

Barcode: 0 784024 480000
78-40-24-48
(49.7)



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 2

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

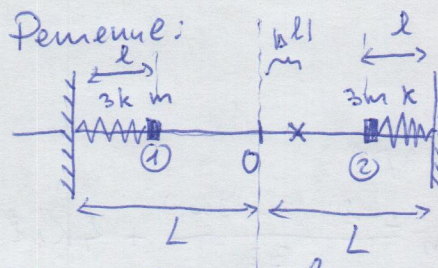
Алексахина Дмитрий Вадиновича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
« 5 » марта 2023 года

Подпись участника
DA

Задача 1.2.2. Упругие

Дано:
 $L = 20 \text{ см}$
 $l = 10 \text{ см}$
 $W = 3 \text{ Рж}$



1	2	3	4	5	Σ
20	20	5	20	2	67
Объем	Площадь	Масса	Средняя скорость	Ускорение	(шестьдесят семь)
					1+
					2+
					3+
					4+
					5+
					6+

3к-?

Трубки будут совершать гармонические колебания.
 Зависимость координаты груза 1 от времени:

$x_1(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_{10})$, A_1 - амплитуда колеб.
 $\omega_1 = \sqrt{\frac{3k}{m}}$, φ_{10} - нач. фаза.

$v_{1x} = x_1'(t) = -A_1 \omega_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_{10})$

Нач. условия $x_1'(0) = 0$; $x_1(t=0) = -(L-l)$

$x_1'(t=0) = 0 = -A_1 \omega_1 \sin \varphi_{10} \Rightarrow \varphi_{10} = 0$

$x_1(t=0) = -L+l = A_1 \cos(0) \Rightarrow A_1 = -(L-l)$

Получаем $x_1(t) = -(L-l) \cos \omega_1 t$; $v_{1x}(t) = (L-l) \omega_1 \sin \omega_1 t$

Аналогично для груза 2: $x_2(t) = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_{20})$; $\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{3m}}$

$v_{2x}(t) = x_2'(t) = -A_2 \omega_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_{20})$

$v_{2x}(t=0) = 0 = -A_2 \omega_2 \sin \varphi_{20} \Rightarrow \varphi_{20} = 0$

$x_2(t=0) = L-l = A_2 \cos 0 \Rightarrow A_2 = L-l$

$x_2(t) = (L-l) \cos \omega_2 t$; $v_{2x}(t) = -(L-l) \omega_2 \sin \omega_2 t$

Найдем координату места столкновения грузов: $x_1(\tau) = x_2(\tau)$

$-(L-l) \cos \omega_1 \tau = (L-l) \cos \omega_2 \tau$

$\cos \omega_1 \tau + \cos \omega_2 \tau = 0$

$2 \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \tau\right) \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \tau\right) = 0$

$\begin{cases} \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \tau = \frac{\pi}{2} \\ \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \tau = \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tau_1 = \frac{\pi}{\omega_1 + \omega_2} \\ \tau_2 = \frac{\pi}{\omega_1 - \omega_2} \end{cases}$

Т.к. $\tau_1 < \tau_2$, то момент наступит раньше именно времени τ_1 .

Координата места столкновения $x_1(\tau) = x_2(\tau) = (L-l) \cos\left(\frac{\pi \omega_2}{\omega_1 + \omega_2}\right) =$

можем

Деформации пружин в этот момент $\Delta l_1 = \Delta l_2 = \frac{L-l}{\sqrt{2}} = \Delta l$

Скорости грузов перед столкновением: $v_{1x}(\tau) = (L-l) \omega_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi \omega_1}{\omega_1 + \omega_2}\right) =$

$v_{2x}(\tau) = -(L-l) \omega_2 \cdot \sin\left(\frac{\omega_2 \pi}{\omega_1 + \omega_2}\right) =$

$= -(L-l) \omega_2 \sin \frac{\pi}{4} = -\frac{(L-l) \omega_2}{\sqrt{2}}$

$= (L-l) \omega_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{1 + \frac{\omega_2}{\omega_1}}\right) = (L-l) \omega_1 \sin \frac{3}{4} \pi = \frac{(L-l) \omega_1}{\sqrt{2}}$

Закон сохранения импульса при абсолютно неупругом ударе:

$m \vec{v}_1 + 3m \vec{v}_2 = 4m \vec{u}$

$0x: m v_{1x} + 3m v_{2x} = 4m u_x \Rightarrow u_x = \frac{v_{1x}}{4} + \frac{3}{4} v_{2x} = \frac{(L-l) \omega_1}{4\sqrt{2}} + \frac{3}{4} \cdot \frac{-\omega_2 (L-l)}{\sqrt{2}} = \frac{L-l}{4\sqrt{2}} (\omega_1 - 3\omega_2) = 0$

Задача 1.2-2 Числовки

~~Закон сохранения энергии:~~

~~$$\frac{mv_x^2}{2} + \frac{3mv_x^2}{2} + \frac{k\Delta l^2}{2} + \frac{3k\Delta l^2}{2} =$$~~

