



72-96-40-21
(74.1)



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 10-11

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Александров“
наименование олимпиады

по робототехнике
профиль олимпиады

Колесникова Таисия Ивановича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«15» марта 2023 года

Подпись участника
[Подпись]

Задача 12.

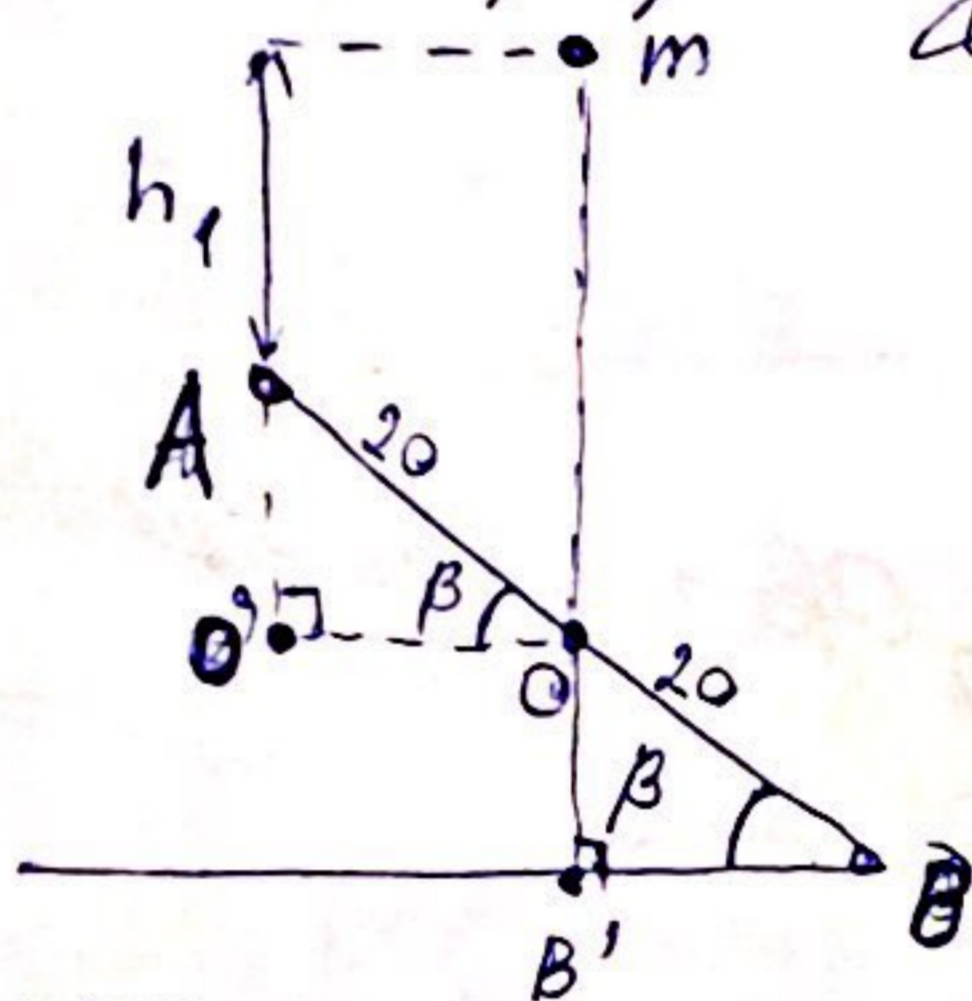
38
Григорьев

72-96-40-21
(74.1)

1) Т.к. радиус шарика гораздо меньше диаметра квадратной платформы, то времени его за счет вращения платформы не считаем.

2) Движение шарика можно разделить на две составляющие: ~~горизонтальное~~ вертикальное падение (до соударения) и движение по багнетной траектории (после соударения).

3) Найдем время, через которое шарик ударится о платформу:



1. Шарик пройдет расстояние равное $h_1 + AO'$.

2. Найдем AO' :

- т.к. шарик падает в середину платформы, тогда

$$AO = OB = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot a = \frac{1}{2} \cdot 40 \text{ см} = 20 \text{ см.}$$

- т.к. $\triangle AO'O \cong \triangle OB'B$, то $\angle AO'O = \angle OB'B = \beta = 60^\circ$.

$$\sin \beta = \frac{AO'}{AO} \Rightarrow AO' = AO \cdot \sin \beta = 20 \cdot \sin 60^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \text{ см.}$$

$$3. \text{ Шарик пройдет расстояние } 1 \text{ м} + 10\sqrt{3} \text{ см} = 100 \text{ см} + 10\sqrt{3} \text{ см} = 10(10 + \sqrt{3}) \text{ см.} = h = \frac{10(10 + \sqrt{3})}{10} \text{ м.}$$

$$4. \text{ Падение шарика описывается формулой } h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow$$

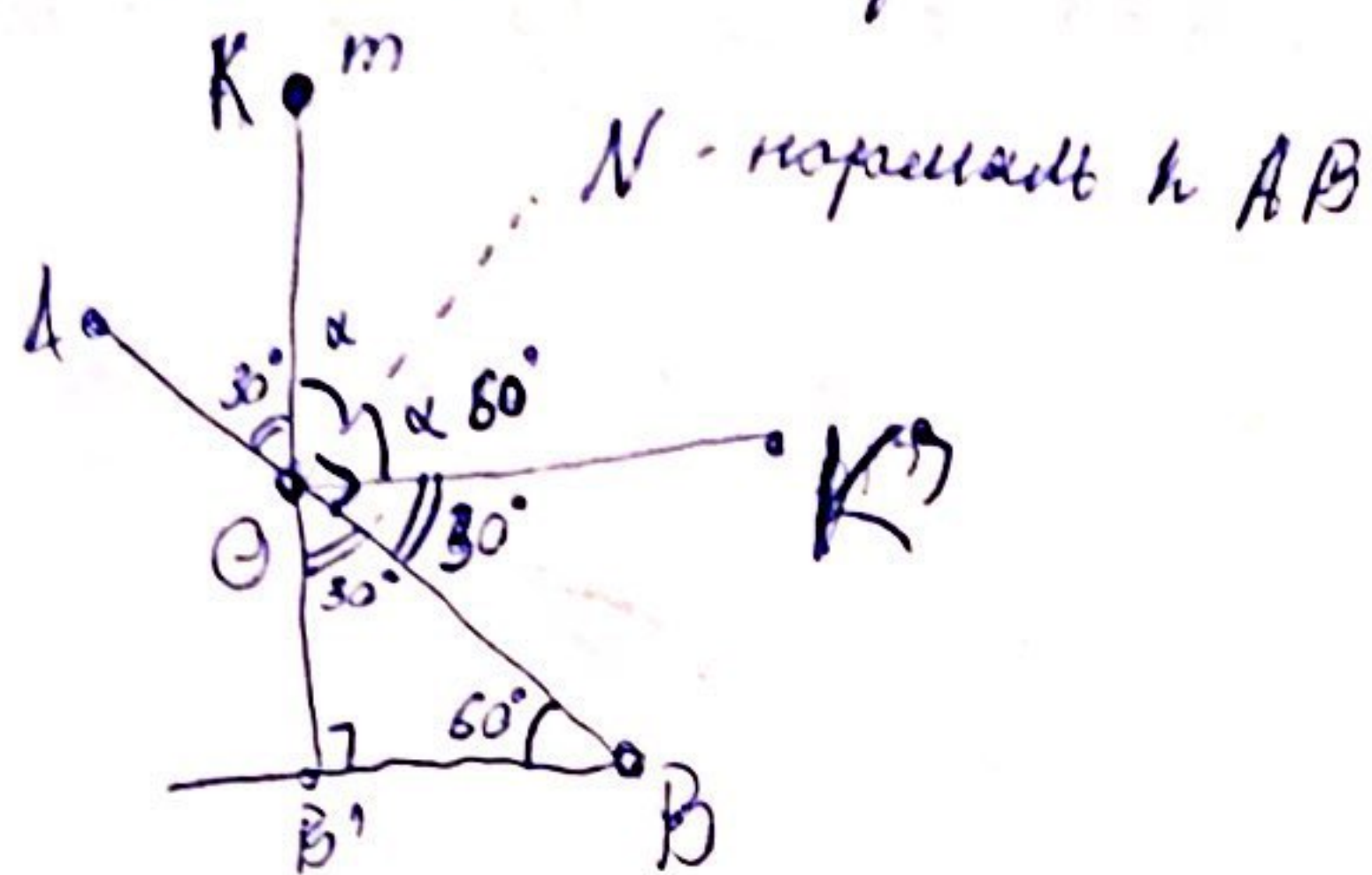
$\Rightarrow t^2 = \frac{2h}{g} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (из под корня извлекается два значения; отрицательное и положительное; отрицательное - не корень, т.к. $t \geq 0$ - время)

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 10(10 + \sqrt{3})}{9,8 \cdot 10}} \text{ с.} = \sqrt{\frac{10 + \sqrt{3}}{9,8 \cdot 5}} \text{ с.} - \text{ время до столкновения}$$

4) В момент соударения скорость шарика равна:

$$v = g \cdot t = 9,8 \sqrt{\frac{10 + \sqrt{3}}{9,8 \cdot 5}} = \sqrt{\frac{9,8^2 \cdot (10 + \sqrt{3})}{9,8 \cdot 5}} = \sqrt{\frac{9,8 (10 + \sqrt{3})}{5}}$$

5) В модели соударения мячик имеет направ-
ление пада и отскакивает под тем углом к нормали,
под которым упал:



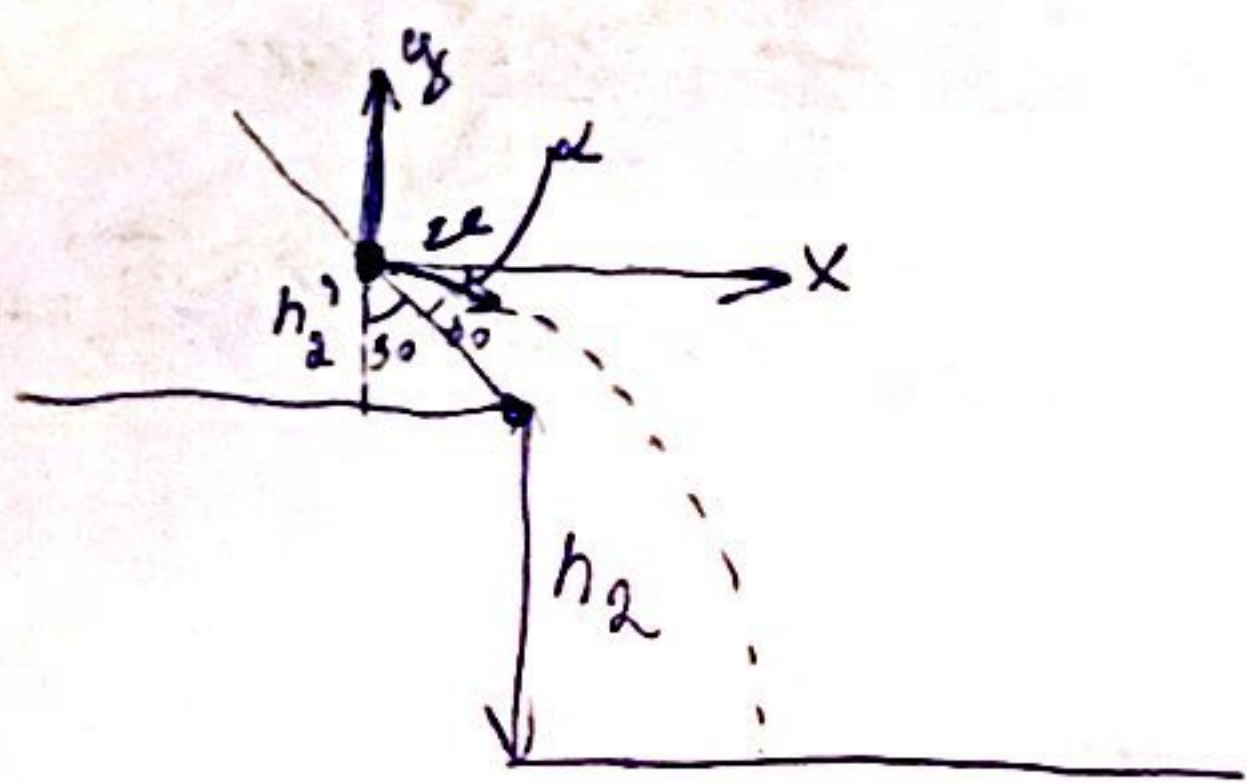
$\angle AOK = \angle BOB'$ (вертикальные)

$\angle BOB' = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ (т.к. $\triangle OB'B$ - прямоугол., OB - радиус шара
касаясь поверхности шарика KO) $\Rightarrow \angle BOB' = \angle AOK = 30^\circ$

$\angle AON = 90^\circ$ (ON - нормаль) $\Rightarrow \angle KON = \angle K'ON = 90^\circ - \angle AOK = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

$\alpha = 60^\circ$.

6) Введем систему координат с началом в
точке O (середина квадрата, откуда отскакивает
шарик).



α - угол вектора скорости с Ox ,
 $\alpha = 30^\circ$

Шарик до удара с пола пролетит $h_2' + h_2$ м. Заметим, что
 $h_2' = AB'$ (см. и. 3) $\Rightarrow h_2' = 100 + 10\sqrt{3}$ см

$$h_2' + h_2 = 100 + 10\sqrt{3} + 150 \text{ см} = 250 + 10\sqrt{3} \text{ см} = 10(25 + \sqrt{3}) \text{ см} = \frac{25 + \sqrt{3}}{10} \text{ м} = h.$$

7) шарик v распадается на вертикальную и горизонтальную составляющие. Как светит вертикальная? $v_y = \sin \alpha \cdot v = \sin(-30^\circ) \cdot \sqrt{\frac{9,8(10+\sqrt{3})}{5}} \text{ м/с} =$
 $= -\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{9,8(10+\sqrt{3})}{5}} \text{ м/с}$

8) Формула, определяющая высоту падения шарика:

$$-(h_1 + h_2) = v_y t - \frac{gt^2}{2} \quad (h_1 + h_2) \text{ со знаком минус, т.к.}$$

это расстояние ниже Ox . (проекция перемещения на $Oy < 0$)

$$(h_1 + h_2) = h.$$

$$v_y t - \frac{gt^2}{2} + h = 0$$

$$D = v_y^2 - 4 \cdot \left(-\frac{g}{2}\right) \cdot h = v_y^2 + 2gh$$

$$t = \frac{-v_y \pm \sqrt{v_y^2 + 2gh}}{-2 \cdot \frac{g}{2}} = \frac{v_y \pm \sqrt{v_y^2 + 2gh}}{g}$$

$$t = \frac{-\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{9,8(10+\sqrt{3})}{5}} + \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{9,8(10+\sqrt{3})}{5} + 2 \cdot 9,8 \cdot \frac{25+\sqrt{3}}{10}}}{9,8} =$$

$$= \frac{-\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{9,8(10+\sqrt{3})}{5}} + \sqrt{\frac{9,8(10+\sqrt{3})}{20} + \frac{9,8(25+\sqrt{3})}{5}}}{9,8} \text{ с.}$$

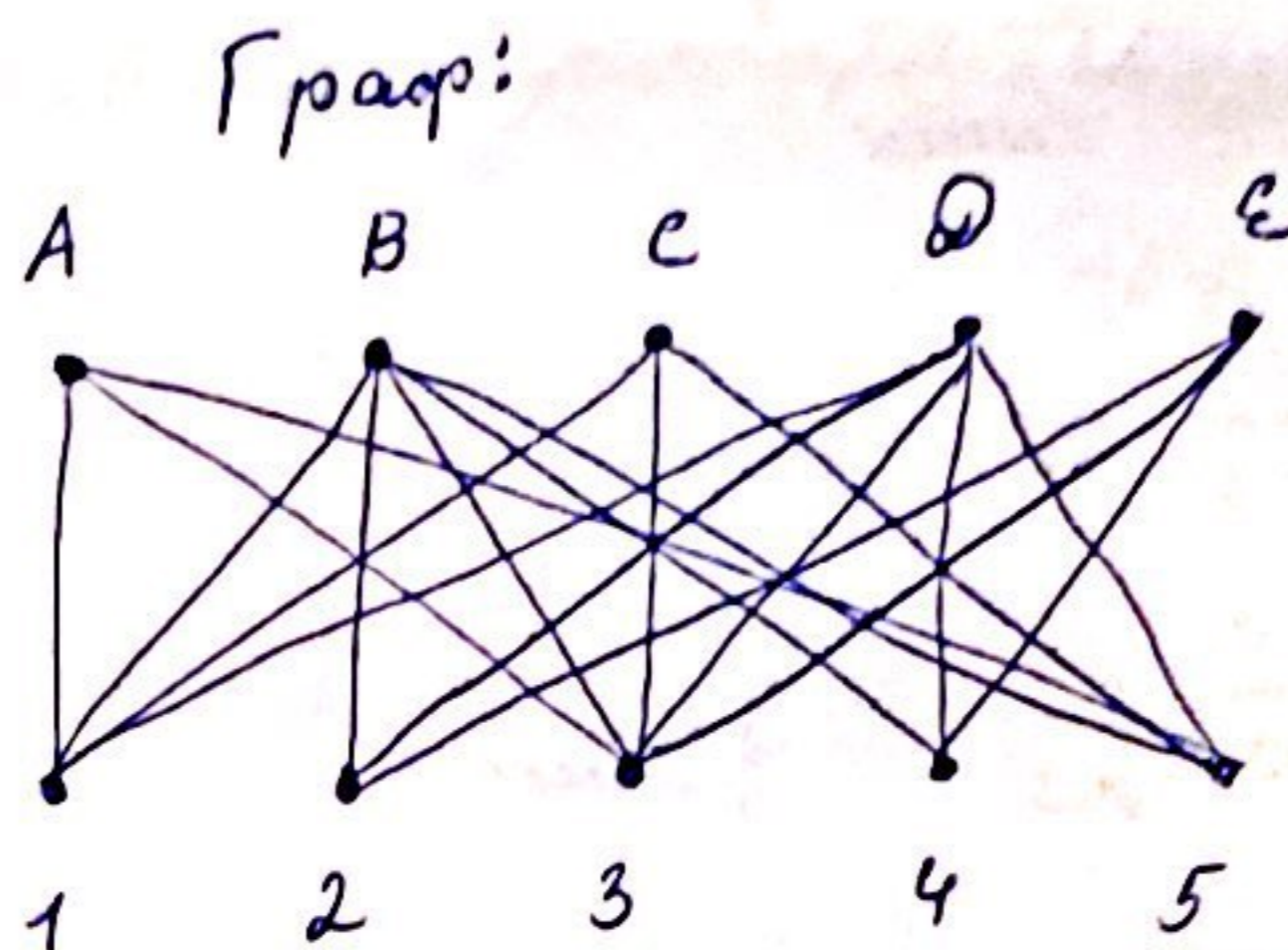
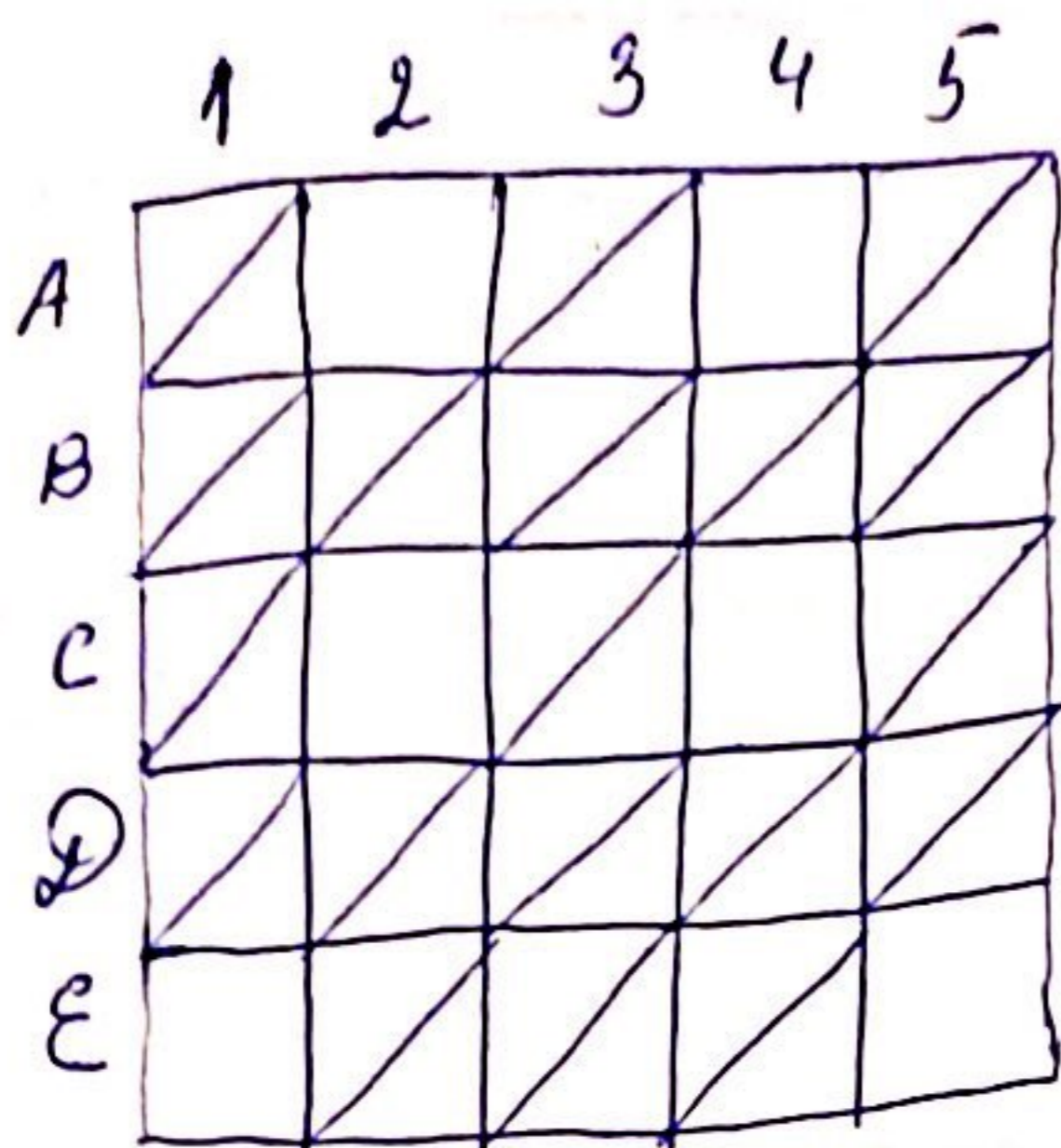
9) Общее время падения шарика до пола:

$$\left(\sqrt{\frac{10+\sqrt{3}}{9,8 \cdot 5}} + \frac{\sqrt{\frac{9,8(10+\sqrt{3})}{20} + \frac{9,8(25+\sqrt{3})}{5}} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{9,8(10+\sqrt{3})}{5}}}{9,8} \right) \cdot 1000 \text{ мс.}$$

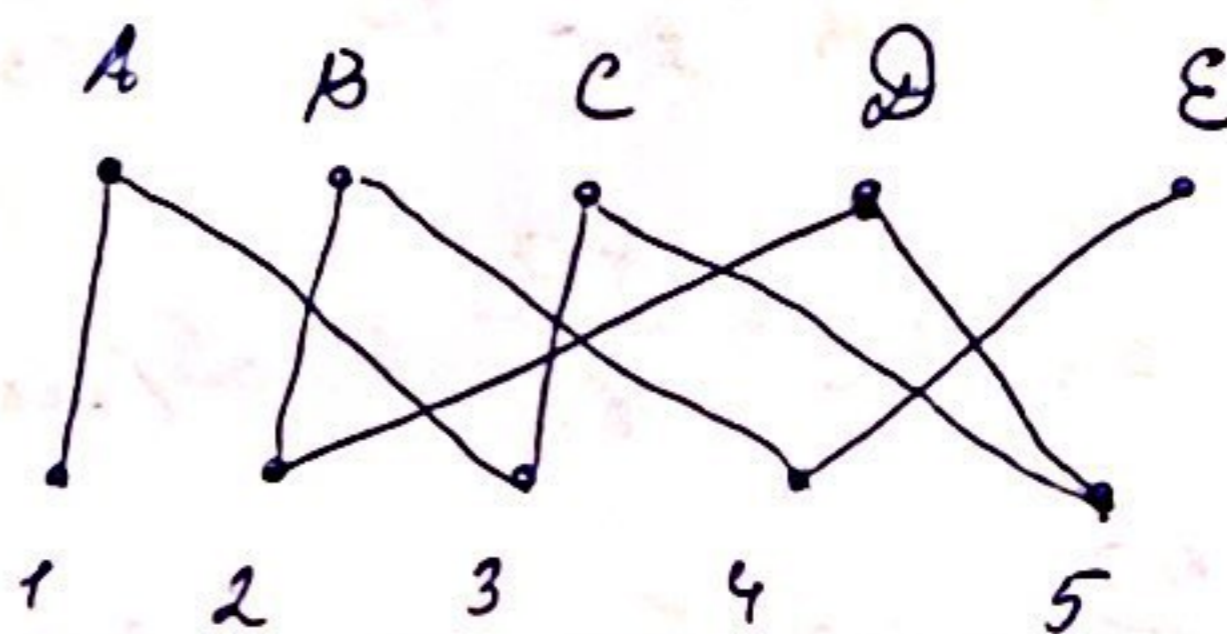
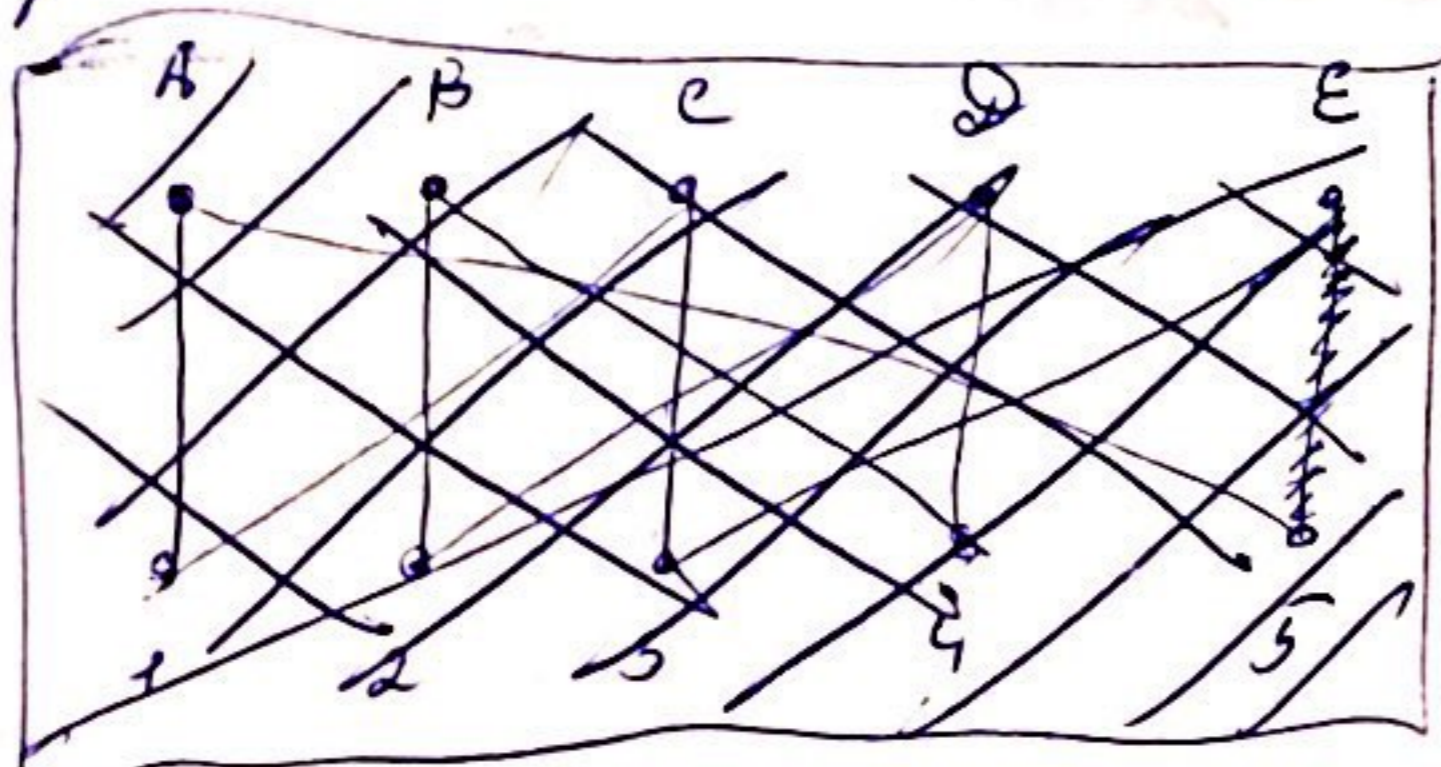
Ответ. \nearrow

Задача 1.

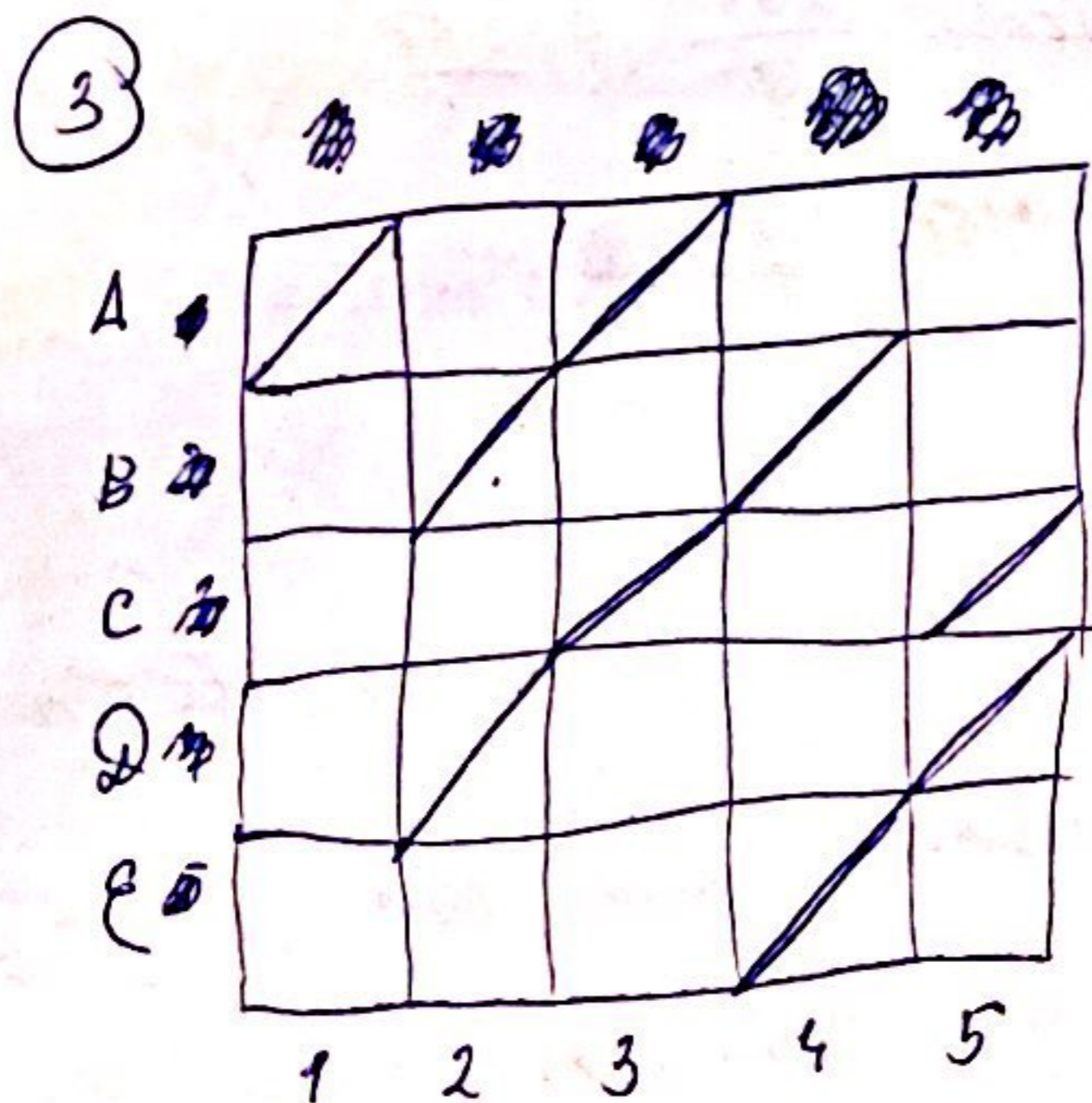
① Путь по строкам карточки будет маркироваться буквами, а столбцы - цифрами, тогда:



② Уберем некоторые ребра графа, сделав его остовным деревом.



Было 19 ребер, стало 9, значит из карточки можно убрать 10 ребер. ③



Соответствующий граф см. в п. 2.

⑦

Задача 4

1) Найти передаточное число Motor-Барабан.

$$Z_1 = 120 \text{ об/мин} / 15 \text{ см} = 48 \text{ об/мин}$$

$$Z_2 = \frac{20}{25} \cdot 48 \text{ об/мин}$$

$$Z_3 = \frac{25}{30} \cdot \frac{20}{25} \cdot 48 \text{ об/мин}$$

$$Z_4 = Z_3 = \frac{25}{30} \cdot \frac{20}{25} \cdot 48 \text{ об/мин}$$

$$Z_5 = \frac{20}{15} \cdot \frac{25}{30} \cdot \frac{20}{25} \cdot 48 \text{ об/мин}$$

$$Z_6 = \frac{15}{25} \cdot \frac{20}{15} \cdot \frac{25}{30} \cdot \frac{20}{25} \cdot 48 = \frac{40}{75} \cdot 48 \text{ об/мин}$$

$$Z_7 = \frac{25}{25} \cdot \frac{40}{75} \cdot 48 = \frac{40}{75} \cdot 48 \text{ об/мин}$$

$$d_1 = Z_7 = \frac{40}{75} \cdot 48 \text{ об/мин}$$

$$d_2 = \frac{20}{30} \cdot \frac{40}{75} \cdot 48 \text{ об/мин} = \frac{16}{82} \cdot \frac{16}{15} \cdot 48 = \frac{256}{15} \text{ об/мин} - \text{Барабан}$$

2) За 3 минуты Барабан совершит $\frac{256}{15} \cdot 3 = \frac{256}{5}$ оборотов.

3) Каждый оборот затрачивает теленку на $2\pi \cdot 7,5 \text{ см} = 2 \cdot 3,14 \cdot 7,5 = 15 \cdot 3,14 \text{ см}$.

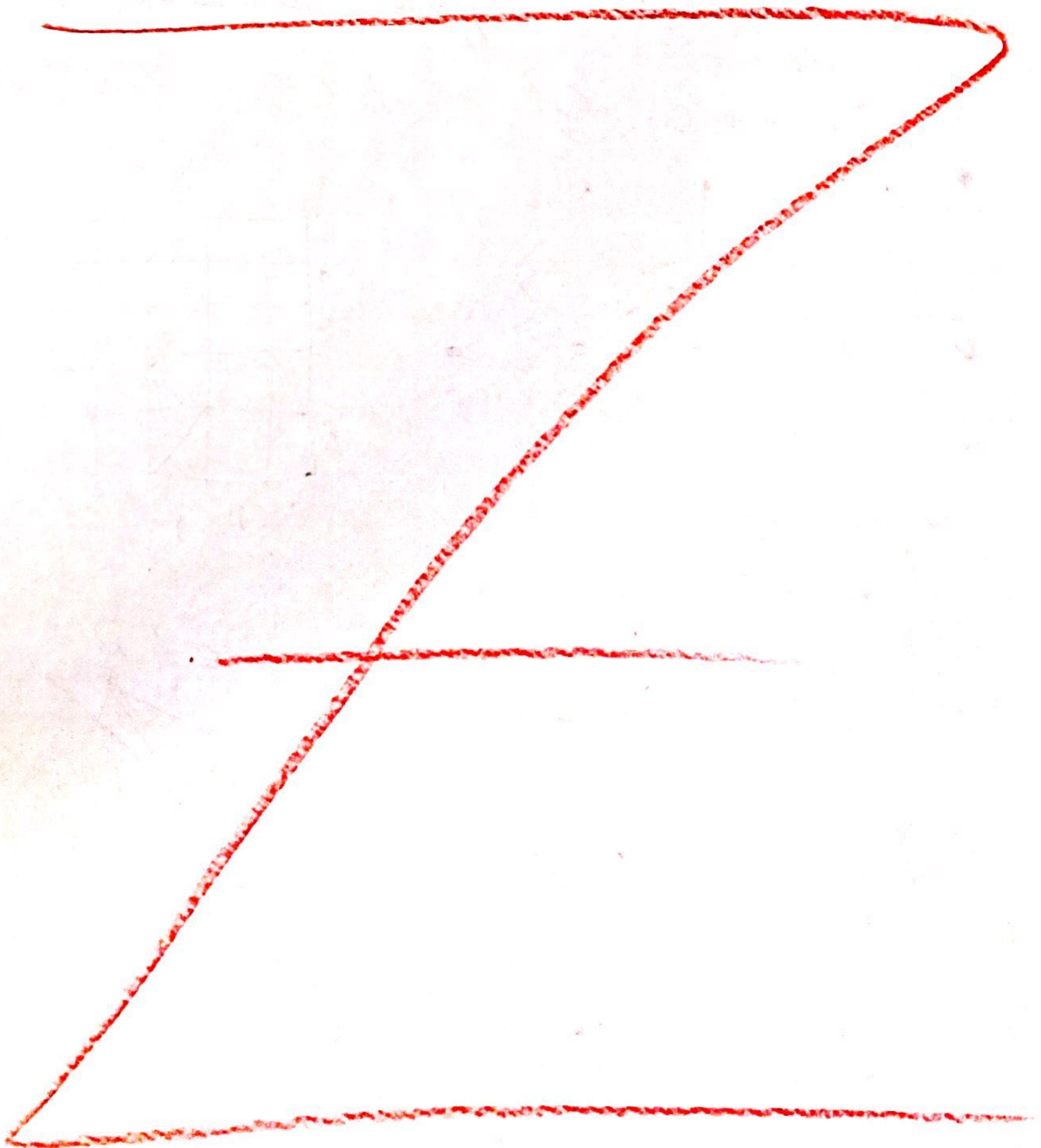
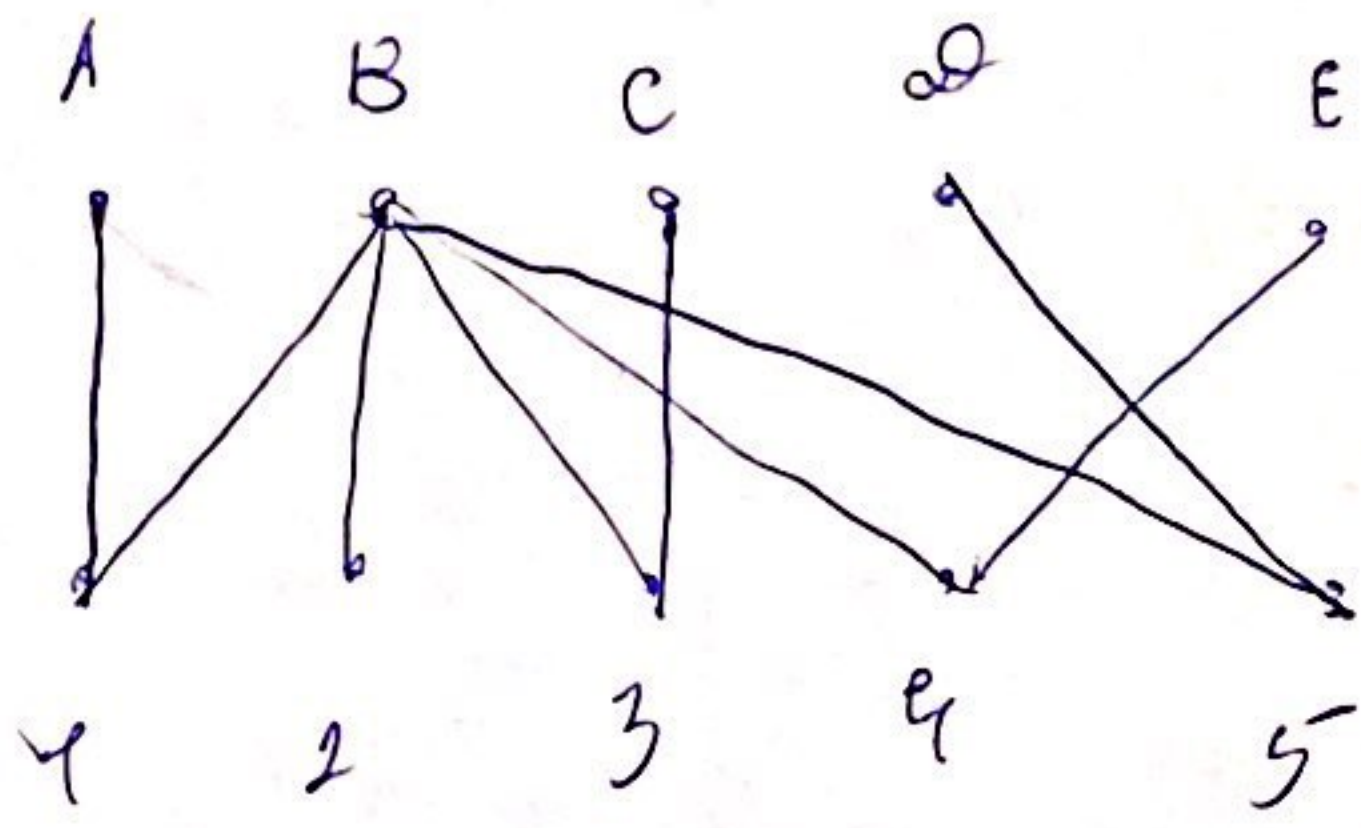
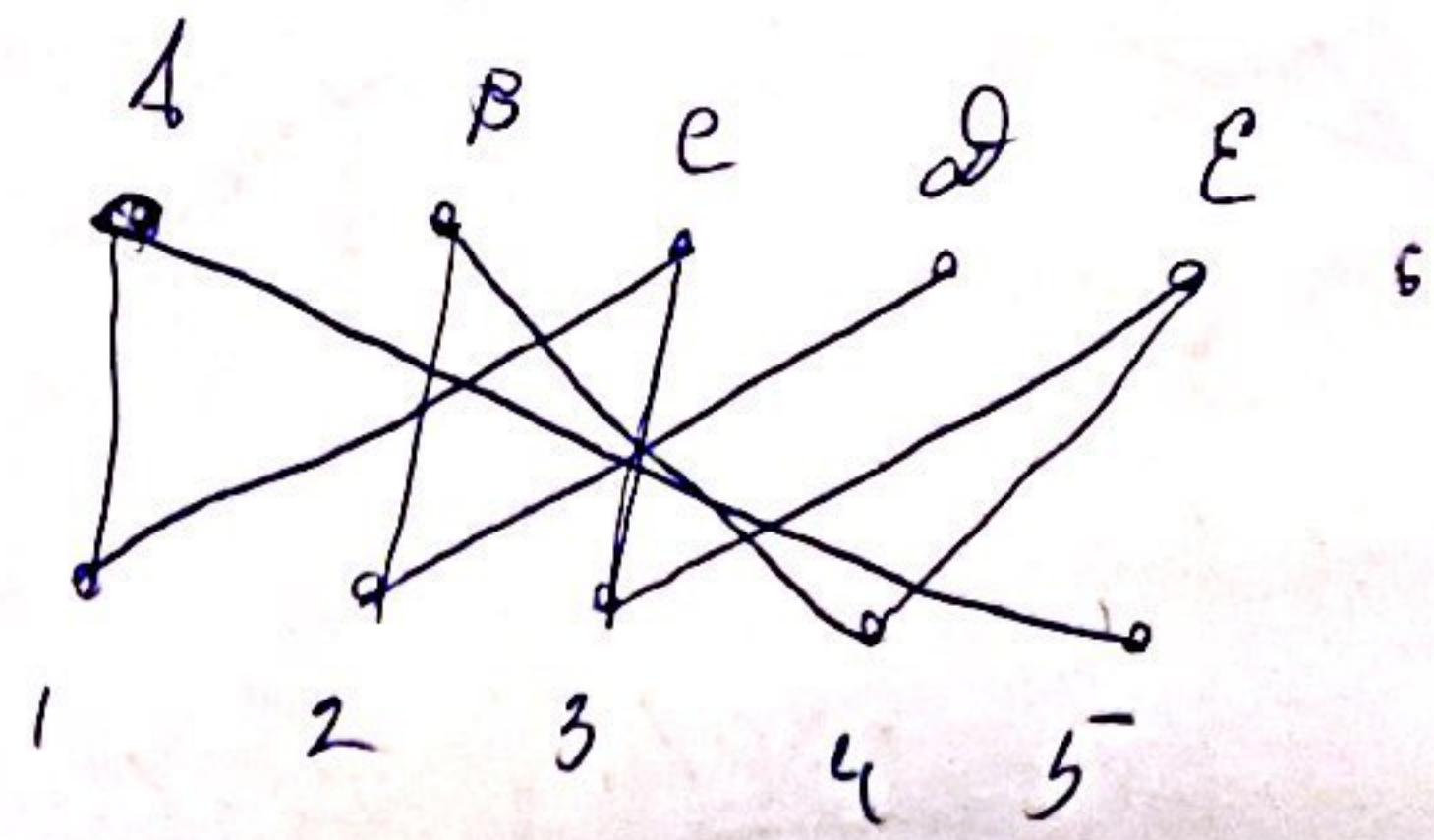
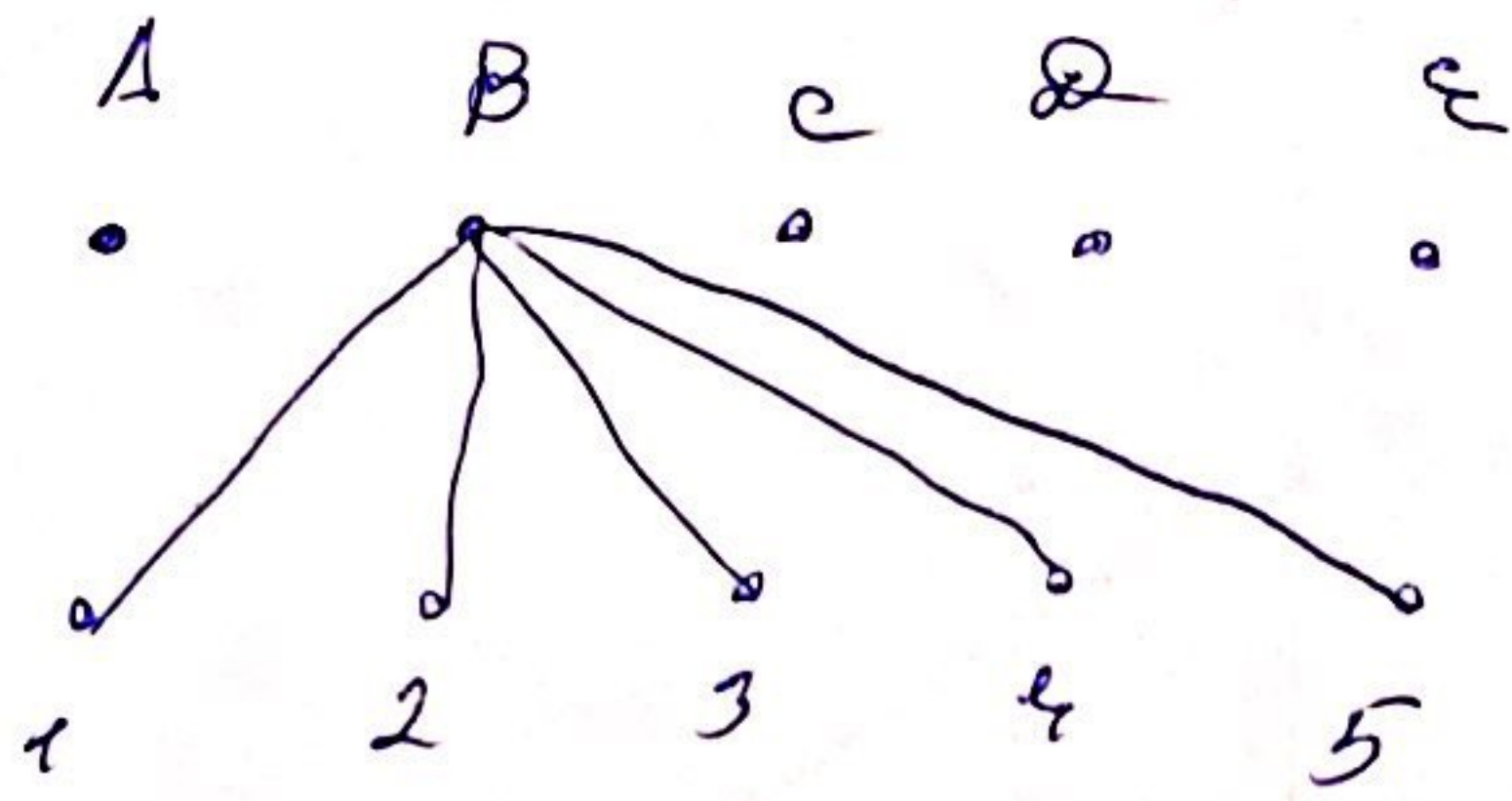
т.е. за 3 минуты было затрачено $\frac{256}{5} \cdot 15\pi = 256 \cdot 3\pi = 768\pi \text{ см}$.

4) На сколько затрачивается теленка, ~~если~~ ~~тогда~~ ~~не~~ рас-
считаем проехавшая и теленка, в количестве ее колеса.

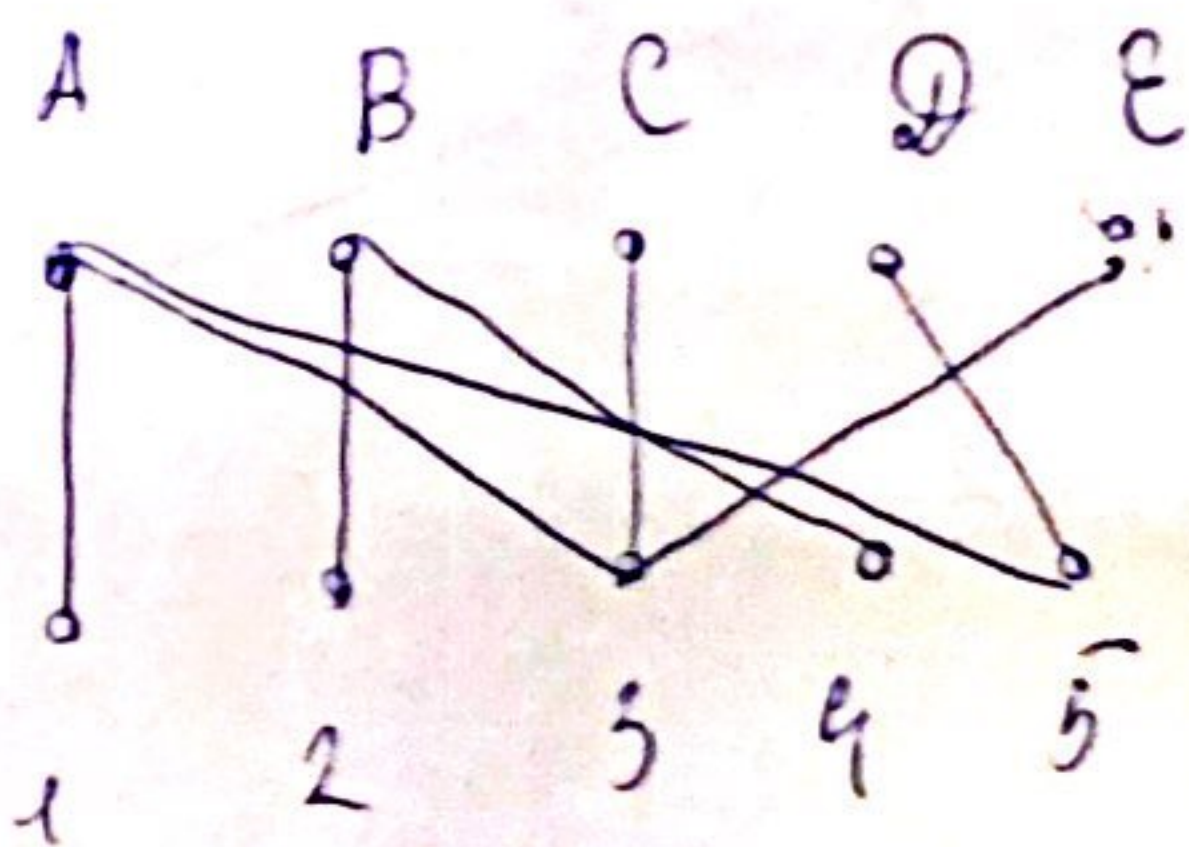
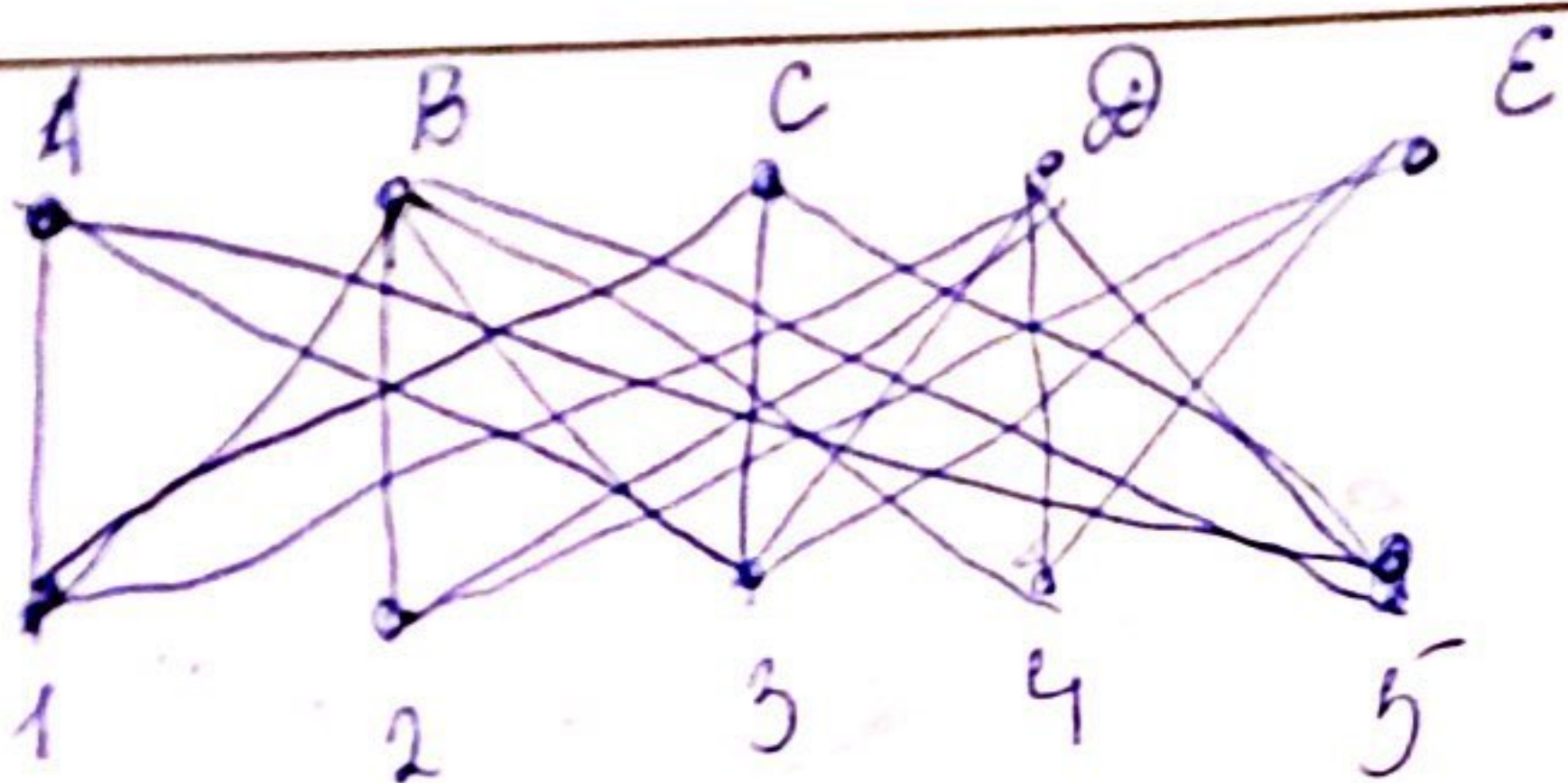
Значит за 3 минуты Барабана колеса теленки съезжали $2 \cdot \pi \cdot 8 \text{ см} = 16\pi \text{ см}$

$$\frac{768\pi}{16\pi} = 48 \text{ оборотов}$$

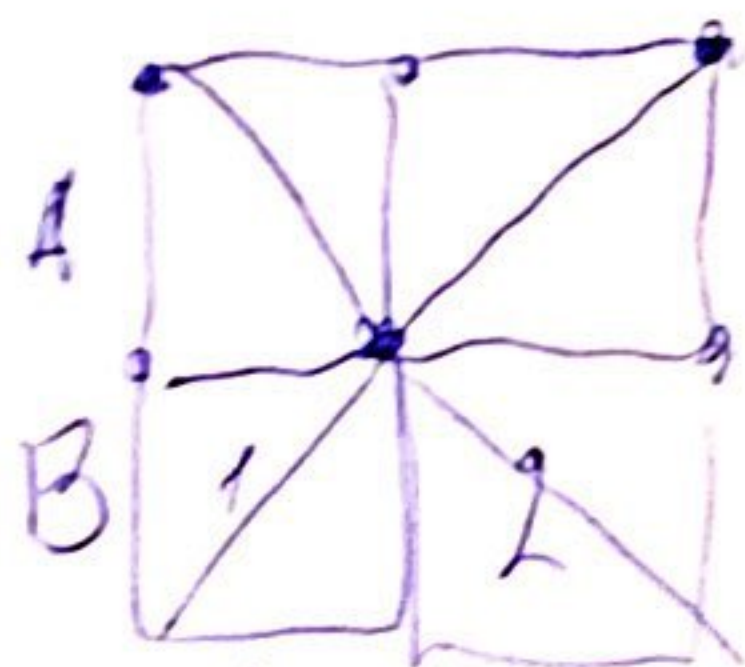
ЧЕРНОВИК.



ЧЕРНОВИК!

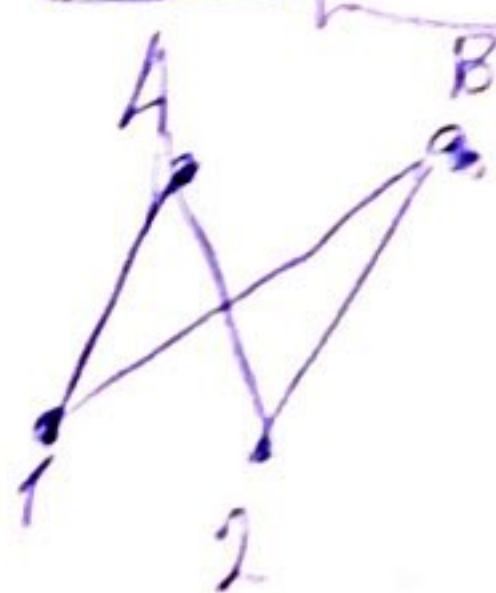


$$\frac{360L_1}{2\pi R} = \frac{360 \cdot L_2}{2\pi(R-24)} = \alpha$$



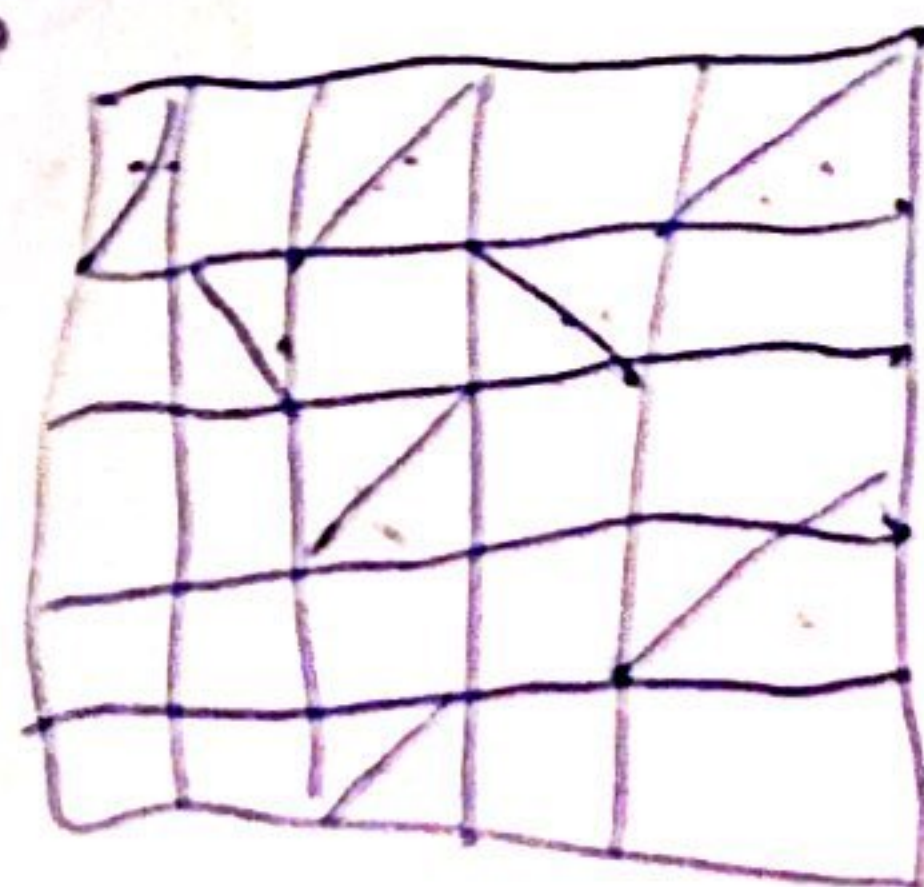
$$\frac{L_1}{R} = \frac{L_2}{R-24} = 2 \quad L_1(R-24) = L_2 \cdot R$$

$$L_1 R - 24L_1 - L_2 \cdot R = 0$$



$$L_1 R - L_2 R = 24L_1$$

$$R = \frac{24L_1}{(L_1 - L_2)B}$$



$$\frac{L_1 \cdot (R - L_2)}{24L_1} = \frac{L_1 - L_2}{24}$$

