0 998567 660006

99-85-67-66
(20.1)

+ ~~???~~

демифор

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 232

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов по механике и математическому моделированию

по

Сорокиной Екатерины Михайловны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

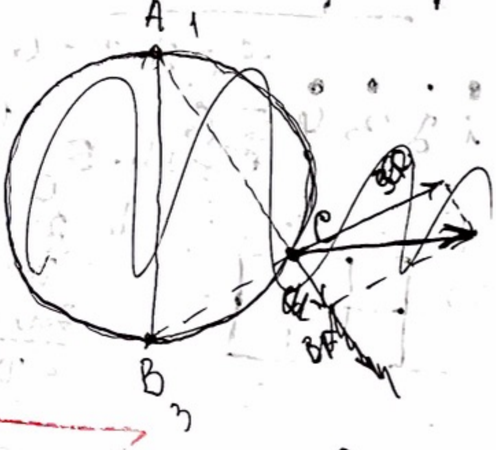
Дата
«26» февраля 2023 года

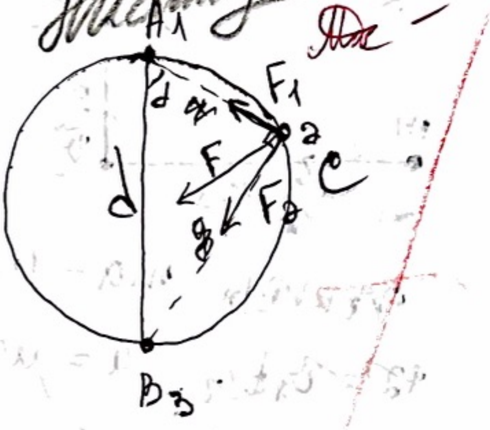
Подпись участника

99-85-67-66 (20.1)

85 (Посмотреть ...)

Черновик





$F_1 = G \cdot \frac{2}{x^2}$

$F_2 = G \cdot \frac{6}{y^2}$

$F^2 = G^2\left(\frac{4}{x^4} + \frac{36}{y^4}\right)$

$\cancel{x^2 + y^2 = \cos}$ $\cancel{3 - 4\sin^2\alpha}$ $\cancel{1 + 2\cos^2 2\alpha}$

$y \quad BC = d \cdot \sin\alpha$

$x \quad AC = d \cdot \cos\alpha$

$3\cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\min F(\alpha)$ - ?

$\frac{d^4 F^2}{4G^2} = \frac{1}{\cos^4\alpha} + \frac{9}{\sin^4\alpha}$

$F(\alpha) = \frac{1}{\cos^4\alpha} + \frac{9}{\sin^4\alpha} = \cancel{\frac{(\sin^2\alpha + 3\cos^2\alpha)^2 - 6\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha}{\sin^4\alpha \cdot \cos^4\alpha}} =$

$2\cos^2\alpha - 1 = \cos 2\alpha$

$\frac{\sin^4\alpha + 9\cos^4\alpha}{\sin^4\alpha \cdot \cos^4\alpha} = \cancel{\frac{(1+2\cos^2\alpha)^2}{\sin^4\alpha \cdot \cos^4\alpha} - \frac{6}{\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha}} =$

$\cancel{((\cos\alpha)^{-4} + 9 \cdot (\sin\alpha)^{-4})' = -4\sin^{-5}\alpha}$

$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

$\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2}$

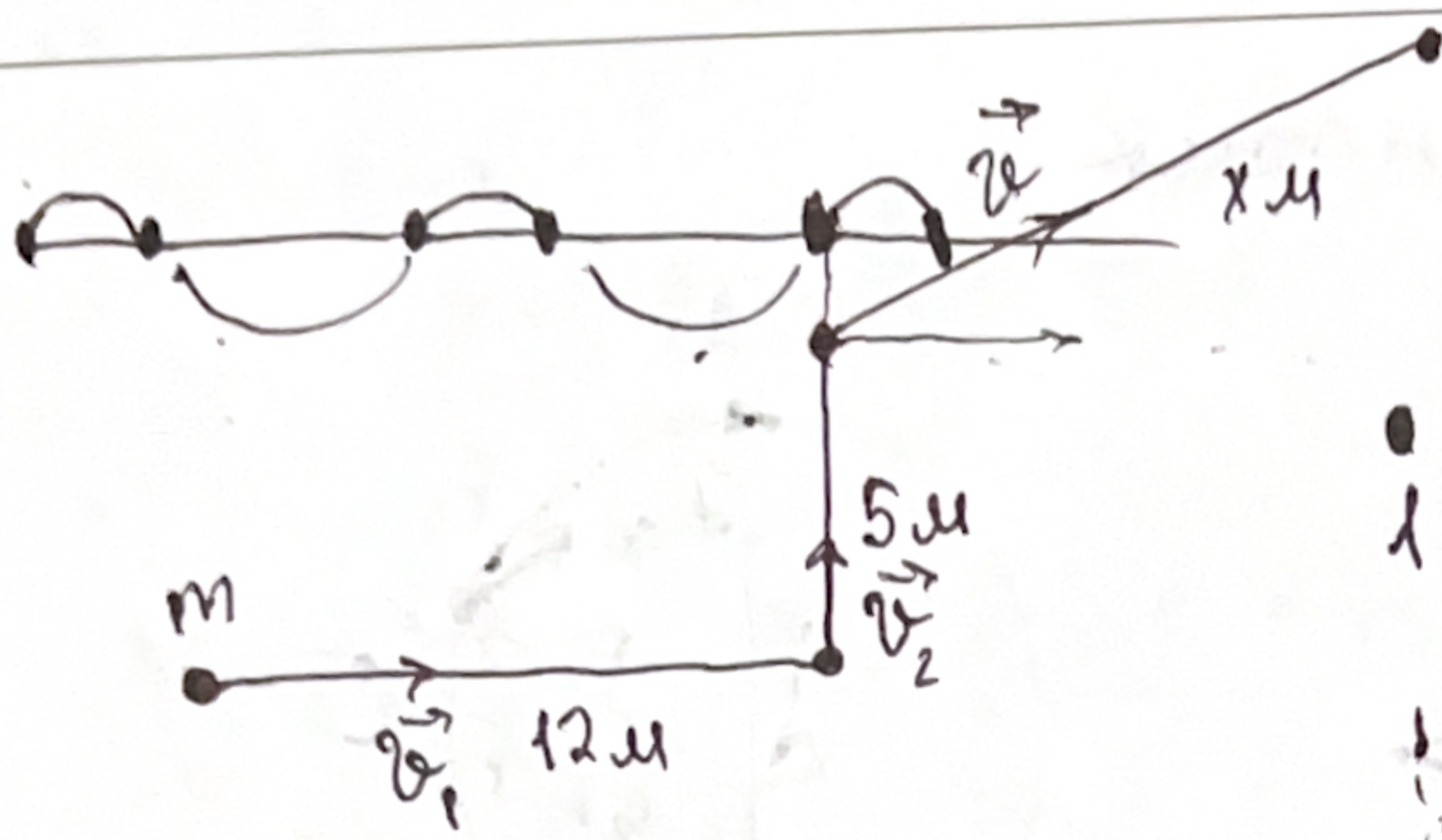
$\cancel{16\left(\frac{1+2\cos^2\alpha}{\sin^2 2\alpha}\right)}$

$16\left(\frac{\cos 2\alpha - 2}{\sin^2 2\alpha}\right)^2 - \frac{24}{\sin^2 2\alpha} = 16\left(\frac{\cos 2\alpha - 2}{1 - \cos^2 2\alpha}\right)^2$

x^{-1}

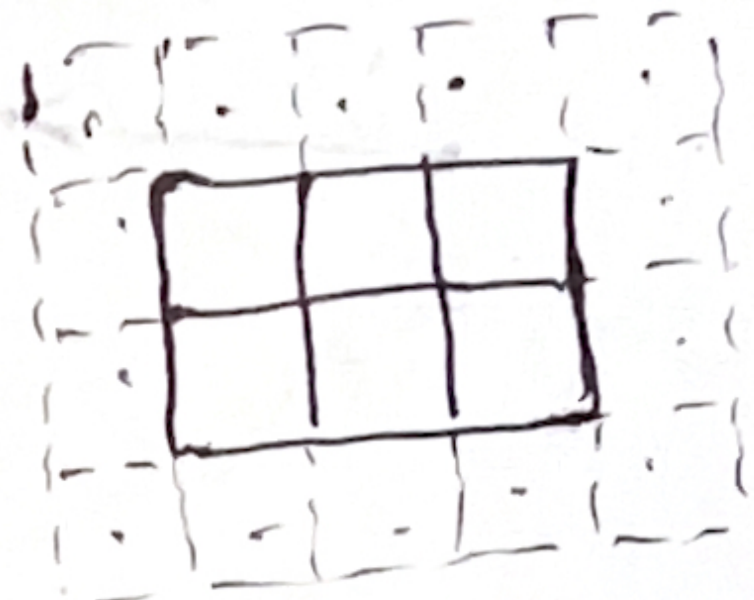
$16 \cdot \left(\frac{\cos 2\alpha - 2}{\sin^2 2\alpha}\right)$

Черновик



1 2 3 4 5 6

14



$ma = \mu mg$

$a = \mu g$

$v_1 = at \Rightarrow t = \frac{v_1}{\mu g}$

$12 = v_1 t - \frac{at^2}{2} = at^2 - \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2} = \frac{\mu g}{2} \cdot \frac{v_1^2}{\mu^2 g^2} = \frac{v_1^2}{2\mu g}$

$\begin{cases} \frac{v_1^2}{20\mu} = 12 \\ \frac{v_2^2}{20\mu} = 5 \end{cases}$ $\begin{cases} v_1^2 = 240\mu \\ v_2^2 = 100\mu \end{cases}$

$v^2 = 240\mu + 100\mu = 340\mu$

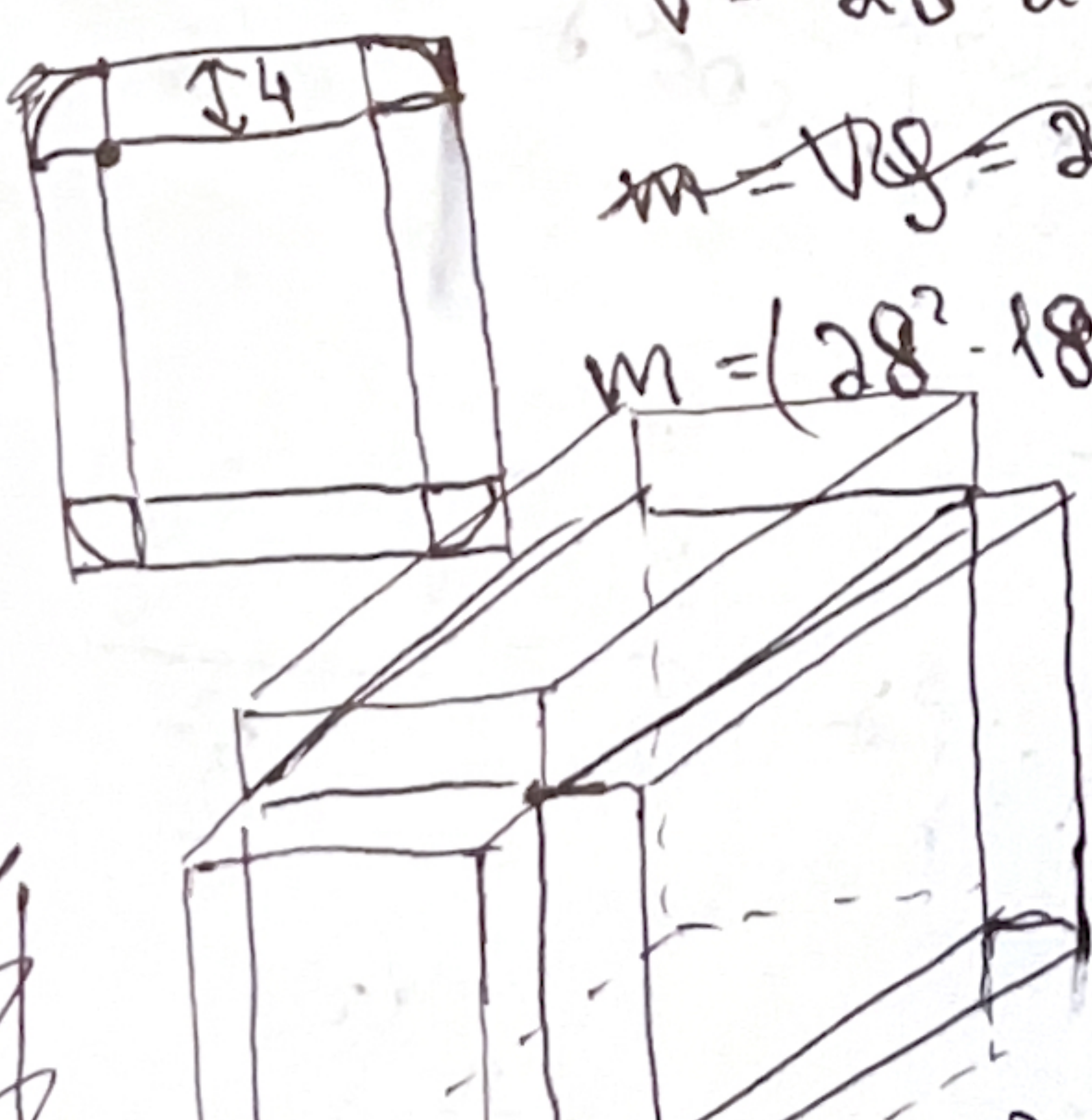
$x = \frac{v^2}{20\mu} = \frac{340\mu}{20\mu} = 17$ (м)

α t_1 γ t_2 β

$V = 28 \cdot 28 \cdot 18 - 20 \cdot 20 \cdot 10$

~~m = Vg = 24^3 · 14 · 0,9~~

1



$m = (28^2 \cdot 18 - 20^2 \cdot 10) \cdot 0,9$

$V_{сф} = \frac{4}{3}\pi R^3$

$A_{пол} = \frac{1}{2} \cdot 2p_0 \cdot 2V_0 = 2p_0V_0$

$\frac{13V_2^2 - 39V_0V_2 - 6V_0V_2}{V_2 - 3V_0}$

$13V_2^2 - 45V_0V_2$

$V_2 \cdot p_0 \left(1 - \frac{6V_0}{V_2 - 3V_0}\right) + 12p_0V_2$

$V_2 - \frac{6V_0V_2}{V_2 - 3V_0} + 12V_2 = 13V_2 - \frac{6V_0V_2}{V_2 - 3V_0}$

99-85-67-66 (20.1)

Черновик

$$F(\alpha) = \frac{1}{\cos^4\alpha} + \frac{9}{\sin^4\alpha} = \frac{\sin^4\alpha + 9\cos^4\alpha}{\frac{1}{16}\sin^4 2\alpha} =$$

~~20·2,5~~

~~$\pi/4 = 4 + 500$~~

$$= 16 \cdot \frac{(\sin^2\alpha + 3\cos^2\alpha)^2 - 6\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha}{\sin^4 2\alpha} =$$

$$= \frac{16(1 + 2\cos^2\alpha)^2}{\sin^4 2\alpha} - \frac{16 \cdot 6 \cdot \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha}{\sin^4 2\alpha} =$$

$$= 16 \cdot \left(\frac{\cos 2\alpha + 2}{\sin^2 2\alpha}\right)^2 - \frac{24}{\sin^2 2\alpha} = \cancel{16 \left(\frac{\cos 2\alpha + 2}{1 - \cos^2 2\alpha}\right)^2}$$

$$\cancel{+ \frac{24}{1 - \cos^2 2\alpha}} = 16 \cdot \frac{\cos^2 2\alpha + 4\cos 2\alpha + 4 - 24\sin^2 2\alpha}{\sin^4 2\alpha} =$$

$$= 16 \cdot \frac{25\cos^2 2\alpha + 4\cos 2\alpha - 20}{\sin^4 2\alpha}$$

$$\cancel{= 16 \cdot \frac{25\cos^2 2\alpha + 4\cos 2\alpha - 20}{(1 - \cos^2 2\alpha)^2} = 16 \cdot \frac{25\cos^2 2\alpha + 4\cos 2\alpha - 20}{\cos^4 2\alpha - 2\cos^2 2\alpha + 1}}$$

$$\cancel{\frac{\cos 2\alpha}{\sin^2 2\alpha} = \cos 2\alpha (1 + tg^2 2\alpha)}$$

$$\cancel{\left(\frac{25t^2 + 4t - 20}{t^4 - 2t^2 + 1}\right)' = (25t^2 + 4t - 20)'}$$

$$\frac{1}{\cos^4\alpha} + \frac{9}{\sin^4\alpha} \quad \cancel{\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha} \quad \cancel{\frac{1}{\sqrt{2}}} \quad \cancel{\frac{1}{4}}$$

~~$4 + 36 = 40$~~

~~$\frac{\sqrt{3}}{2}$~~ ~~$\frac{9}{16}$~~

~~16~~

$9 : \frac{9}{16} = 16$

$4 \quad 3 - x \quad x \quad \Delta$

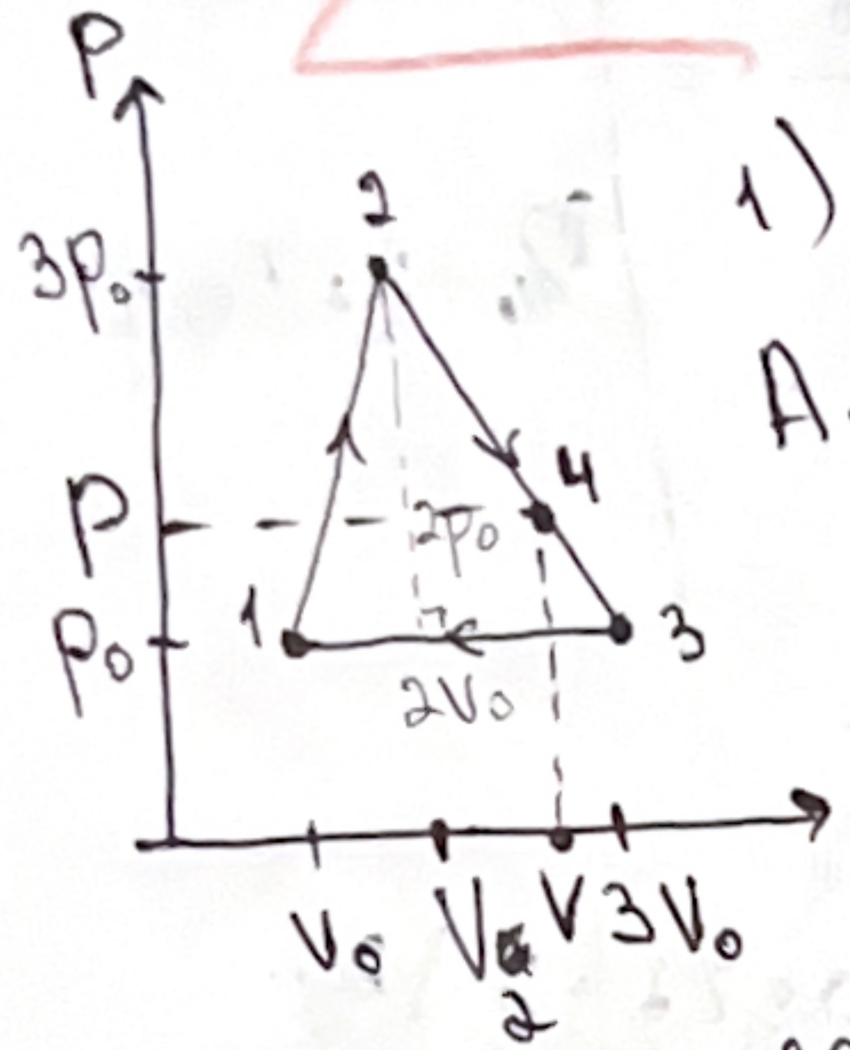
~~Габарит: $t = \frac{3}{v}$~~

~~Папа:~~

$$\begin{cases} \frac{x}{v} = \frac{x}{20} + 0{,}1 \\ \frac{3}{v} = \frac{24}{20} + 0{,}1 \end{cases}$$

Чистовик

№ 5



1) полезная работа за цикл 1-2-3

$A_{пол} = \frac{1}{2} \cdot (3p_0 - p_0) \cdot (3V_0 - V_0) = 2p_0V_0$ (высота; сторона)

(площадь треуг.)

2) в процессе 12:

$\Rightarrow A_{12} = \frac{p_0 + 3p_0}{2}(V_2 - V_0) = 2p_0(V_2 - V_0)$ площадь трапеции

$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}(3p_0V_2 - p_0V_0) = \frac{3p_0}{2}(3V_2 - V_0)$

(т.к. $pV = \nu RT$ – з. Менделеева-Клайперона)

$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = p_0\left(2V_2 - 2V_0 + \frac{9V_2}{2} - \frac{3V_0}{2}\right) =$

$= p_0\left(\frac{13V_2}{2} - \frac{7V_0}{2}\right) = \frac{p_0}{2}(13V_2 - 7V_0) > 0 \Rightarrow$ газ получил тепло

3) Рассмотрим значение объёма V в процессе 23: (расширение газа от V_2 до V процесс 24)

$A_{24} = \frac{p + 3p_0}{2}(V - V_2)$

$\Delta U = \frac{3}{2}(pV - 3p_0V_2)$

$Q = \frac{1}{2}\left((p + 3p_0)(V - V_2) + 3pV - 9p_0V_2\right) =$

$= \frac{pV + 3p_0V - pV_2 - 3p_0V_2 + 3pV - 9p_0V_2}{2} =$

$= \frac{4pV + 3p_0V - 12p_0V_2 - pV_2}{2}$

процесс 2-4 – прямая $\Rightarrow p = kV + b \Rightarrow$

$\Rightarrow 2Q = V(4kV + 4b + 3p_0) - kV_2 \cdot V - bV_2 - 12p_0V_2$

Точки 2 и 3 лежат на прямой $p = kV + b \Rightarrow$

$\begin{cases} 3: p_0 = k \cdot 3V_0 + b \\ 2: 3p_0 = k \cdot V_2 + b \end{cases}$ $\begin{cases} 2p_0 = k(V_2 - 3V_0) \\ b = p_0 - 3kV_0 \end{cases}$

~~$k = \frac{V_2 - 3V_0}{}$~~ Чистовик

$$\begin{cases} k = \frac{2p_0}{V_2 - 3V_0} \\ b = p_0 - 3V_0 \cdot \frac{2p_0}{V_2 - 3V_0} \end{cases} \qquad \begin{cases} k = \frac{2p_0}{V_2 - 3V_0} \\ b = p_0\left(1 - \frac{6V_0}{V_2 - 3V_0}\right) \end{cases}$$

Тогда: $2Q = 4k \cdot V^2 + (4b + 3p_0 - kV_2) \cdot V -$
$- bV_2 - 12p_0V_2 = \frac{8p_0}{V_2 - 3V_0} \cdot V^2 + \left(4p_0\left(1 - \frac{6V_0}{V_2 - 3V_0}\right) + 3p_0 -\right.$
$\left.- V_2 \cdot \frac{2p_0}{V_2 - 3V_0}\right) \cdot V - bV_2 - 12p_0V_2 =$

$= \frac{8p_0}{V_2 - 3V_0} \cdot V^2 + p_0\left(4 - \frac{24V_0}{V_2 - 3V_0} + 3 - \frac{2V_2}{V_2 - 3V_0}\right) \cdot V -$
$- bV_2 - 12p_0V_2 = \frac{8p_0}{V_2 - 3V_0} \cdot V^2 + p_0\left(7 - \frac{24V_0 + 2V_2}{V_2 - 3V_0}\right) \cdot V -$
$- bV_2 - 12p_0V_2$.