Полная мех. энергия после удара:

$$\begin{aligned}
 W &= \frac{4m v_x^2}{2} + \frac{3k\Delta l^2}{2} + \frac{k\Delta l^2}{2} = \frac{1}{2} \left(4m \frac{(L-l)^2 (\omega_1 - 3\omega_2)^2}{32} + 4k\Delta l^2 \right) = \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{8} m (L-l)^2 \left(\frac{3k}{m} - 6\sqrt{\frac{3k}{m}} \cdot \sqrt{\frac{k}{3m}} + 9 \cdot \frac{k}{3m} \right) + 4k \cdot \frac{(L-l)^2}{2} \right) = \\
 &= \frac{1}{16} m (L-l)^2 \left(\frac{3k}{m} - 6\frac{k}{m} + \frac{3k}{m} \right) + k(L-l)^2 = \\
 &= \frac{1}{16} (L-l)^2 \cdot 0 + k(L-l)^2 = k(L-l)^2
 \end{aligned}$$

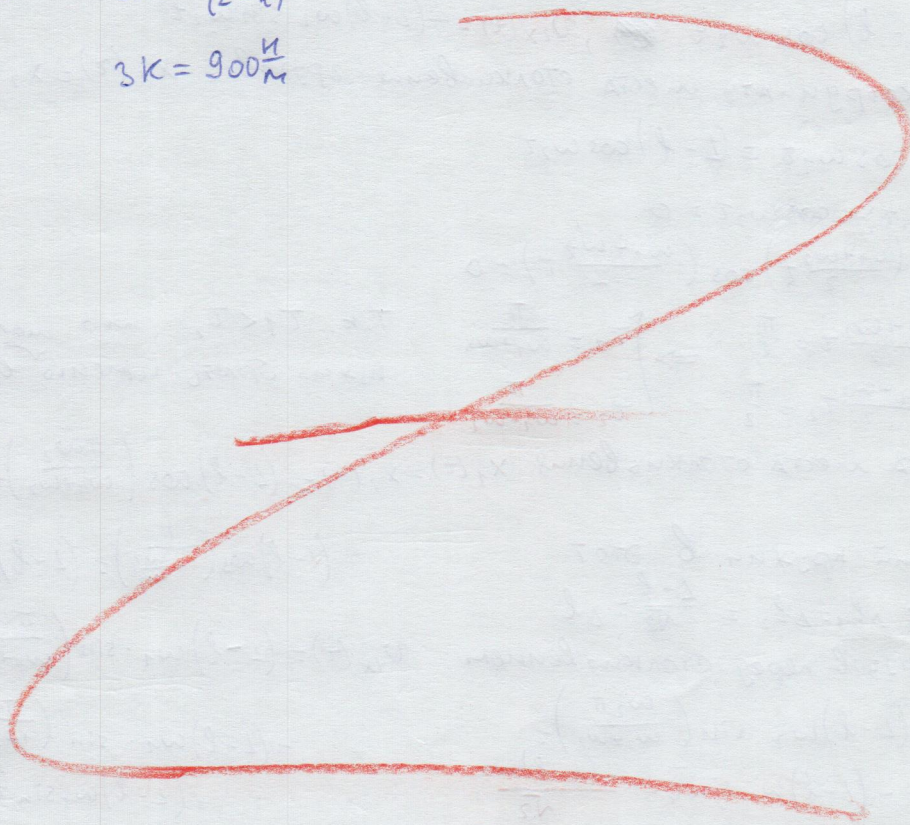
$$k = \frac{W}{(L-l)^2}$$

Жесткость первой пружины:

$$3k = \frac{3W}{(L-l)^2} = \frac{3 \cdot 30 \text{ Дж}}{(0,2 \text{ м} - 0,1 \text{ м})^2} = 900 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

Ответ: $3k = \frac{3W}{(L-l)^2}$

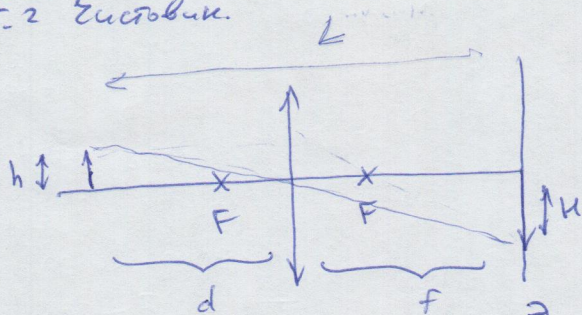
$$3k = 900 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$



78-40-24-48
(49.7)

Задача 4.5.2 Зистовик.

Дано:
 $D = 6 \text{ дптр}$
 $\Gamma = 3$
 $L = ?$



$$F = \frac{1}{D}$$

$$\frac{h}{f} = \frac{d}{f} \text{ - из подобия треугольников.}$$

$$\Gamma = \frac{H}{h}, \text{ из подобия треугольников } \Gamma = \frac{f}{d}, f = \Gamma d$$

Формула тонкой линзы: $D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$

$$D = \frac{d+f}{df} = \frac{d+\Gamma d}{\Gamma d^2} = \frac{d(\Gamma+1)}{d^2 \Gamma} = \frac{\Gamma+1}{d \Gamma}$$

$$d = \frac{\Gamma+1}{\Gamma D}$$

$$f = \Gamma d = \frac{\Gamma+1}{D}$$

$$L = f + d = \frac{\Gamma+1}{\Gamma D} + \frac{\Gamma+1}{D} = \frac{\Gamma+1 + (\Gamma+1)\Gamma}{\Gamma D} = \frac{(\Gamma+1)^2}{\Gamma D} = \frac{4^2}{6 \cdot 3} = \frac{16}{18} = \frac{8}{9} \approx 0,89 \text{ м}$$

Ответ: $L = \frac{(\Gamma+1)^2}{\Gamma D} = 89 \text{ см. } \oplus$

Задача 2.9.2

Дано:
 $S = 100 \text{ см}^2 = 10^{-4} \text{ м}^2$
 $T = 127^\circ \text{C} = 400 \text{ К}$
 $h = 0,83 \text{ м}$
 $p_H = 2,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$
 $p_0 = 10^5 \text{ Па}$
 $\mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
 $R = 8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 $M = 100 \text{ кг}$
 $m = ?$

~~Т.к. вода находится под давлением $p_0 + \frac{Mg}{S} = 10^5 + \frac{100 \cdot 10}{100 \cdot 10^{-4}} = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$ то её температура кипения выше 100°C и объём пара пренебрегая давлением насыщенного пара при 0°C можно считать, что поршень выскочит сразу у дна трубки. В конечном состоянии H_2O под поршнем будет находится ~~насыщенный~~ ненасыщенный пар. В конечном состоянии под поршнем будет находится ненасыщенный пар, все вода испарится. Это следует из того, что, если бы вода не испарилась, то под поршнем был бы насыщенный пар с давлением $2,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ~~и вода бы выскочила~~ т.е. пар выталкивает поршень до того момента, как давление пара станет $p = p_0 + \frac{Mg}{S} = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$. К этому моменту вода полностью испарится.~~

Конечное состояние пара: $p \cdot h \cdot S = \frac{m \mu}{\mu} RT$ - уравнение Менделеева-Клапейрона

$$m \mu = \frac{p h S}{RT} \mu = \frac{(p_0 + M g) h}{RT} \mu = 0,009 \text{ (кг)} = 9 \text{ г}$$

Масса воды $m = m_{\text{п}} = 9 \text{ г}$ Ответ: $m = \frac{\mu}{RT} (p_0 S + M g) = 9 \text{ г}$

78-40-24-48
(49.7)

Мастован. Задача 3.9.2 Черновик

Дано:
 $R = 1\text{ м}$
 $r = 0,25\text{ м}$
 $m = 1\text{ г} = 10^{-3}\text{ кг}$
 $q = 10^{-6}\text{ Кл}$
 $E = 10^3\text{ В/м}$
 $g = 10\text{ м/с}^2$

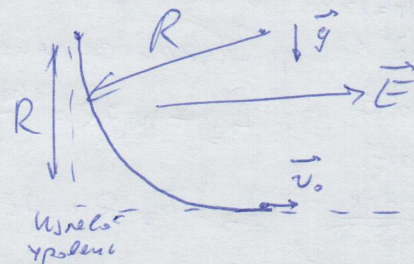
Решение:

1) Найдем скорость v_0 бусинки при съезде по дуге окр. радиуса R :

Закон сохранения энергии:

$$mgR + \underbrace{F_{\text{Э}} \cdot R}_{\text{РАБОТА электрического поля}} = \frac{mv_0^2}{2} \quad ; \quad F_{\text{Э}} = qE$$

$$v_0^2 = 2gR + \frac{2qER}{m}$$



2) Уравнение окружности
 найдем полуокружности: $y =$

2) Уравнение окружности

~~полуокружности:~~ $x = \pm \sqrt{r^2 - y^2}$

Закон сохранения энергии:

$$A_{\text{Э}} + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + mgy$$

$$A_{\text{Э}} = F_{\text{Э}} \cdot x = qEx - \text{РАБОТА Эл. поля}$$

$$\pm qE \sqrt{r^2 - y^2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + mgy$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gy \pm \frac{2qE}{m} \sqrt{r^2 - y^2}}$$

$$\frac{dv}{dy} = \frac{1}{2\sqrt{\dots}} \left(-2g \pm \frac{2qE}{m} \frac{1}{2\sqrt{r^2 - y^2}} \cdot (-2y) \right) = 0 - \text{экстремум при } \frac{dv}{dy} = 0$$

$$-2g \pm \frac{qE \cdot y}{m\sqrt{r^2 - y^2}} = 0$$

$$\left(\frac{gm}{qE} \right)^2 = y^2$$

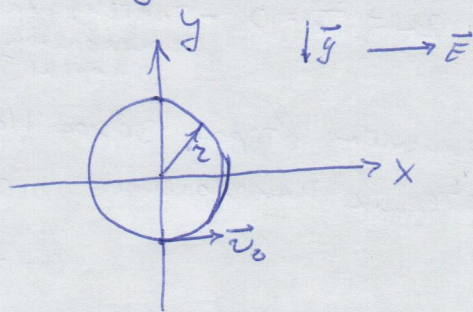
$$\left(\frac{2gm}{qE} \right)^2 = y^2 \left(1 + \left(\frac{mg}{qE} \right)^2 \right)$$

$$y = \pm \frac{\frac{mgz}{qE}}{\sqrt{1 + \left(\frac{mg}{qE} \right)^2}}$$

Экстремальное:

$$v = \sqrt{v_0^2 \mp \frac{2mgz}{qE \sqrt{1 + \left(\frac{mg}{qE} \right)^2}} \pm \frac{2qE}{m} \sqrt{r^2 - \frac{m^2 g^2 z^2}{q^2 E^2 \left(1 + \left(\frac{mg}{qE} \right)^2 \right)}}$$

$$v_{\text{min}} = \sqrt{v_0^2}$$



Задача 3.9.2 Числовое решение.

Дано:

- $R = 1 \text{ м}$
- $z = 0,25 \text{ м}$
- $m = 1 \text{ г} = 10^{-3} \text{ кг}$
- $q = 10^{-6} \text{ Кл}$
- $E = 10^3 \frac{\text{В}}{\text{м}}$
- $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$$z \leq \frac{(qE + mg)R}{mg + \sqrt{q^2 E^2 + m^2 g^2}}$$

$v_{\text{min}} = ?$

Решение:

1) Найдем скорость бусинки v_0 при прохождении 90° окр. радиусом R .

Закон сохранения энергии:

$$A_{\text{Э}} + mgR = \frac{mv_0^2}{2}$$

$A_{\text{Э}} = F_{\text{Э}} \cdot R = qER$ — работа электрического поля.

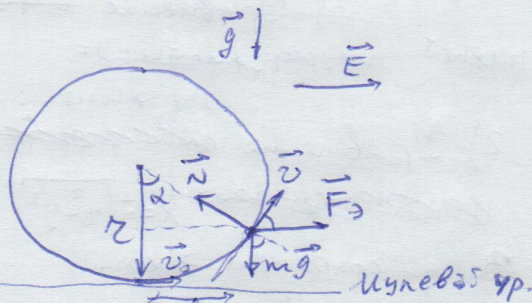
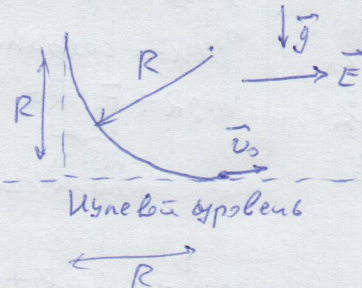
$$qER + mgR = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$v_0^2 = \frac{2qER}{m} + 2gR$$

2) Скорость v принимает

экстремальные значения при

$$a_T = \frac{dv}{dt} = 0 \text{ — тангенциальная составляющая ускорения бусинки.}$$



Запишем второй закон Ньютона (ИСО-Земле) \vec{a} в проекции на касательное направление: $ma_T = -mg \sin \alpha + F_{\text{Э}} \cos \alpha$

$$a_T = \frac{qE}{m} \cos \alpha - g \sin \alpha$$

Пусть при $\alpha = \alpha_0$ $a_T = 0$: $\frac{qE}{m} \cos \alpha_0 - g \sin \alpha_0 = 0$
 $\text{tg } \alpha_0 = \frac{qE}{mg}$ при этом z — скорость бусинки максимальна.

В этот момент бусинка находится на высоте $z - z \cos \alpha_0$

Закон сохранения энергии:

$$F_{\text{Э}} \cdot l + \frac{mv_0^2}{2} = mgz(1 - \cos \alpha_0) + \frac{mv_{\text{min}}^2}{2}; \quad l = z \sin \alpha_0$$

$$\cos \alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha_0}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{qE}{mg}\right)^2}} = \frac{mg}{\sqrt{m^2 g^2 + q^2 E^2}}$$

$$\sin \alpha_0 = \text{tg } \alpha_0 \cdot \cos \alpha_0 = \frac{qE}{\sqrt{m^2 g^2 + q^2 E^2}}$$

Получаем:

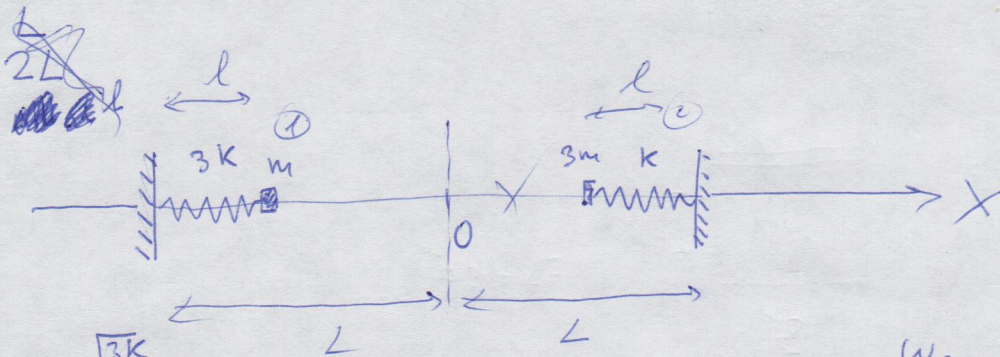
$$qE \cdot z \cdot \frac{qE}{\sqrt{m^2 g^2 + q^2 E^2}} + \frac{m}{2} \left(\frac{2qER}{m} + 2gR \right) = mgz \left(1 - \frac{mg}{\sqrt{m^2 g^2 + q^2 E^2}} \right) + \frac{mv_{\text{min}}^2}{2}$$

$$\frac{z}{\sqrt{m^2 g^2 + q^2 E^2}} (q^2 E^2 + m^2 g^2) + qER + mgR - mgz = \frac{m}{2} v_{\text{min}}^2$$

$$v_{\text{min}} = \sqrt{\frac{2z}{m} \sqrt{q^2 E^2 + m^2 g^2} + \frac{2qER}{m} + 2g(R-z)} \approx \sqrt{19,5} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 4,42 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$\frac{14}{3} = \frac{4^2}{3} = \frac{16}{3} \approx 5,33$
 $\frac{14}{3} = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} = 5,33 - 0,67 = 4,66$
 $\frac{14}{3} = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} = 5,33 - 0,67 = 4,66$
 $\frac{14}{3} = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} = 5,33 - 0,67 = 4,66$

перевик Задача 1



$$\omega_1 = \sqrt{\frac{3k}{m}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{3m}}$$

$$1) x_1(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_{01})$$

$$2) x_2(t) = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_{02})$$

$$x_1'(t) = -A_1 \omega_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_{01})$$

$$x_2'(t) = -A_2 \omega_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_{02})$$

$$x_1'(0) = 0: \sin \varphi_{01} = 0$$

$$\varphi_{01} = 0$$

$$x_2'(0) = 0 \Rightarrow \sin \varphi_{02} = 0$$

$$\varphi_{02} = 0$$

$$x_1(0) = -(L-l) = l-L$$

$$x_2(0) = L-l$$

$$l-L = A_1$$

$$L-l = A_2$$

$$A_1 = -(L-l)$$

$$x_2(t) = (L-l) \cos(\omega_2 t)$$

$$x_1(t) = -(L-l) \cos(\omega_1 t)$$

$$x_1(\tau) = x_2(\tau)$$

$$-(L-l) \cos \omega_1 \tau = (L-l) \cos \omega_2 \tau$$

$$\cos(\omega_1 \tau) + \cos(\omega_2 \tau) = 0$$

$$-2 \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \tau \sin \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \tau = 0$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{k/m}{3k/m}}$$

$$\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \tau = \pi$$

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \tau = \pi$$

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1}$$

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega_1 + \omega_2}$$

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{3k}{m} + \frac{k}{3m}}$$

$$\frac{9}{0,1^2} = \frac{9}{0,01}$$

$$2 \cos \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \tau \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \tau = 0$$

$$\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \tau = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \tau = \frac{\pi}{2}$$

$$\tau_1 = \frac{\pi}{\omega_1 + \omega_2}$$

$$\tau_2 = \frac{\pi}{\omega_1 - \omega_2}$$

$$\tau = \frac{\pi}{\omega_1 + \omega_2} \cdot \frac{8}{9}$$

$$\tau = \frac{4}{3}$$

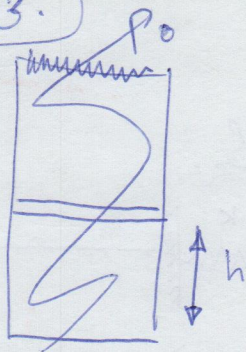
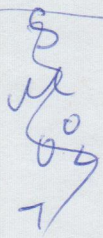
$$x_1(\tau) = -(L-l) \cos \left(\frac{\omega_1 \pi}{\omega_1 + \omega_2} \right) = -(L-l) \cos \left(\pi \cdot \frac{1}{1 + \frac{\omega_2}{\omega_1}} \right) = -(L-l) \cos \left(\frac{2\pi}{3} \right) = (L-l) \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$v_{1x}(\tau) = (L-l) \omega_1 \sin(\omega_1 \tau) = (L-l) \omega_1$$

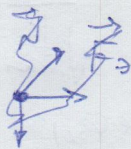
$$W = m v_{1x}^2 + 3m v_{2x}^2 = 4m v_x^2$$

$$W = \frac{k x_1^2}{2} + \frac{k x_2^2}{2} + 4m v_x^2 = \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{0,1^2} = \frac{80}{9}$$

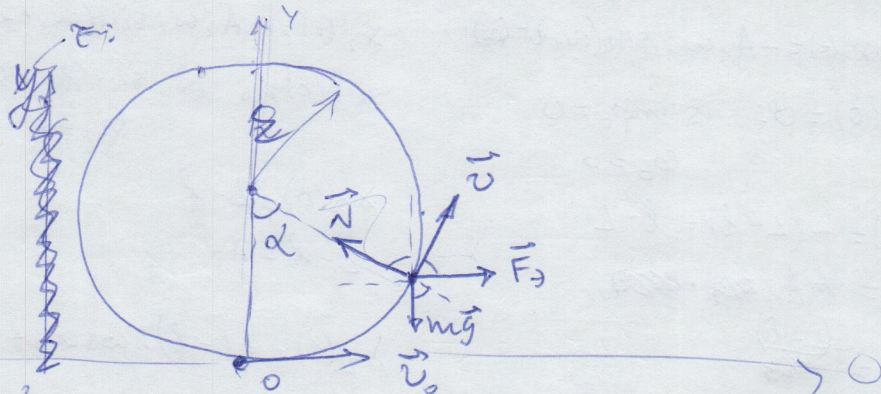
Черновики задачи 3.



$$F_{\rightarrow} = qE$$



$$N + \vec{F}_{\rightarrow} + m\vec{g} = m\vec{a}$$



$$A_{\rightarrow} + \frac{mv_0^2}{2} = mg y + \frac{mv^2}{2}$$

$$A_{\rightarrow} = qEx$$

$$qEx + \frac{mv_0^2}{2} = mgy + \frac{mv^2}{2}$$

$$y = \sqrt{z^2 - x^2} + z \quad \frac{2qEx}{m} + \frac{mv_0^2}{2} = 2mg \left(\sqrt{z^2 - x^2} + z \right) + \frac{mv^2}{2}$$

$$qE(\sqrt{z^2 - x^2} + z) + \frac{mv_0^2}{2} = mg$$

$$v(x) = \sqrt{\frac{2qE}{m}x + v_0^2 - 2gz - 2g\sqrt{z^2 - x^2}}$$

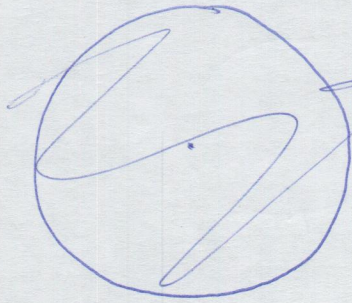
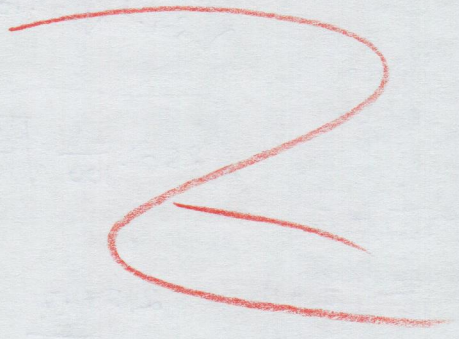
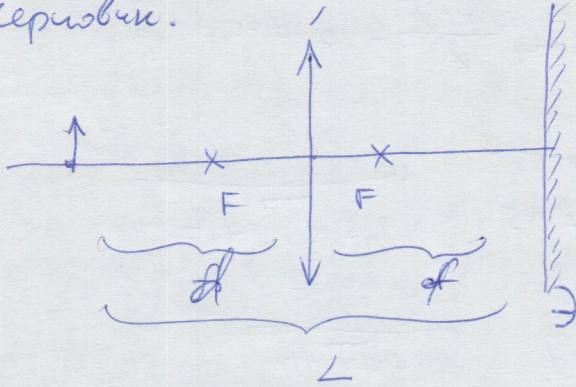
$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{\dots}} \left(\frac{2qE}{m} + \frac{2g2x}{\sqrt{z^2 - x^2}} \right) = 0$$

$$\frac{2qE}{m} = 2gx \quad \frac{2g}{\sqrt{z^2 - x^2}} x = - \frac{2qE}{m}$$

$$4g^2 x^2 = \left(\frac{2qE}{m} \right)^2 (z^2 - x^2)$$

$$x = \dots$$

Черновики.



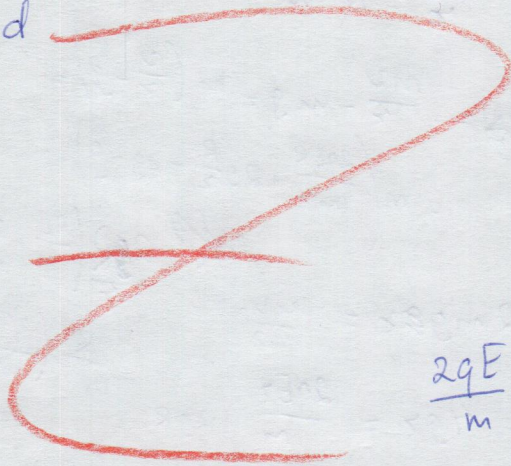
$v_{max} \text{ при } \alpha E = 0.$

$$\sqrt{v_{max}^2} = \sqrt{\frac{19,5}{100}} = 19,5 \cdot 2$$

$$\sqrt{39} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{39}{2}} = \sqrt{\frac{13}{2}}$$

$$\sqrt{19,5} \cdot 2$$

$$\Gamma = \frac{f}{d}$$

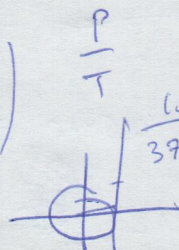


$$\frac{2qE}{m} \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 2^2 + q^2 E^2 z^2 - m^2 g^2 z^2}{m^2 s^2 + q^2 E^2}}$$

