0 696208 950003

69-62-08-95
(21.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 23-9

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по механике и мат. моделированию
профиль олимпиады

Фонова Владислава Владимировича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«___» 26.02 2023 года

Подпись участника

69-62-08-95 (21.1)

Черновик

v_2, S, τ

τ 5 минут

$\frac{S}{v_1} = \frac{2l}{v_2} + \tau$

$S\frac{v_2}{v_1} = 2l + v_2\tau$

$S_1 = \pi r^2$

$S_2 = 2br + 2ar = 2r(a+b)$

$S = 2l\frac{v_1}{v_2} + v_1\tau = v_1\left(\frac{2l}{v_2} + \tau\right)$

$v_1 = \frac{S}{\frac{2l}{v_2} + \tau}$

$V = (S_1 + S_2)c =$

$= (\pi r^2 + 2r(a+b))c =$

$= rc(\pi r + 2(a+b)) =$

3,14 · 4 = 12,56

$\frac{S-l}{v_1} = \frac{l}{v_2}$

$\frac{S-l}{\frac{2l}{v_2}+\tau} = \frac{l}{v_2}$

$v_0^2 = 2aS_1$

$v_0 = \sqrt{2aS_1}$

$v_k = \sqrt{2aS_2}$

$l = v_1\tau +$

5804,8 · 0,9

90 (девяносто)

чистовик

Задача 3

$S_1 = 6$ м

$S_2 = 8$ м

$\vec{v_3} = \vec{v_1} + \vec{v_2}$

$S_3 - ?$

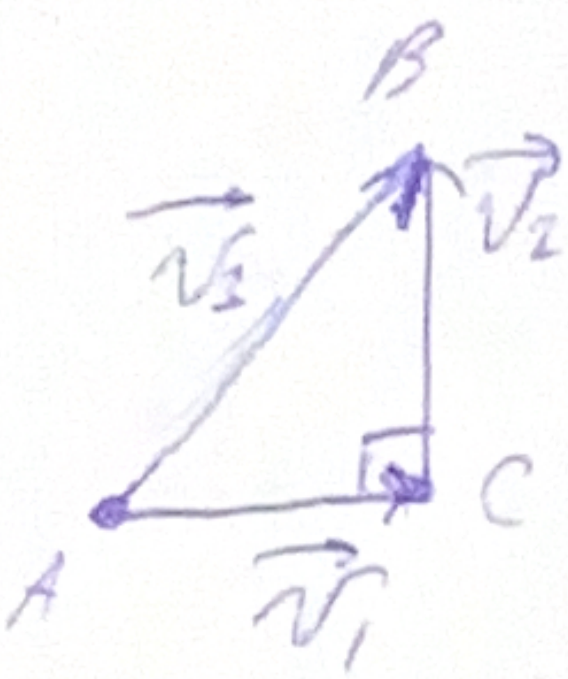
Решение

Т.к. в конце пути S_1 шайба остановилась, то $v_1^2 = 2aS_1$ (конечная скорость равна нулю). Отсюда:

$v_1 = \sqrt{2aS_1}$, где a – постоянное ускорение шайбы ($a = const$, т.к. на нее ~~она движется под действием~~ действует сила трения).

Аналогично, $v_2 = \sqrt{2aS_2}$

Т.к. $\triangle ABC$ – прямоугольный (по усл. $\angle C = 90°$), то v_3 найдем из теоремы Пифагора:



$v_3^2 = 2aS_1 + 2aS_2 = 2a(S_1 + S_2)$ (1)

Также, $v_3^2 = 2aS_3$ (2).

Поделив (1) на (2), найдем, что $S_3 = S_1 + S_2 = 8$ м $+ 6$ м $= 14$ м.

Ответ: $S_3 = 14$ м.

