt{gR}$
 $F = G \frac{m m}{h}$

$F_1 + F_2 \rightarrow \min$

$F_1 + F_2 = G \cdot m_0 \left(\frac{m_A}{AC} + \frac{m_B}{BC} \right)$

$\frac{1}{AC} + \frac{2}{BC} \rightarrow \min$

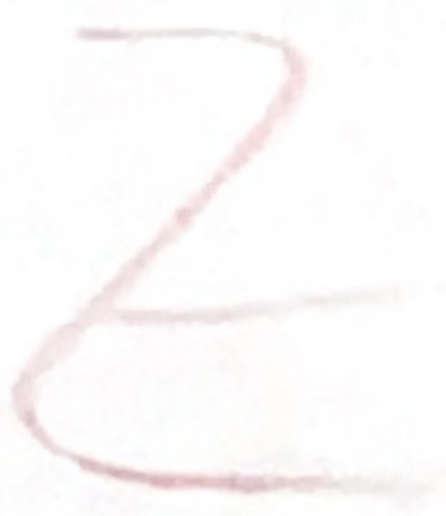
$AC^2 + BC^2 = 4R^2 = AB^2$



$BC = AC - k$

$\frac{1}{AC} + \frac{2}{BC} = \frac{BC^2 + 4AC \cdot BC + 4AC^2}{AC^2 \cdot BC^2}$

$\frac{2AC + k \cdot AC}{AC \cdot k \cdot AC} = \frac{2+k}{AC \cdot k} = \frac{2AC + BC}{AC \cdot BC}$



$\frac{BC^2 + 4AC \cdot BC + 4AC^2}{AC^2 \cdot BC^2} = \frac{AB^2 + 4AC \cdot BC + 4AC^2}{AC^2 \cdot BC^2} = h \cdot \pi \cdot r^2$

$90^\circ: 3\sqrt{2}R$

$\frac{1}{AC} = \frac{2}{BC} \Rightarrow BC = 2AC \quad BC = \frac{25\sqrt{2}}{5} \quad AC = \frac{\sqrt{2}}{5}; 2\sqrt{5}$



$AC^2 + BC^2 = 4R^2 = const \quad \frac{1}{AC} + \frac{2}{BC} = 3\sqrt{2}$

$BC + 2AC = 3\sqrt{2} AC \cdot BC$

$BC^2 + 4AC \cdot BC + 4AC^2 = 18AC^2 BC^2$

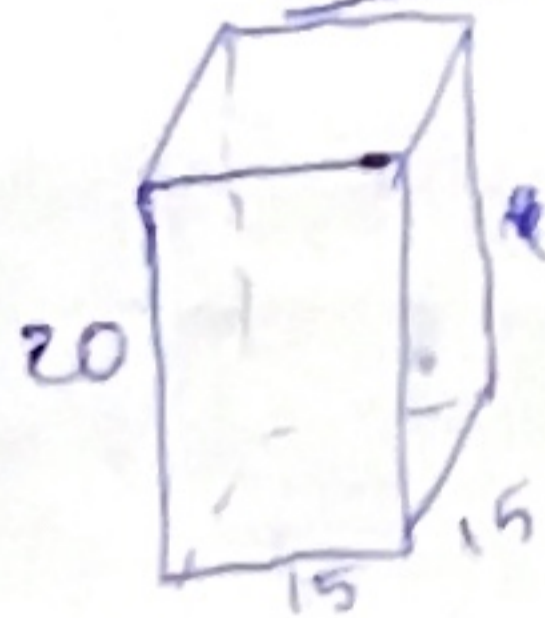
$4R^2 + 3AC^2 + 4AC \cdot BC = 18AC^2 BC^2$