Введём функцию:

$$Q(V) = \frac{4p_0}{V_2 - 3V_0} \cdot V^2 + p_0\left(\frac{7}{2} - \frac{12V_0 + V_2}{V_2 - 3V_0}\right) \cdot V - \frac{bV_2}{2} - 6p_0V_2$$

$$Q(V) = \frac{4p_0}{V_2 - 3V_0} \cdot V^2 + p_0\left(\frac{7}{2} - \frac{12V_0 + V_2}{V_2 - 3V_0}\right) \cdot V - \left(13V_2 - \frac{6V_0V_2}{V_2 - 3V_0}\right)p_0$$

$\downarrow$

часть параболы с ветвями вниз (т.к. $\frac{4p_0}{V_2 - 3V_0} < 0$)

Газ получает тепло, когда функция $Q(V)$ возрастает, т.к. при $V \le V_B$ ← вершина пар. ⇒ ⇒ если это происходит на участке 23, то $V_B \in [V_2; 3V_0]$.

$$V_B = \left(\frac{12V_0 + V_2}{V_2 - 3V_0} - \frac{7}{2}\right) : \frac{8}{V_2 - 3V_0} = \frac{12V_0 + V_2 - \frac{7}{2}(V_2 - 3V_0)}{V_2 - 3V_0} :$$

$$: \frac{8}{V_2 - 3V_0} = \frac{12V_0 + V_2 - \frac{7}{2}V_2 + \frac{21}{2}V_0}{8} = \frac{45V_0 - 5V_2}{16}$$

Чистовик

$$V_2 \le \frac{45V_0 - 5V_2}{16} \le 3V_0$$

$$16V_2 \le 45V_0 - 5V_2 \le 48V_0$$

$$\begin{cases} 48V_0 \ge 45V_0 - 5V_2 \\ 45V_0 - 5V_2 \ge 16V_2 \end{cases} \quad \begin{cases} 3V_0 \ge -5V_2 \\ 45V_0 \ge 21V_2 \end{cases} \quad \underline{V_2 \le \frac{45}{21}V_0}$$

4) $A_{23} = \frac{3p_0 + p_0}{2} \cdot (3V_0 - V_0) = 4p_0V_0$

$$A_{23} = \frac{3p_0 + p_0}{2}(3V_0 - V_2) = 2p_0(3V_0 - V_2)$$

$$\Delta U_{23} = \frac{3}{2}(3V_0p_0 - 3V_2p_0) = \frac{9p_0}{2}(V_0 - V_2)$$

$$Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23} = \frac{p_0}{2}(12V_0 - 4V_2 + 9V_0 - 9V_2) =$$

$$= \frac{p_0}{2}(21V_0 - 13V_2)$$

$21V_0 \vee 13V_2$ $\qquad \frac{21}{13} \vee \frac{45}{21}$

$\frac{21}{13}V_0 \vee V_2$ $\qquad \frac{2}{13} \; \frac{21}{13} < 2 < \frac{45}{21}$

$\frac{21}{13} \vee \frac{45}{21}$

4) Пусть газ получает тепло в процессе 24 (т.е. в точке 4 $V = V_B$) Тогда:

$$Q_{24} = Q(V_B) = Q_B = \frac{4p_0}{V_2 - 3V_0} \cdot \left(\frac{45V_0 - 5V_2}{16}\right)^2 +$$

Найдём Q_{24} (на 31 тепло отдаёт)

$$\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{Q_{24} + Q_{12}}$$

$+ p_0\left(\frac{7}{2} - \right.$

Чистовик

№2 (продолжение)

$V_{сф} = 8 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{128\pi}{3}$

5) общий объём льда V:

$V = 3200 + \frac{800\pi}{3} - \frac{1360}{3} + \frac{128\pi}{3} = 3200 + \frac{928\pi}{3} - \frac{1360}{3}$

$m_{льда} = V \cdot \rho = 0,9\left(3200 + \frac{928\pi}{3} - \frac{1360}{3}\right) =$

$= 320 \cdot 9 + 928\pi \cdot 0,3 - 136 \cdot 3 = 2880 + 278,4\pi - 408 = 2372 + 278,4\pi$

$320 \cdot 9 = 2880$; $928 \cdot 0,3 = 278,4$; $136 \cdot 3 = 408$

$2880 - 408 = 2372$

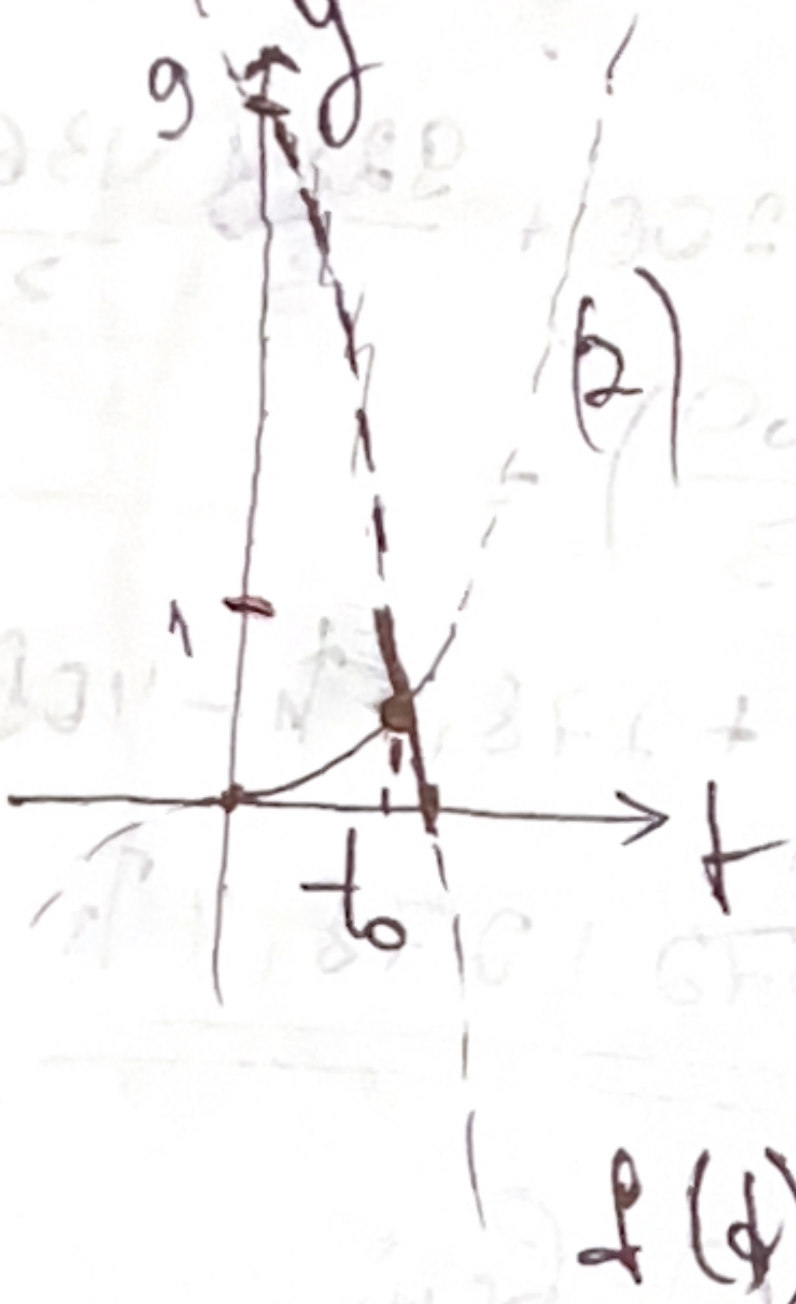
Ответ: $2372 + 278,4\pi$

Чистовик

№6 (продолжение)

~~Рассм.~~

(1): $\begin{cases} y = 9(1-t)^3 \ (1) \\ y = t^3 \ (2) \end{cases}$ — графики имеют перес. на ~~отр.~~ интерв. $(0;1)$, т.к.



если $g_1(x) = 9(1-t)^3$, $g_2(x) = t^3$, то — непрерывные функции.

$g_1(0) = 9$, $g_1(1) = 0$

$g_2(0) = 0$, $g_2(1) = 1$

t		t_0	
$f'(t)$	$-$		$+$
$f(t)$	$\searrow$		$\nearrow$

$f(t)$ min $\Rightarrow F(\alpha)$ min (т.к. $\sin^2\alpha$ возраст. при $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$) при $\sin^2\alpha = t_0$ ~~при $\sin\alpha = \sqrt{t_0}$~~

$\sin^6\alpha = 9\cos^6\alpha$

$\operatorname{tg}^6\alpha = 9$

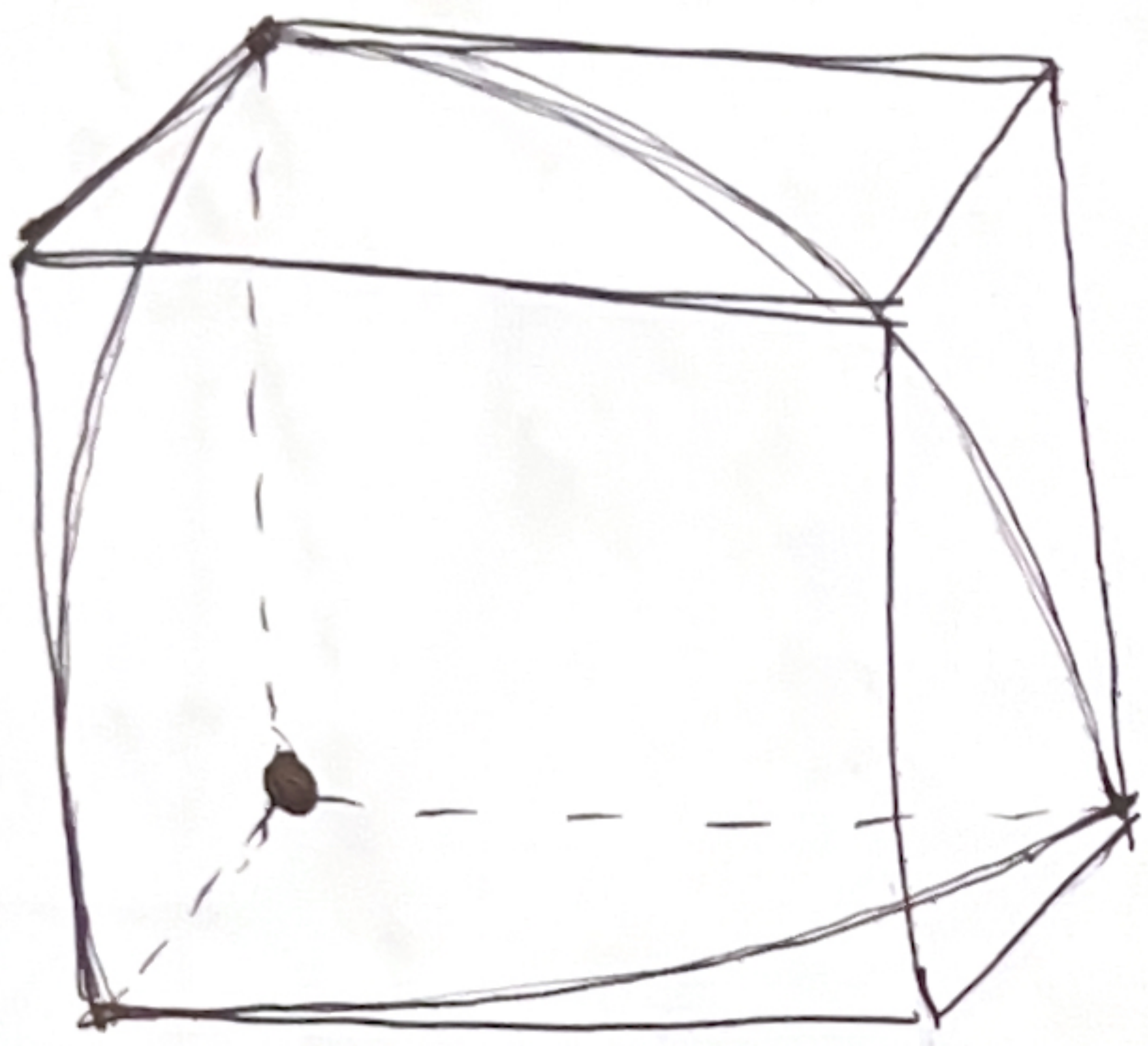
$\operatorname{tg}\alpha = \sqrt[6]{9} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg}\sqrt[6]{9}$

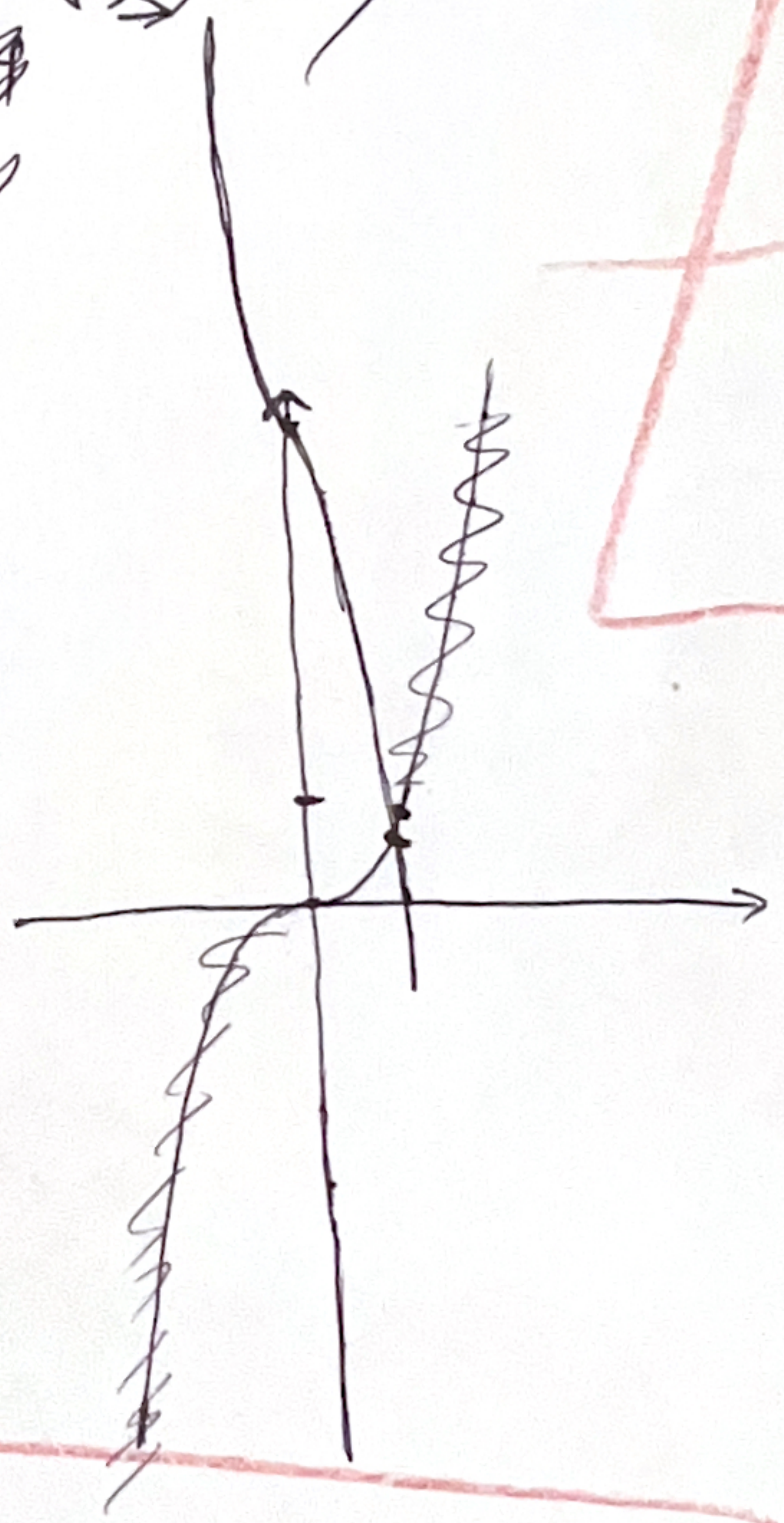
Ответ: $\operatorname{arctg}\sqrt[6]{9}$

черновик

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

$9(1-t)^3 = t^3$





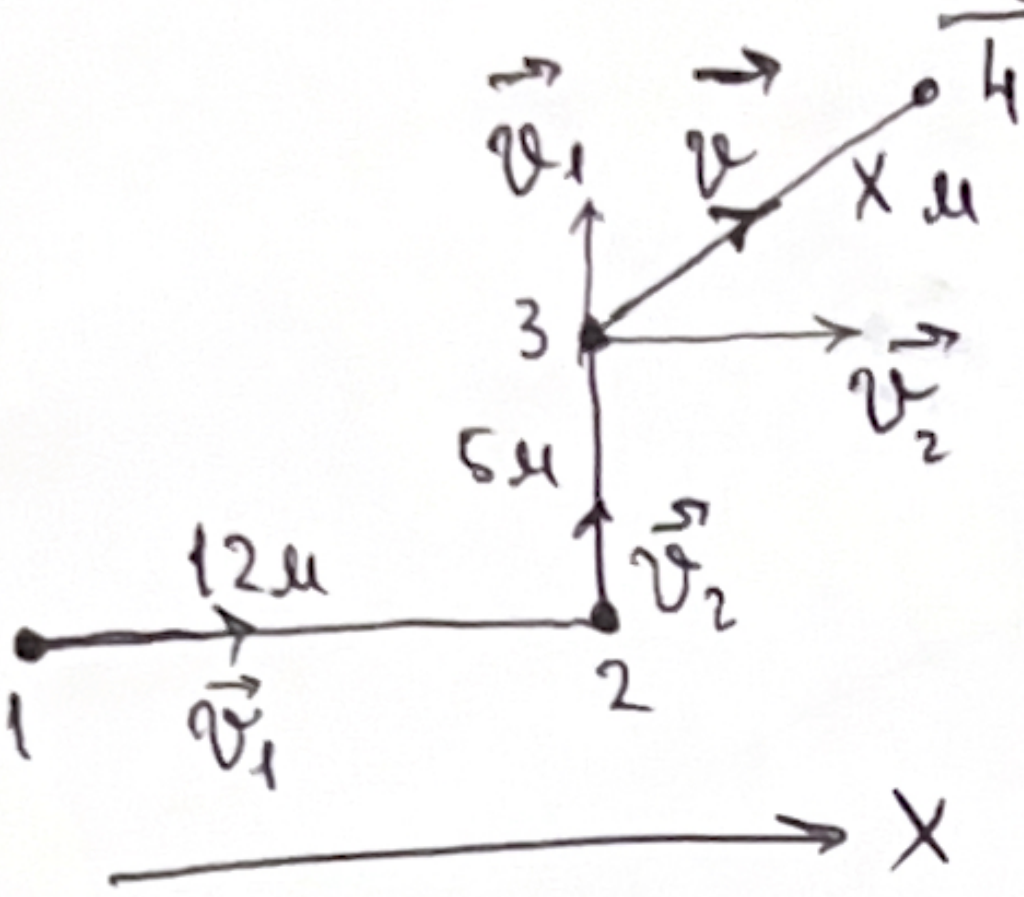
$9\cos^6\alpha = \sin^6\alpha$

Черновик

дежмор

Чистовик

№1



1) m – масса тела

μ – коэф. трения

$F_{тр}$ – сила трения

a_{ij} – ускорение на уч. ij.

по 2 з. Ньютона: $m\vec a = \vec F_{тр}$

$$ma = \mu \underbrace{N}_{\text{сила реакции опоры}} = \mu mg$$

$a = \mu g \Rightarrow a_{12} = a_{23} = a_{34} = a$.

2) Распишем законы движения по оси Ox:

$12: \; 0 = v_1 - at \Rightarrow t = \frac{v_1}{a}$

$$12 = v_1 t - \frac{at^2}{2} = at^2 - \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2} = \frac{a}{2}\cdot\frac{v_1^2}{a^2} = \frac{v_1^2}{2a}$$

$12 = \frac{v_1^2}{2\mu g}$.

Анал. для участка 23: $5 = \frac{v_2^2}{2\mu g}$ $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow v^2 = v_1^2 + v_2^2 = 24\mu g + 10\mu g = 34\mu g$.

модуль скорорости в начале участка 34

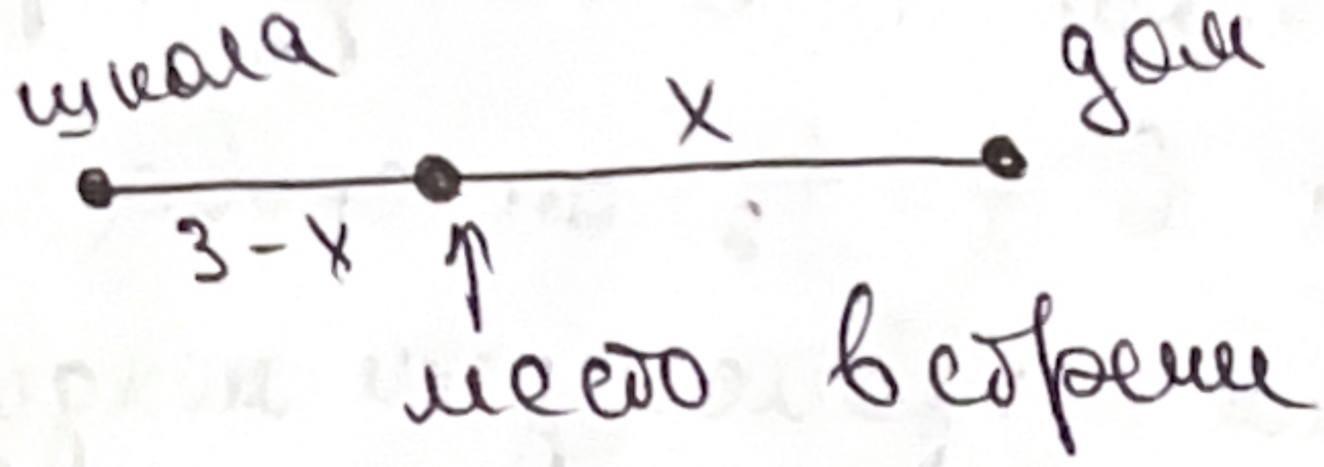
$(\vec v = \vec v_1 + \vec v_2,\; v_1 \perp v_2 \Rightarrow$ (по т. Пиф.) $v^2 = v_1^2 + v_2^2)$

Анал. $x = \frac{v^2}{2\mu g} \Rightarrow 2\mu g \cdot x = 34\mu g$

$x = 17$ (м)

Ответ: 17 м

№2 чистовик



v – скорость Гаврилы

Время до встречи: $\underbrace{\frac{x}{v}}_{\text{ехал Гаврила}} = \underbrace{\frac{x}{20}}_{\text{ехал папа}} + \underbrace{0,1}_{\text{был дома папа}}$

Время от дома до школы:

$$\underbrace{\frac{3}{v}}_{\text{Гаврила}} = \underbrace{\frac{2x}{20} + 0,1}_{\text{папа}}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{v} = \frac{x}{20} + 0,1 \\ \frac{3}{v} = \frac{x}{10} + 0,1 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{3-x}{v} = \frac{x}{20} \\ \frac{30}{v} = x + 1 \end{cases} \quad \begin{aligned} xv &= 60 - 20x \\ x(v+20) &= 60 \\ x &= \frac{60}{v+20}. \end{aligned}$$

$$\frac{30}{v} = \frac{60 + v + 20}{v+20}$$

$$30v + 600 = v^2 + 80v$$

$$v^2 + 50v - 600 = 0 \qquad D/4 = 625 + 600 = \frac{2500}{2}$$

1225
$\frac{2500}{2}$

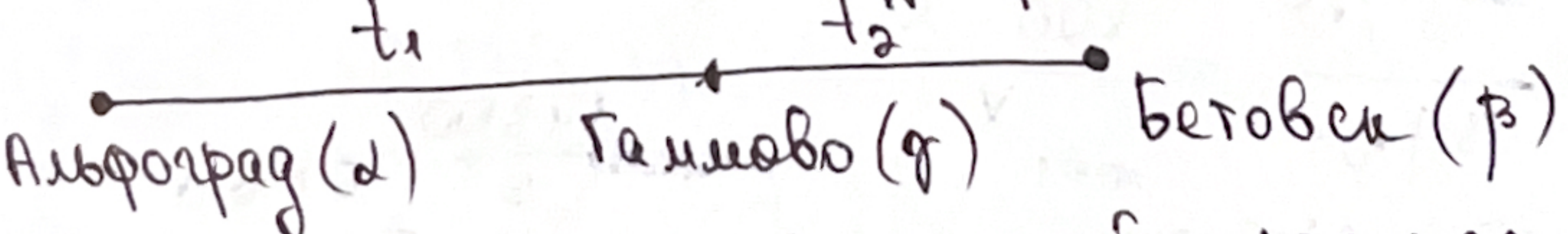
неверно

$$v = -25 \pm 50\sqrt{2} > 0 \Rightarrow v = 50\sqrt{2} - 25$$

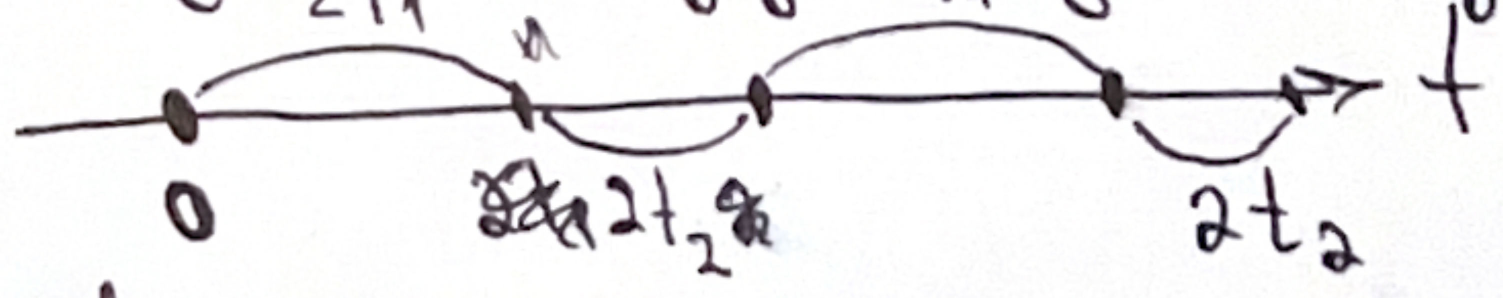
$$x = \frac{60}{50\sqrt{2} - 5} = \frac{12}{10\sqrt{2} - 1} \text{ (км)}$$

Ответ: $\frac{12}{10\sqrt{2} - 1}$ (км)

№ 4



Пусть поезд проезжает расстояние $\alpha - \gamma$ за t_1 (часов), а $\gamma - \beta$ за t_2 (часов). Тогда возьмём произвольный момент времени, когда поезд едет из β в α за 0:



Отметим времена проезда поезда мимо Гаммово.

Чистовик

Если в момент времени $t=0$ поезд в γ, то в $t=t_1$ он в α, а в $t=t_2$ он снова в γ и т.д. Обозначим промежутки между приездами поезда, когда он заезжает и возвращается в Альфоград α-промежутками (они равны между собой и равны $2t_1$), а когда в Бетовек: β-промежутками.

Заметим, что если Гавриша выходит на станцию в α-промежуток, то когда придёт поезд, он поедет в Бетовек, а ~~когд~~ если в β-промежуток, то в Альфоград. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{\frac{223}{143}} \Rightarrow \frac{222}{143} = \frac{2t_2 \cdot N}{2t_1 \cdot N}$

(Пусть за год поезд съездит N раз в оба города (они чередуются и промежуток времени велик $\Rightarrow$ принебрежём случаем, когда $N_\alpha = N_\beta + 1$ или наоборот))

Пусть расст. от α до γ = x ч. Тогда

$$\frac{222}{143} = \frac{t_2}{t_1} = \frac{100 - x/v}{x/v} = \frac{100-x}{x}$$

$222x = 14300 - 143x$

$365x = 14300$

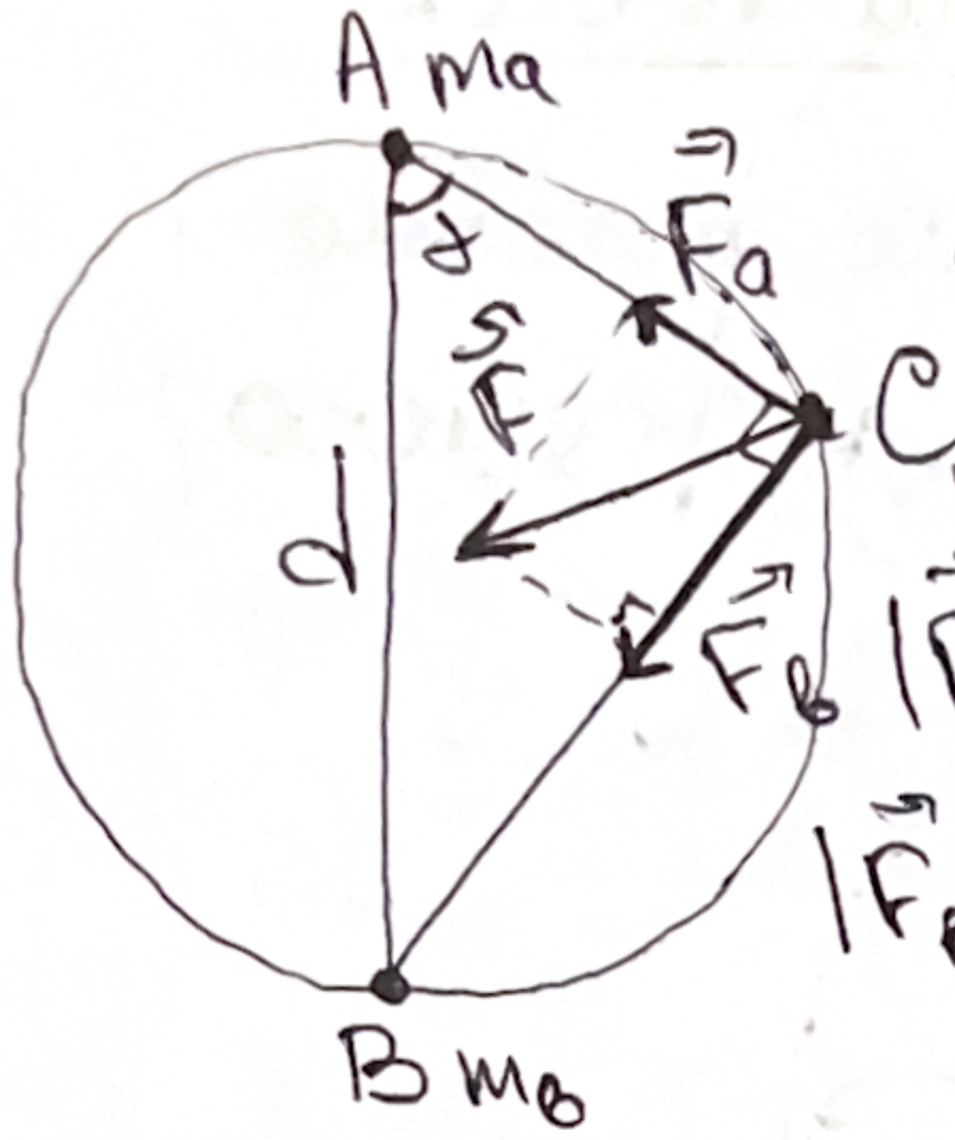
$x = \frac{14300}{365} = \frac{2860}{73}$ (км)

$\frac{14300}{5} = 2860$

$365 : 5 = 73$; -35, 15

Ответ: $\frac{2860}{73}$ км

№6 Листовик



$d = AB$ – диам. $\Rightarrow \angle C = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow |\vec F| = \sqrt{|\vec F_a|^2 + |\vec F_b|^2}$

$|\vec F_a| = G \cdot \frac{m_a \cdot m_c}{AC^2} = 6 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{2}{d^2 \cdot \cos^2\alpha}$

$|\vec F_b| = G \cdot \frac{m_b \cdot m_c}{BC^2} = 6 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{6}{d^2 \cdot \sin^2\alpha}$

$$|\vec F|^2 = G^2 \cdot 10^{-12}\left(\frac{4}{d^4 \cdot \cos^4\alpha} + \frac{36}{d^4 \cdot \sin^4\alpha}\right) =$$

$$= \underbrace{G^2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{d^4} \cdot 10^{-12}}_{const}\left(\frac{1}{\cos^4\alpha} + \frac{9}{\sin^4\alpha}\right) \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ задача сводится к минимизации функции $F(\alpha) = \frac{1}{\cos^4\alpha} + \frac{9}{\sin^4\alpha}$, $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$

$\frac{1}{\cos^4\alpha} + \frac{9}{\sin^4\alpha} = \frac{9}{\sin^4\alpha} + \frac{1}{(1-\sin^2\alpha)^2}$ $\quad D_f = (0; 1)$

пусть $t = \sin^2\alpha$, ~~тогда~~ $f(t) = \frac{9}{t^2} + \frac{1}{(1-t)^2}$

$$f(t) = \frac{9(t^2-2t+1)+t^2}{t^2(1-t)^2} = \frac{10t^2-18t+9}{t^2(1-t)^2}$$

$t^4-2t^3+t^2$

$$f'(t) = \frac{(10t^2-18t+9)' \cdot t^2(1-t)^2 - (10t^2-18t+9) \cdot (t^2(1-t)^2)'}{t^4(1-t)^4} =$$

$$= \frac{(20t-18) \cdot t^2(1-t)^2 - (10t^2-18t+9)(4t^3-6t^2+2t)}{t^4(t-1)^4} =$$

$2(10t-9)(t^4-2t^3+t^2) - (40t^5 - 72t^4 + 36t^3 - 60t^4$

$$f'(t) = (9t^{-2} + (1-t)^{-2})' = -18t^{-3} + (-1) \cdot (-2) \cdot (1-t)^{-3} =$$

$= -\frac{18}{t^3} + \frac{2}{(1-t)^3} = 0$ $\quad \frac{1}{(1-t)^3} = \frac{9}{t^3}$

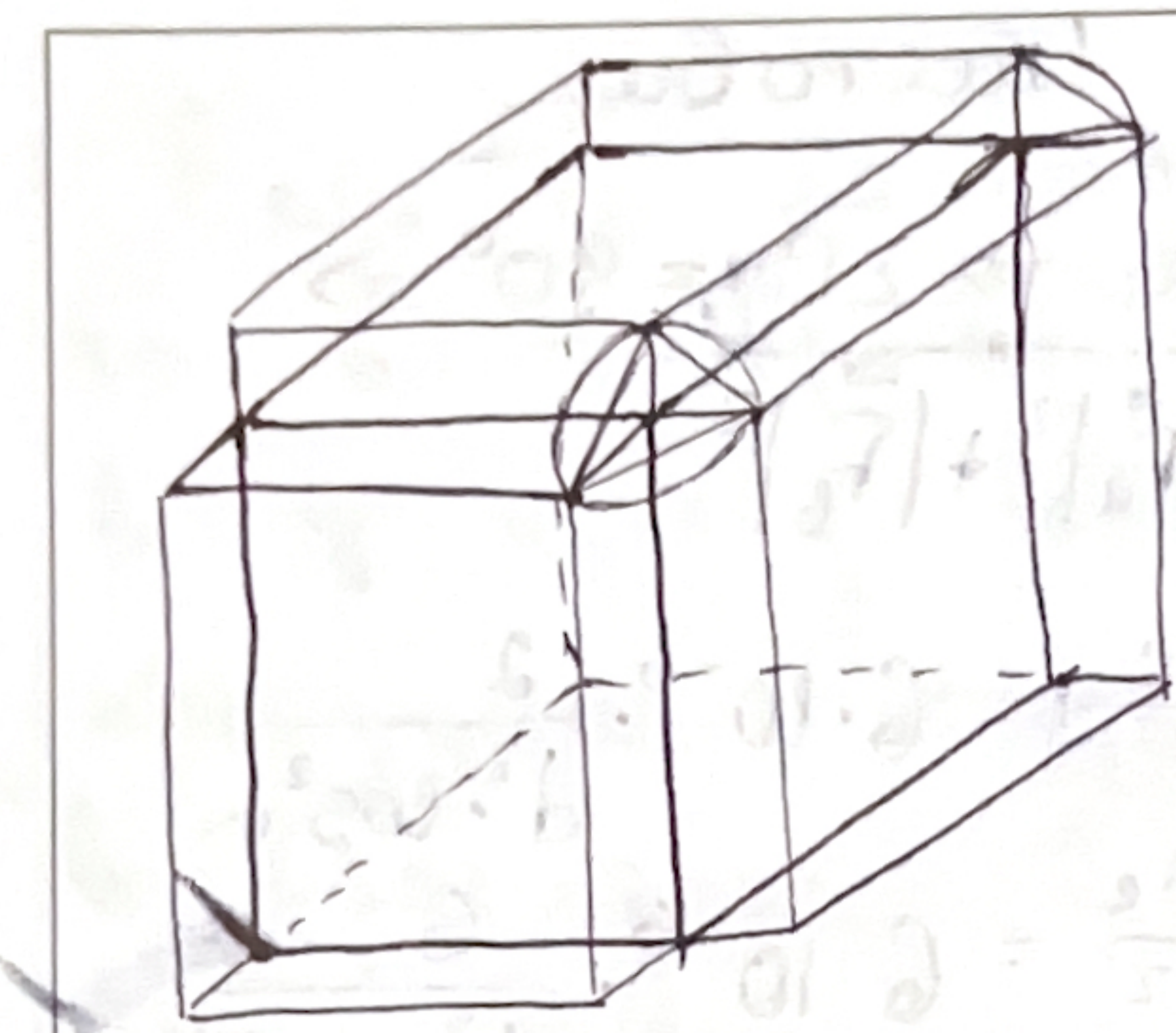
$9(1-t)^3 = t^3$

убыв. функция $\quad$ возраст. функция

$t^3 = 9(1-3t+3t^2-t^3)$

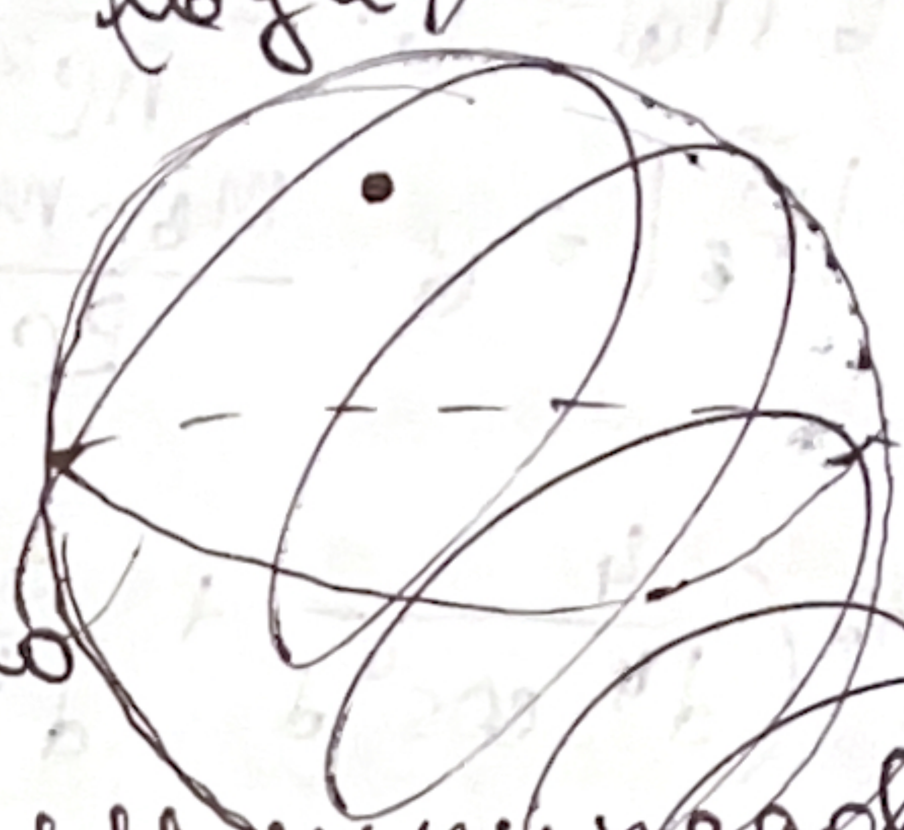
$10t^3 - 27t^2 + 27t - 9 = 0$

на D_f' не более 1-го реш.



№ 2 Чистовик

Рассмотрим ~~условие~~ „углы" наросшего льда:



1) Объём льда можно разбить на 6 параллелепипедов со сторонами $4\cdot 20\cdot 20$, $4\cdot 20\cdot 10$, $4\cdot 20\cdot 10$;
8 частей цилиндра с высотами 20, 20, 10 и радиусами = 4; 8 частей сфер с радиусами = 4.

2) $V_{пар} = 20^2(4+2+2) = 400\cdot 8 = 3200$

3) $V = \dfrac{\frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h}{4} - \dfrac{1}{3}\cdot h\cdot \dfrac{1}{2}\cdot R^2 =$ неверно

$= \dfrac{4}{3}\pi h - \dfrac{8}{3} h$

~~$V_{цил} = 8\cdot\left(\frac{4}{3}\pi\cdot 20\right.$~~

$V_{цил.} = 8\cdot\left(\dfrac{4}{3}\pi\cdot 20 - \dfrac{8}{3}\cdot 20\right) + 4\left(\dfrac{4}{3}\pi\cdot 10 - \dfrac{8}{3}\cdot 10\right) = \dfrac{640\pi}{3} - \dfrac{1280}{3} + \dfrac{160\pi}{3} - \dfrac{80}{3} = \dfrac{800\pi}{3} - \dfrac{1360}{3}$

4) Угол пар-да:
~~это ... расстояние~~ $\frac{1}{8}$ сферы
($\frac{1}{4}$ половины сферы)
с $R = 4$ и центром в вершине параллелепипеда.