Задача 1

$\rho_1 = 0{,}7\rho_0$

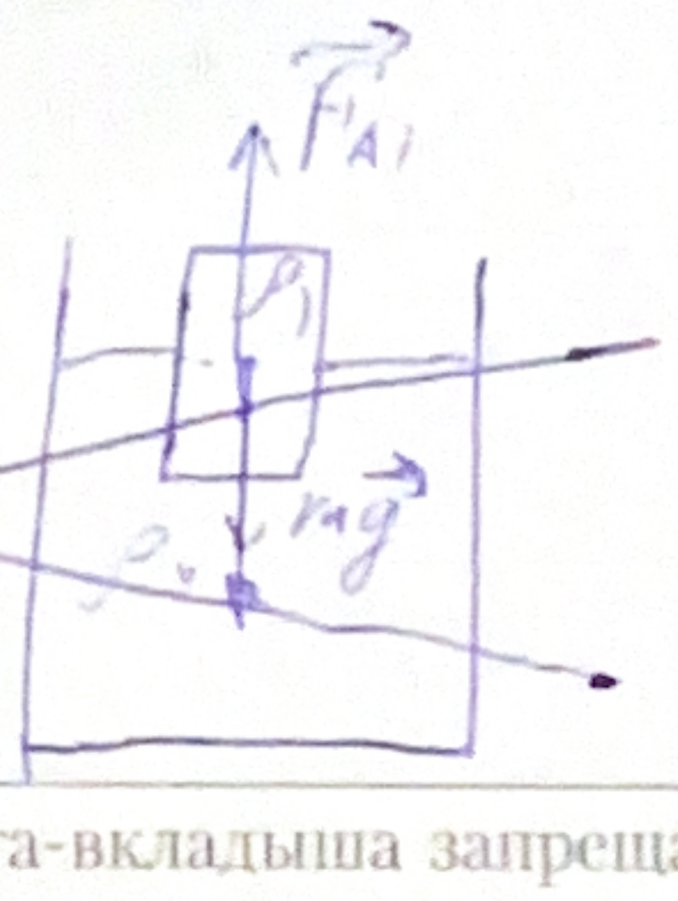
$F_2 = 2F_1$

$V_1 = V_2 = V$

Решение

Сила Архимеда, ~~действующая~~ на 1 кубик

$F_{A1} = \rho_0 V_{погр1} g$, где



69-62-08-95
(21.1)

$\frac{\rho_0 - \rho_2}{\rho_0} = \varepsilon$ - ?

~~Напр. — обозн. по погруженной части~~

1) $F_{A1} = \rho_0 V g$ — сила Архимеда, действ. на 1 кубик

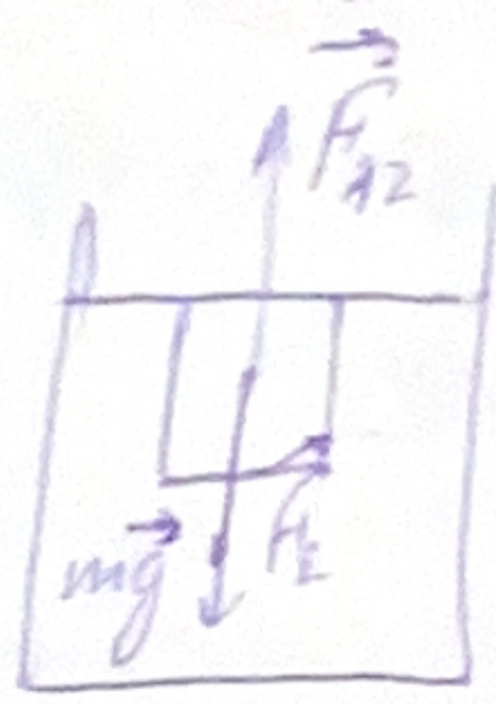
Т.к. кубик находится в равновесии, то $\vec{F}_1 + m\vec{g} + \vec{F}_{A1} = 0$. В скалярной форме:

$mg + F_1 = F_{A1}$; иначе:

$\rho_1 V g + F_1 = \rho_0 V g$; $F_1 = \rho_0 V g - \rho_1 V g =$

$= Vg(\rho_0 - \rho_1) = Vg(\rho_0 - 0{,}7\rho_0) = 0{,}3\rho_0 V g$ (1)

2) 2 кубик



Аналогично,

$mg + F_2 = F_{A2}$,

$F_{A2} = \rho_0 V g$.

$\rho_2 V g + F_2 = \rho_0 V g$; $F_2 = 2F_1 = \rho_0 V g - \rho_2 V g =$

$= Vg(\rho_0 - \rho_2)$ (2).

Поделим (1) на (2):

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{2} = \frac{0{,}3\rho_0 V g}{Vg(\rho_0 - \rho_2)} = \frac{0{,}3\rho_0}{\rho_0 - \rho_2} = \frac{0{,}3}{\varepsilon},$$

откуда $\varepsilon = 0{,}3 \cdot 2 = 0{,}6$. В процентах $\varepsilon = 60\%$

Ответ: $\varepsilon = 60\%$.