$AC^2 (18BC^2 - 3) + AC(4BC) - 4R^2 = 0$

$D = 16BC^2 + 16R^2 - 48BC^2 + 12$
 $16R^2 + 12 - 56BC^2$

7968
x 3.94

31872
7968
23904
2501952



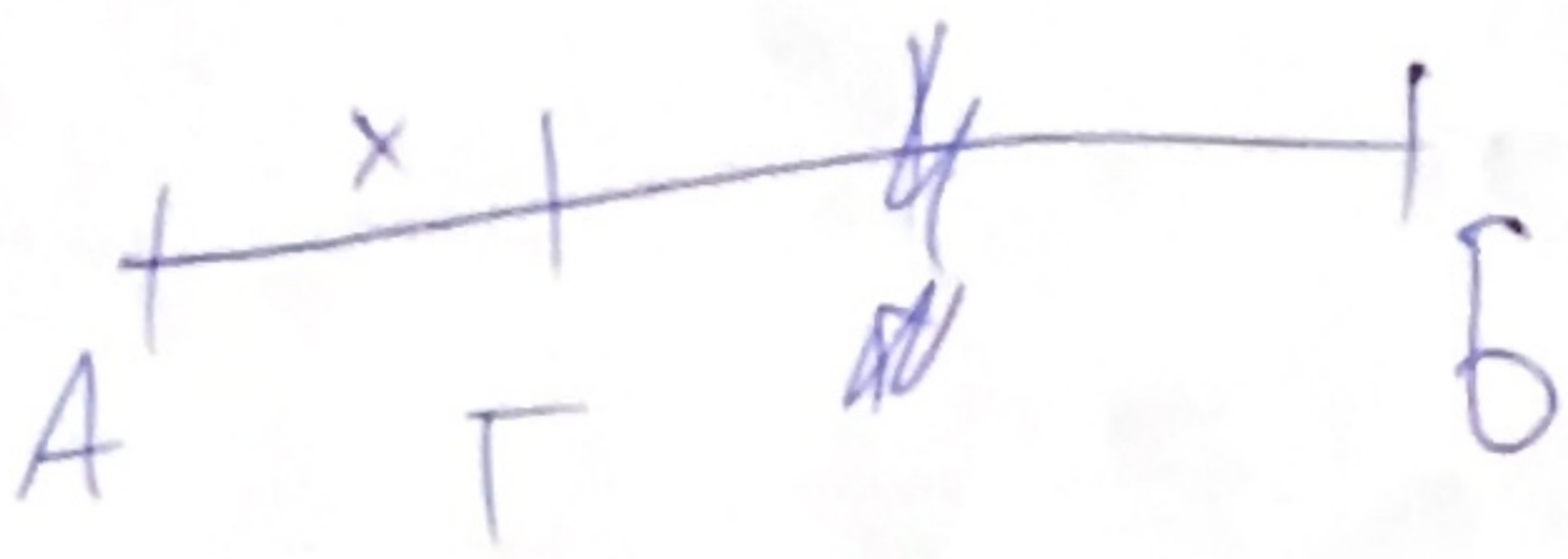
$(4 \cdot 15 \cdot 20 \cdot 4 + 2 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 4 + \pi \cdot 15 \cdot 4^2 + \pi \cdot 15 \cdot 4^2 + \pi \cdot 20 \cdot 4^2 + \frac{4}{3} \pi \cdot 4^3) \cdot 10^6$
 $(4800 + 1800 + \pi(240 + 240 + 320 + \frac{256}{3})) \cdot 10^6$
 $(6600 + \pi \cdot \frac{2656}{3}) \cdot 10^6 \cdot 900 = \text{мощность}$