$$v^2 = v_0^2 \mp \frac{2mg^2z}{qE \sqrt{1 + \left(\frac{mg}{qE}\right)^2}} \pm \frac{2qE}{m} \sqrt{z^2 - \frac{m^2 g^2 z^2}{m^2 g^2 + q^2 E^2}} = \frac{4}{5} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

$$= v_0^2 \mp \frac{2mg^2z}{\sqrt{qE^2 + m^2 g^2}} \pm \frac{2q^2 E^2 z}{m \sqrt{m^2 s^2 + q^2 E^2}} + 273$$

$$v_0^2 \pm \left(\mp 2mg^2z \pm \frac{2q^2 E^2 z}{m} \right)$$



$$\frac{10^5 \cdot 2 \cdot 10^5}{393} = \dots$$

$$\frac{10^6 \cdot 10^3}{10^6 \cdot 10} = \dots$$

$$\frac{127}{960}$$

$$\frac{0,9}{0,9}$$

Черновик

$$\sqrt{\frac{0,15}{2 \cdot 10^{-3}} \sqrt{\frac{-12 \cdot 6 - 6}{10 \cdot 10 + 10 \cdot 100} + \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3}{10^3} + 20 \cdot 0,75} =$$

$$0,75 \cdot 10^3$$

$$\frac{-6}{10} + \frac{-6}{10}$$

$$20 \cdot \frac{1}{100000} + \frac{1}{1000}$$

$$\frac{1}{10000} \left(\frac{1}{100} + 1 \right)$$

$$2,5 + 17$$

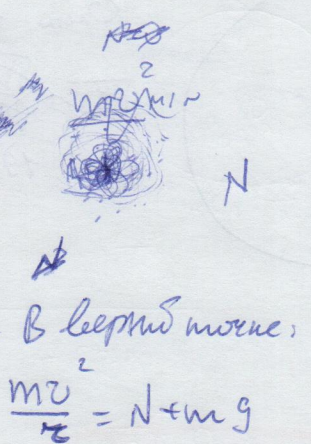
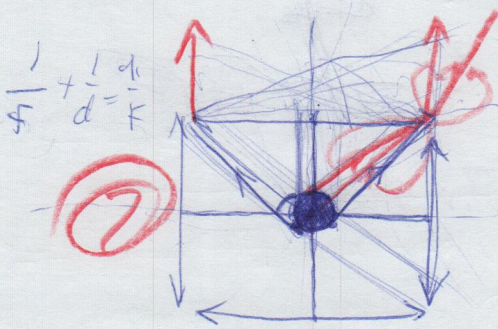
$$\frac{1}{100} + 1$$

$$\sqrt{0,25 \sqrt{101} + 17}$$

$$\frac{20 \cdot 3}{\pi}$$

$$10^{-6} + 10^{-4} = 10^{-4} (10^{-2} + 1)$$

MAX



В вершине точки:
 $\frac{mv^2}{r} = N + mg$

$$v \left(\frac{\pi}{2} \right) = \sqrt{v_0^2 + \frac{2qEr}{m} - 2gz} = \frac{mv^2}{r} - mg = m \left(\frac{v^2}{r} - g \right) =$$

$$v_0^2 = \frac{2qEr}{m} + 2gR$$

$$\frac{mv^2}{2} + 2mgRz = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$\frac{2qR}{z} \left(\frac{qE}{m} + g \right) - 3g =$$

$$\frac{mv^2}{r} = mg$$

$$v^2 + 4gz = \frac{2qEr}{m} + 2gR$$

$$v^2 = \frac{2qEr}{m} + 2g(R - 2z)$$

$$r = \frac{v^2}{g} =$$

$$z = \frac{2qEr}{m} + 2R - 4z$$

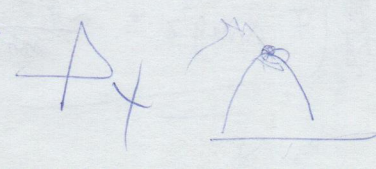
$$\frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3 \cdot 0,75}{1,7 \cdot 10^3} - 20 \cdot 0,75 \cdot 0,05 = 7$$



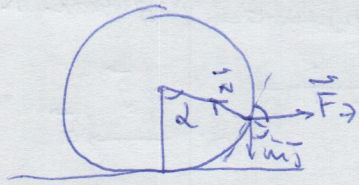
$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{d_0}{f} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3 \cdot 0,25}{10^6} - 20 \cdot 0,25 \cdot 0,05 = 7$$

$$\sqrt{22,5} = \sqrt{\frac{22,5}{25 \cdot 10^3}} \sqrt{2,25} = 7,5 \cdot 10^{-3}$$



Черновик



$$\frac{mv^2}{R} = N - mg \cos \alpha - qE \sin \alpha$$

$$N = \frac{mv^2}{R} + mg \cos \alpha + qE \sin \alpha =$$

$$= \frac{m}{R} \left(v_0^2 + \frac{2qER}{m} \sin \alpha - 2gz + 2gz \cos \alpha \right) + mg \cos \alpha + qE \sin \alpha =$$

$$= \frac{m}{R} \left(\frac{2qER}{m} + 2gR + \frac{2qER}{m} \sin \alpha - 2gz + 2gz \cos \alpha \right) + mg \cos \alpha + qE \sin \alpha =$$

$$= \frac{2qER}{R} + \frac{2mgR}{R} + 3qE \sin \alpha - 2mg + 3mg \cos \alpha$$

$$k = \frac{mg}{qE}$$

$$N = \frac{2R}{R} + \frac{2R}{R} k + 3 \sin \alpha - 2k + 3k \cos \alpha =$$

$$\frac{10^{-3} \cdot 10}{10^{-6} \cdot 10^3} = 10^{-2} \cdot 10^6 \cdot 10^{-3} = 10$$

~~$$N = \frac{2R + 2Rk}{3R} + 3 \sin \alpha - 2k + 3k \cos \alpha$$~~

$$N\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2R}{R} + \frac{2R}{R} k + 3 - 2k =$$

$$2 \cdot 10 = 20$$

$$\frac{2}{0,25} + \frac{2}{0,25} \cdot 10 + 3 - 20 = 8 + 80 - 20 - 3 = 65 \text{ Н}$$

$$\sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 10^3}{10^{-3}} + 20} = \sqrt{22}$$

$$\frac{36 \cdot 0,83}{8,3 \cdot 4000} = \frac{9}{1000}$$

$$\frac{(10^5 \cdot 10^3 \cdot 10^{-4} + 1000) \cdot 0,83 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,3 \cdot 4000} = \frac{10^5 \cdot 100 \cdot 10^{-4} + 1000}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,3 \cdot 4000 =$$

$$v_n = v$$

$$\frac{8,3 \cdot 83}{9 \cdot 90} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 8,3 \cdot 4000}{18 \cdot 10^3} = \frac{800 \cdot 8,3 \cdot 6}{18 \cdot 10} = \frac{400 \cdot 8,3}{9}$$

Задача 3.9.2. Числовк.

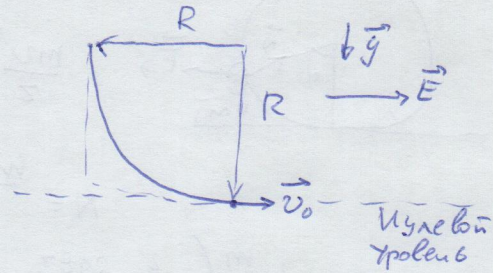
Дано:
 $r = 0,25 \text{ м}$
 $R = 1 \text{ м}$
 $m = 10^{-3} \text{ кг}$
 $q = 10^{-6} \text{ Кл}$
 $E = 10^3 \frac{\text{В}}{\text{м}}$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 $z \leq \frac{(qE + mg)R}{mg + \sqrt{q^2 E^2 + m^2 g^2}}$
 $v_{\text{min}} - ?$

1) Найдём из закона сохранения энергии скорость v_0 бусинки в нижней части дуги окружности радиусом R .

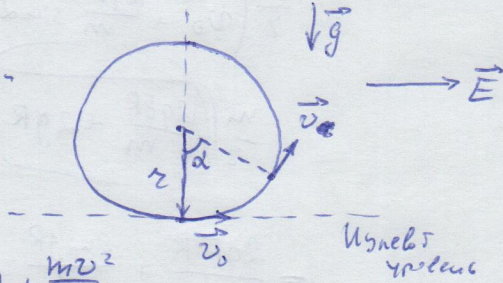
$$qE \cdot R + mgR = \frac{mv_0^2}{2}$$

РАБОТА
электрического
поля

$$v_0^2 = \frac{2qER}{m} + 2gR$$



2) Закон сохранения энергии при движении по витку:



$$\frac{mv_0^2}{2} + qE \cdot r \cdot \sin \alpha = mg(z - z \cos \alpha) + \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2qEr}{m} \sin \alpha - 2gz(1 - \cos \alpha)}$$

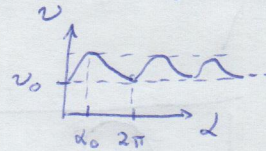
Условие экстремальности скорости бусинки: $\frac{dv}{d\alpha} = 0$

$$\frac{dv}{d\alpha} = \frac{1}{2\sqrt{\dots}} \left(\frac{2qEr}{m} \cos \alpha_0 - 2gz \sin \alpha_0 \right) = 0$$

$\textcircled{+} \tan \alpha_0 = \frac{qE}{mg}$ - при этом значении угла достигается МАКСИМАЛЬНАЯ скорость.

При одном обороте в нижней точке скорость снова станет равной v_0 , т.е. схематически график $v(\alpha)$ будет выглядеть:

Значит минимальная скорость бусинки при её движении по витку равна v_0 .



$$v_{\text{min}} = v_0 = \sqrt{\frac{2qER}{m} + 2gR} = \sqrt{22} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right) \approx 4,5 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

Ответ: $v_{\text{min}} = \sqrt{\frac{2qER}{m} + 2gR} = 4,5 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$ $\textcircled{-}$