Задача 2

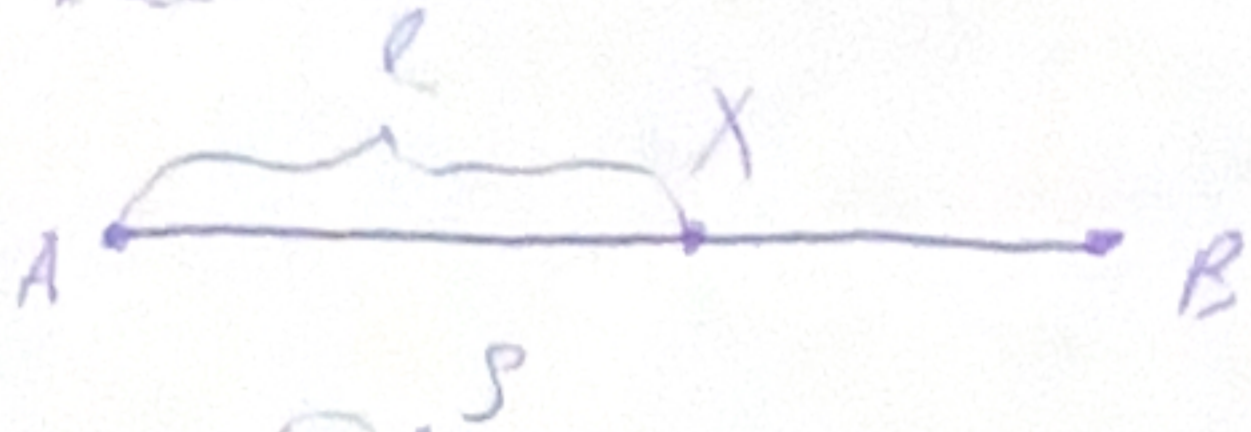
$\tau = 6$ мин $= 0{,}1$ ч

$v_2 = 20 \frac{км}{ч}$

$S = 3$ км

$l - ?$

Решение.



Т.к. Гаврила доехал до школы (B) за то же время, что и папа до дома (A) из точки встречи (X), то:

$$\frac{S-l}{v_1} = \frac{l}{v_2}, \text{ откуда } \boxed{\frac{v_1}{v_2} = \frac{S-l}{l}} \quad (1).$$

За время дв-я папа проехал путь $2l$, а Гаврила — S. Приравняем время их нахождения в пути:

$$\tau + \frac{2l}{v_2} = \frac{S}{v_1} \quad (2)$$

Подставим (1) в (2):

$$\tau + \frac{2l}{v_2} = \frac{S}{v_1} = \frac{Sl}{v_2(S-l)}, \text{ откуда:}$$

$$v_2\tau(S-l) + 2l(S-l) = Sl;$$

$$v_2\tau S - v_2\tau l + 2lS - 2l^2 = lS.$$

$$-2l^2 + l(S - v_2\tau) + v_2\tau S = 0.$$

Обозначим $d = v_2\tau$. Тогда:

$$-2l^2 + l(S-d) + Sd = 0$$

$2l^2 - l(S-d) - Sd = 0$. Учитывая только положительный корень кв. ур-я, находим:

$$l = \frac{S-d+\sqrt{(S-d)^2+8Sd}}{4} = \frac{S-v_2\tau+\sqrt{(S-v_2\tau)^2+8Sv_2\tau}}{4} = 2 \text{ км}.$$

Ответ: $l = 2$ км.