$5,94 + 968\pi \text{ м} \approx 5,94 + 2,5018 \approx 8,44 \text{ м}$

Черновик

$$2(100-x) - 6A$$

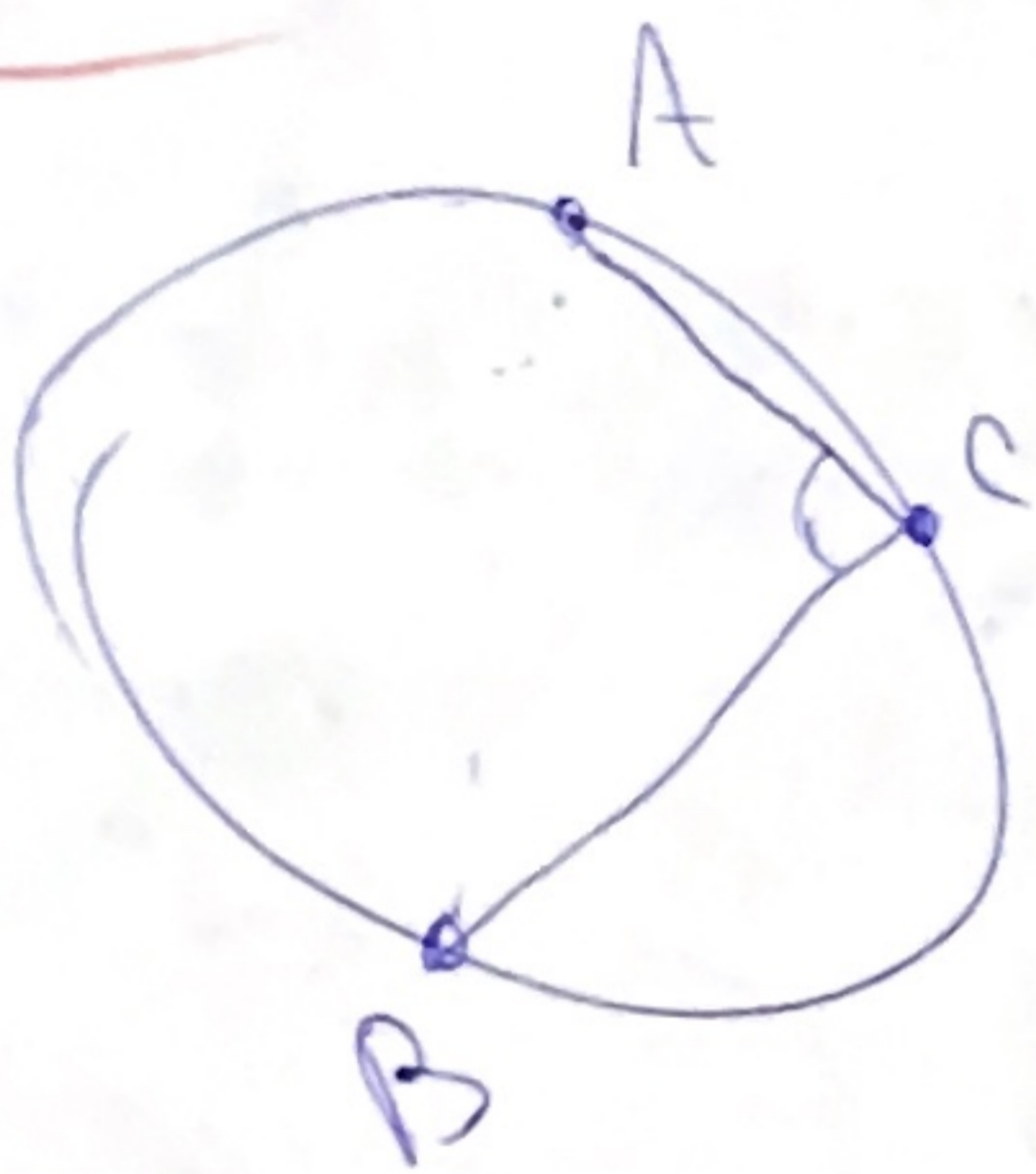


$2x$ - макс. площадь $6B$

$$\frac{221}{144} = \frac{100-x}{x}$$

$$221x = 14400 - 144x$$

$$x = \frac{14400}{365} = \frac{2880}{73} \text{ км}$$



$$AC^2 + BC^2 = AB^2 = \text{const}$$

~~$$AC + \frac{1}{AC} + \frac{2}{BC} \rightarrow \min$$~~

$$AC = AB \cdot \cos \alpha$$

$$BC = AB \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{1}{\cos \alpha} + \frac{2}{\sin \alpha} \rightarrow \min$$

$$\frac{\sin^2 \alpha + 4 \sin \alpha \cos \alpha + 4 \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha} = \frac{2 \sin 2\alpha + 1.5 \cos 2\alpha}{\sin^2 2\alpha}$$

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 0$$

$$\cos^2 \alpha = 2 \sin^2 \alpha$$

~~$$\sin^2 \alpha = 1$$~~
~~$$\sin \alpha = 1$$~~
~~$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$$~~

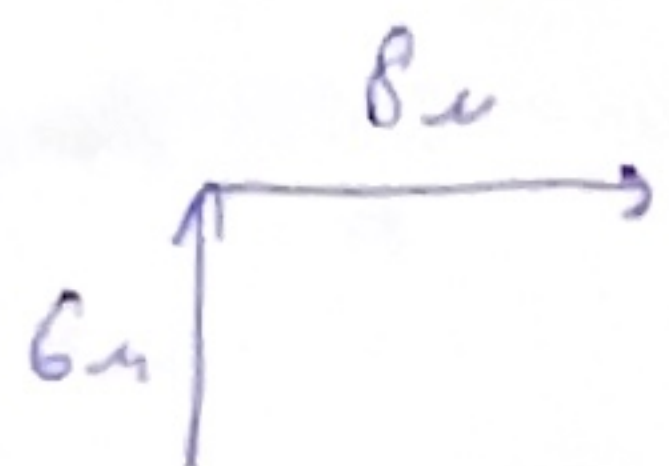
~~$$\frac{6}{\sqrt{6}} + \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{6} + \sqrt{3}$$~~
~~$$\sqrt{6} + \sqrt{3} < 3$$~~

~~$$3 + 2\sqrt{6} < 18$$~~
~~$$2\sqrt{6} < 9$$~~

31-77-63-83
(19.2)

Чистовик

№1 ⊕



$v_0 = 0 \text{ m/s}$

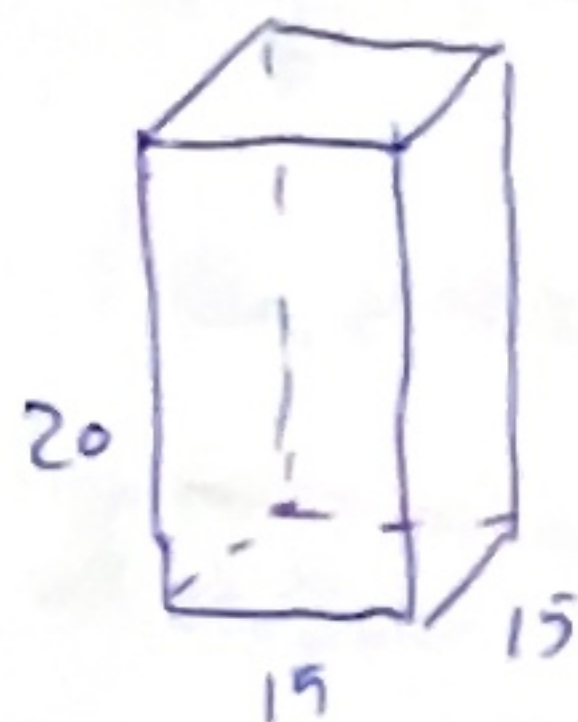
$$6 = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a} = \frac{v_1^2}{2a} \quad 8 = \frac{v_2^2 - v_0^2}{2a} = \frac{v_2^2}{2a} \quad v_1^2 = 12a \quad v_2^2 = 16a$$

$$v_3 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{28a}$$

$$S = \frac{v_3^2 - v_0^2}{2a} = \frac{v_3^2}{2a} = \frac{28a}{2a} = 14 \text{ м}$$

Ответ: 14 м

№2 ⊕



Объем льда: ~~20*15*15~~

$$(20 \cdot 15 \cdot 4 \cdot 4 + 15 \cdot 15 \cdot 4 \cdot 2 + \pi \cdot 4^2 \cdot 15 \cdot 2 + \pi \cdot 4^2 \cdot 20 + \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 4^3) \text{ см}^3$$

грань в форме параллелепипеда

сумма фигур цилиндрической формы, (образуются из зер педер)