7

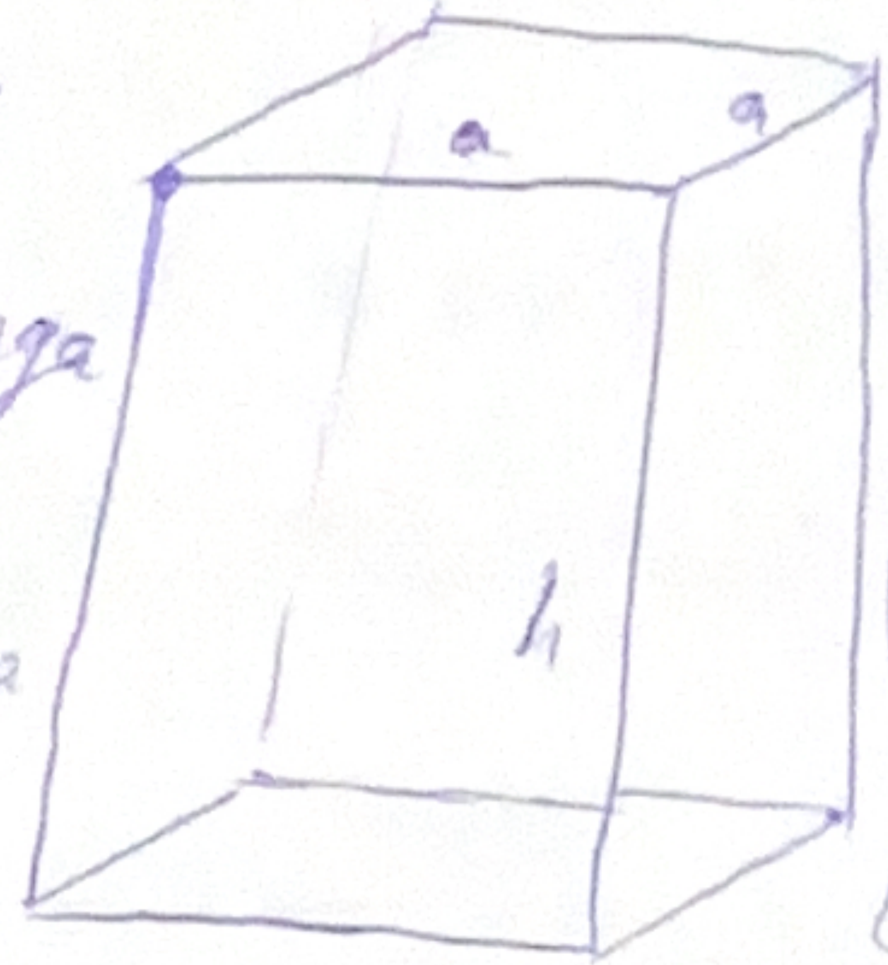
+

69-62-08-95
(21.1)

Задача 4

$a = 15$ см
$h = 20$ см
$r = 4$ см
$\rho = 0{,}9 \frac{г}{см^3}$
Δm — ?

Раз везде точки на пов-ти льда отстоят на $r = const$, то края у получ. фигуры будут закругленными. ~~Зак~~ Объемы закруглений в



вершинах параллелепипеда в сумме равны объему шара радиуса r:

$V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3$ (1)

Рис. 1

Форма одного закругления — восьмая часть шара, изображена на рисунке 1.

Объем ~~из~~ наледи на вертикальных ребрах (h) равен объему цилиндра радиусом r и высотой h:

$V_2 = \pi r^2 h$. (2) Один сектор изображен на рис. 2.

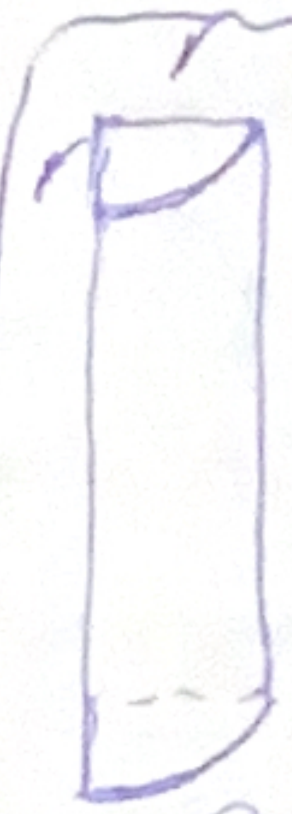


Рис. 2

Аналогично, объем наледи на горизонтальных ребрах (a) ~~равер~~ равен двум объемам цилиндров высотой a и радиусом r (для двух гориз. граней):

$V_3 = 2\pi r^2 a$ (3)

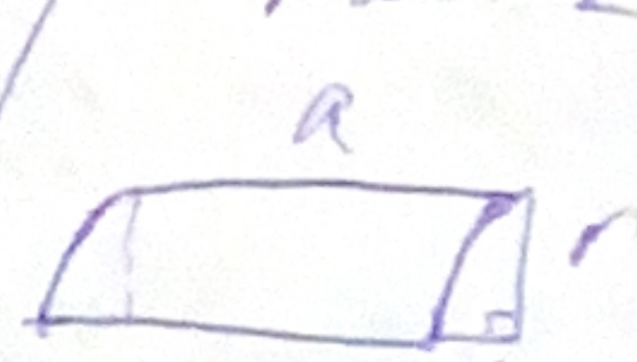


Рис. 3

Оставшийся объем равен сумме объемов льда на гранях:

$V_4 = 4ahr + 2a^2 r$ (4).