шар, состоящий из фигур, касающихся вершин параллелепипеда

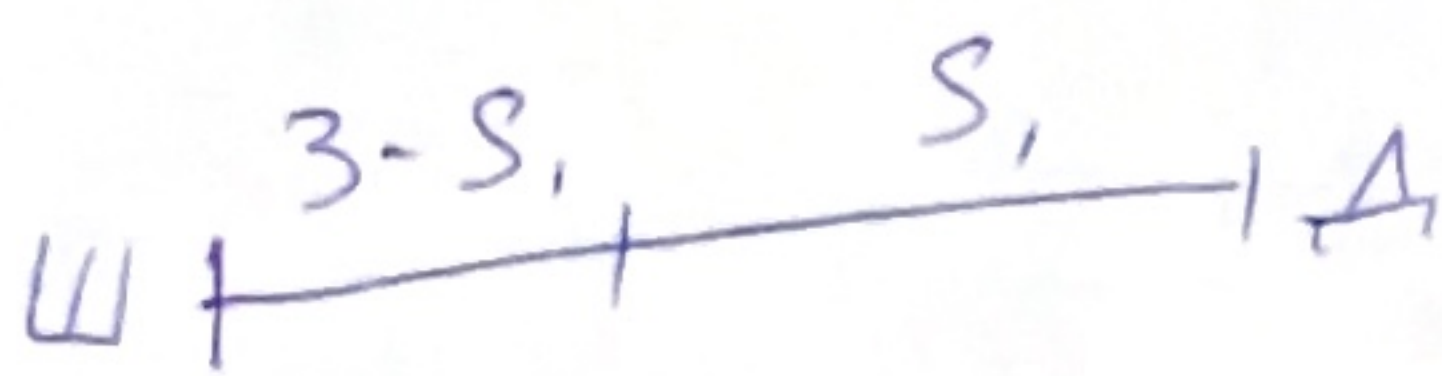
$$V_{\text{л}} = (6600 + \pi \cdot \frac{2656}{3}) \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$m_{\text{л}} = V_{\text{л}} \cdot \rho_{\text{л}} = (6600 + \pi \cdot \frac{2656}{3}) \cdot 10^{-6} \cdot 900 = 5,94 + 0,4868\pi \text{ кг} \approx 8,44 \text{ кг}$$

Ответ: точный - $5,94 + 0,4868\pi$
округленный - 8,44

Числовик

N 3 ⊕



S_1 - расстояние от дома до места встречи Фавриуса с его папой.

$v_m = 20 \text{ км/ч}$ - скорость пешехода; v_b - скорость велосипедиста

$$\frac{S_1}{v_b} = \frac{1}{10} + \frac{S_1}{v_m} = \frac{1}{10} + \frac{S_1}{20}$$

$$20S_1 = 2v_b + S_1 \cdot v_b ; S_1 = \frac{2v_b}{20 - v_b}$$

$$\frac{S_1}{20} = \frac{3 - S_1}{v_b} \Rightarrow S_1 \cdot v_b = 60 - 20S_1$$

$$S_1 = \frac{60}{v_b + 20}$$

$$\frac{2v_b}{20 - v_b} = \frac{60}{v_b + 20} \Rightarrow 2v_b^2 + 40v_b = 1200 - 60v_b$$

$$v_b^2 + 50v_b - 600 = 0$$

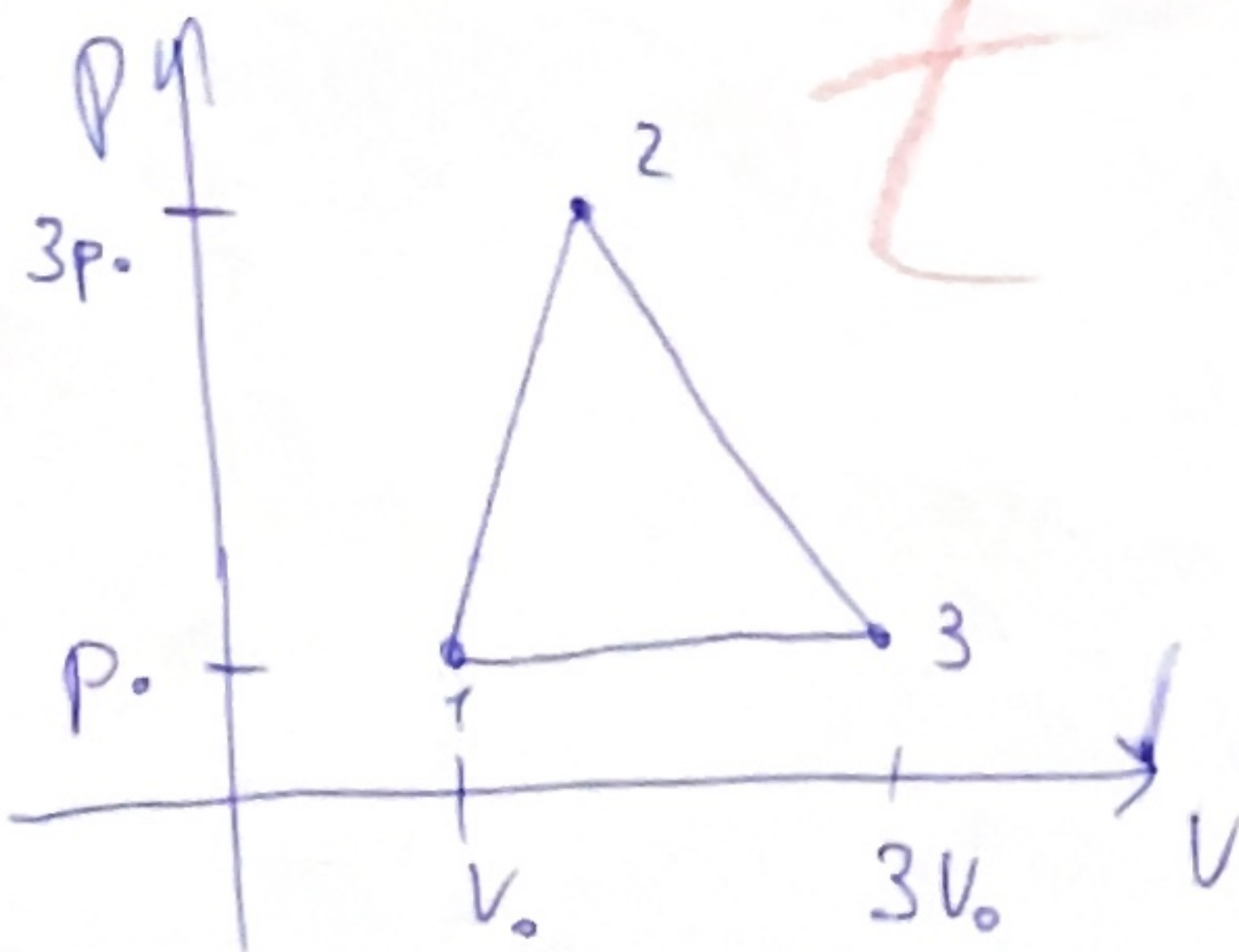
$$(v_b + 60)(v_b - 10) = 0$$

$$v_b = 10 \text{ км/ч}$$

$$S_1 = \frac{60}{v_b + 20} = \frac{60}{10 + 20} = 2 \text{ км}$$

Ответ: 2 км

N 5 ⊖



1-2: $p \uparrow, v \uparrow \Rightarrow T \downarrow$

2-3: $p \downarrow, v \uparrow, T \uparrow$

3-1: $p = \text{const}, v \downarrow \Rightarrow T \downarrow$

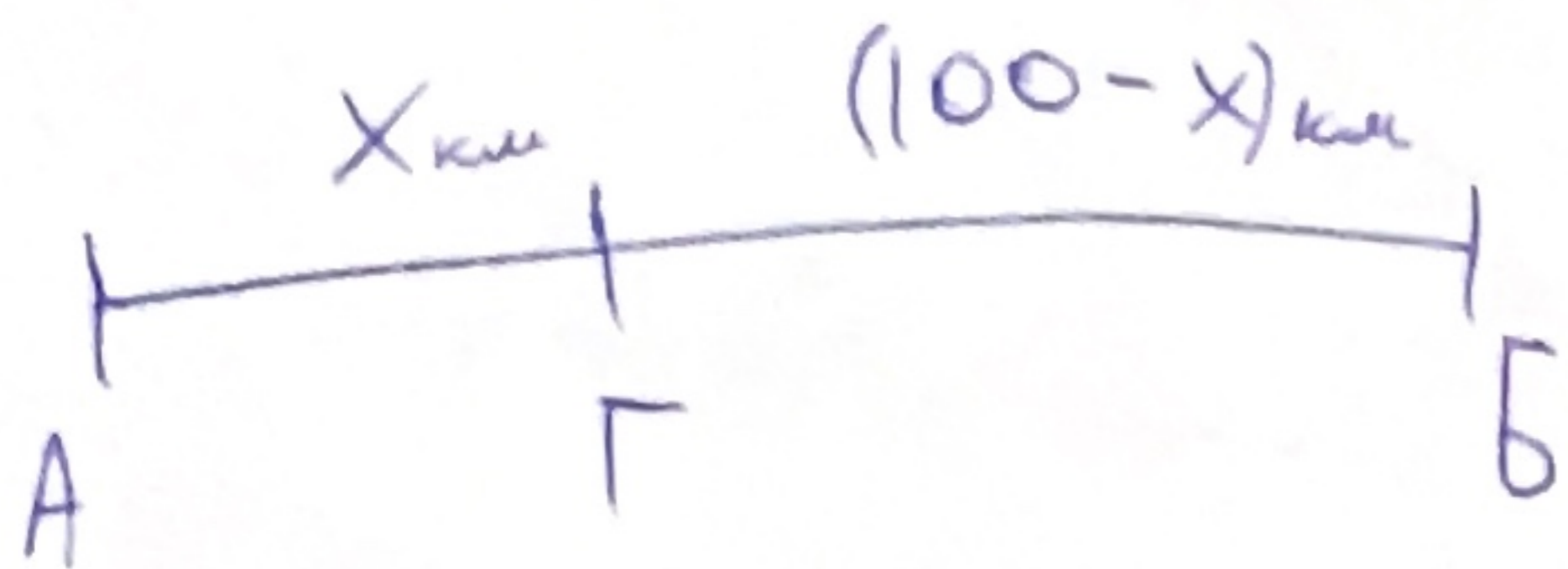
$$A = \frac{3}{2} p v = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R \cdot T$$

~~$$A_3 = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R (T_0 + T_0) + (3T_0 - T_0)$$~~

решения нет

Чистовик

N4 (+)



A - Альфарад; Б - Петовск
Г - Тамново.

Рассмотрим движение поезда из А в Б и из Б в А:

если Тамнова выйдет из дома, когда поезд ~~идет~~ едет из А в Г, либо из Г в А ~~то~~ (не находится в Г), то Тамнова поедет в Б, а если Тамнова выйдет из дома, когда поезд едет из Г в Б, либо из Б в Г (не находится в Г), то Тамнова поедет в А.

Таким образом получаем уравнение:

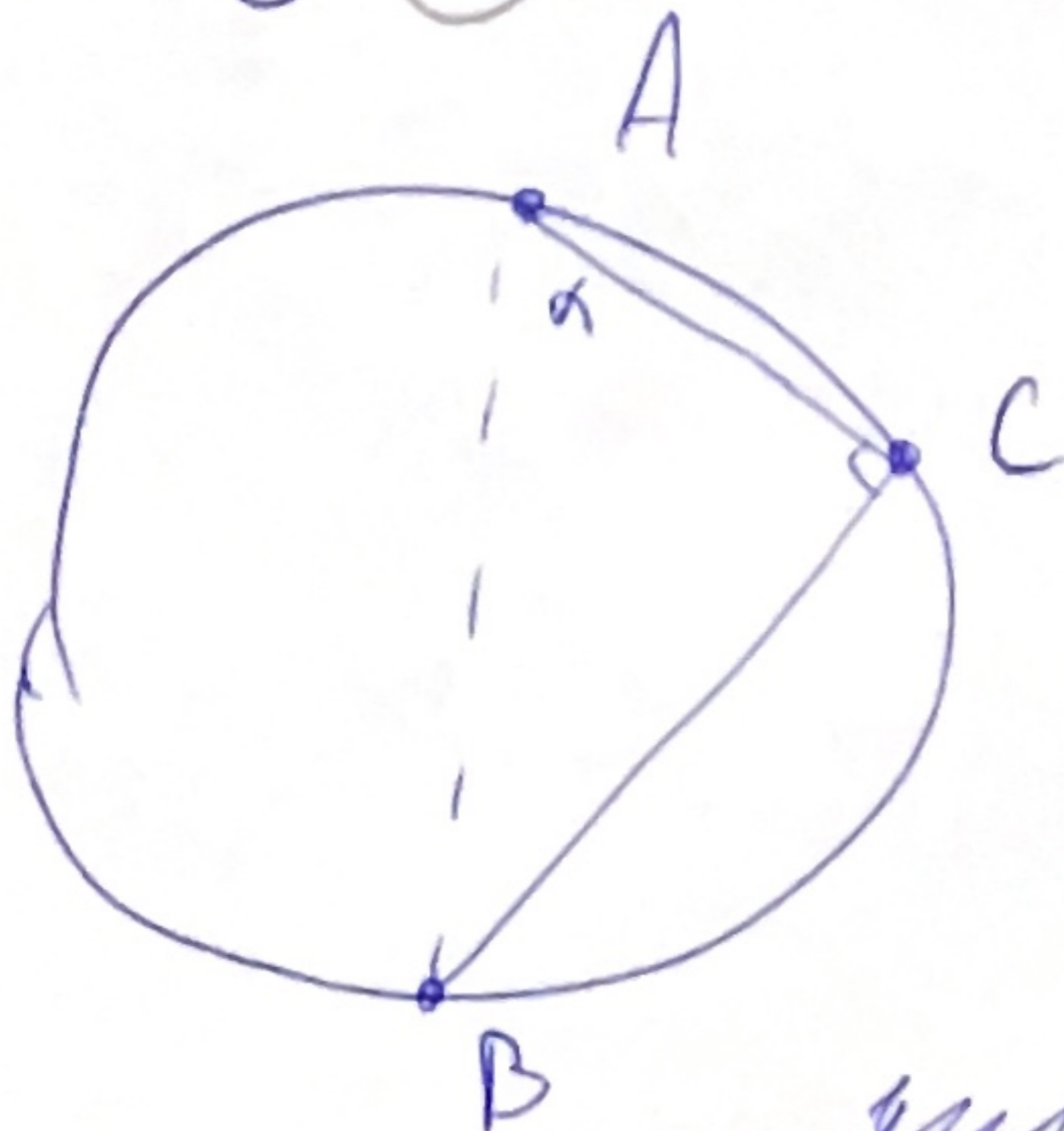
$$\frac{2x}{2(100-x)} = \frac{144}{221}$$

$$221x = 14400 - 144x$$

$$x = \frac{14400}{365} = \frac{2880}{73} \text{ км}$$

Ответ: $\frac{2880}{73} \text{ км}$

N6 (-)



$$m_A = 12 \quad m_B = 20 \quad m_C = 32$$

$$F_1 + F_2 = G \cdot m_C \left(\frac{m_A}{AC} + \frac{m_B}{BC} \right)$$

$$\frac{1}{AC} + \frac{2}{BC} \rightarrow \min ?$$

$$AC^2 + BC^2 = \text{const} = AB^2$$

$$\angle ACB \cup BC \geq 90^\circ$$

$$AC = AB \cdot \cos \alpha \quad BC = AB \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{1}{\cos \alpha} + \frac{2}{\sin \alpha} \geq 1.5\sqrt{3}$$

Сила обратно пропорциональна не R, а R²

Числовик.

№6

$$2\cos^2\alpha = 2\sin^2\alpha$$

~~$$\cos^2\alpha = \frac{1}{3}$$~~

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}; \sin\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}} + \frac{1}{\frac{\sqrt{6}}{3}} = \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} = 1,5\sqrt{3}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\sphericalangle BC = \pi - \arcsin \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Ответ: $\pi - \arcsin \frac{2\sqrt{2}}{3}$ верно