Весь объем V:

$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h + 2\pi r^2 a + 4ahr + 2a^2 r =$

$= \cancel{\pi r^3} (\frac{4}{3} \pi r^2 (\frac{4}{3} r + 2a + h) + 2ar(2h+a)$ $= 9247{,}14$ см³

$= \cancel{8222{,}576 \text{ г} = 8{,}2 \text{ кг}} = 8{,}\cancel{222576 \cdot 10}$

$= \cancel{8{,}222576 \text{ кг} = 8{,}2 \text{ кг}}$

~~Отве~~ – $\Delta m = \rho \cdot V = 8222{,}576$ г =

= 8,222576 кг ≈ 8,2 кг.

ар. ошибка

Ответ: $\Delta m = 8{,}222576$ кг ≈ 8,2 кг ±

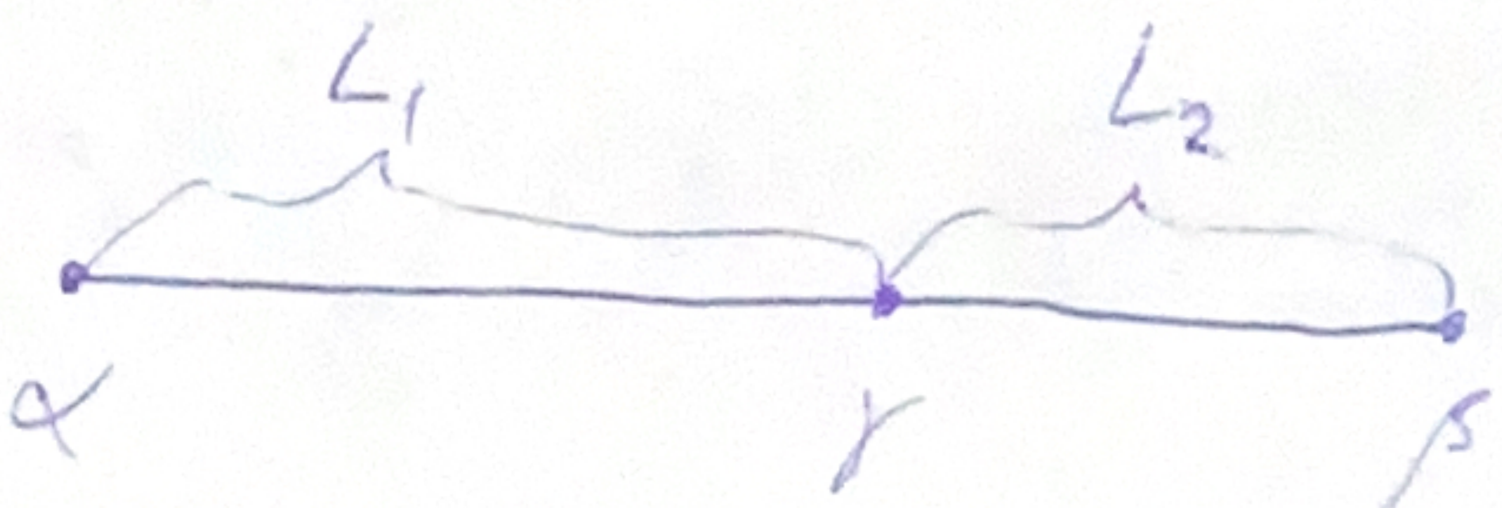
Задача 5

$N_1 = 221$
$N_2 = 144$
$L = 100$ км

L_1 – ?

Решение.

α – Альфоград, β – Бетовен, γ – Гаммово.



Пусть поезд идет от α до β ровно ~~24~~ 12 часов (в любом другом случае ответ не изменится, лишь бы время от α до β в сутках делилось нацело на $(N_1 + N_2)$). Обозначим время движения от α до β за t. Пусть Гаврила садится на поезд, идущий в β. До β он будет идти $t_2 = \frac{L_2}{v_2} = \frac{L_2}{L} \cdot t$. Тогда поезд будет каждый день в момент времени t' ~~(произвольный произвольный)~~, равный 00 ~~12~~ часов 00 минут ночи оказываться либо в β, либо в α. Тогда можно построить диаграмму событий за произвольный день: