

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1

Место проведения Москва
город

дешифр

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

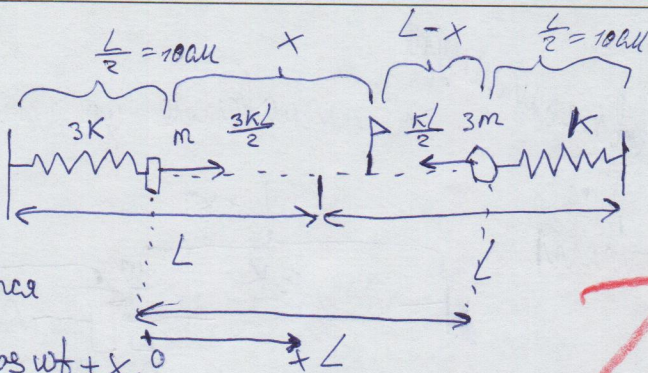
Балацкого Дмитрия Андреевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«05» марта 2023 года

Подпись участника
Балац

95-60-73-59
(47.3)

№1.2.1.



m и 3m колеблются

m: $x(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t + x_1$

$v_x(t) = A\omega \cos \omega t - B\omega \sin \omega t$ $\omega^2 = \frac{3K}{m}$

$a_x(t) = -B\omega^2 \cos \omega t - A\omega^2 \sin \omega t$

$v_x(0) = 0 = A\omega \rightarrow A = 0$

$a_x(0) = \frac{3KL}{2m} = -B\omega^2 \rightarrow \frac{3KL}{2m} = -B \frac{3K}{m} \rightarrow B = -\frac{L}{2}$

$x(0) = 0 = B + x_1 \rightarrow x_1 = -B = \frac{L}{2}$

для m: $x(t) = -\frac{L}{2} \cos \omega t + \frac{L}{2}$

3m: $z(t) = A^* \sin \omega_2 t + B^* \cos \omega_2 t + x_1^*$

$v_z(t) = A^* \omega_2 \cos \omega_2 t - B^* \omega_2 \sin \omega_2 t$

$a_z(t) = -B^* \omega_2^2 \cos \omega_2 t - A^* \omega_2^2 \sin \omega_2 t$

$\omega_2^2 = \frac{K}{3m}$

$v_z(0) = 0 = A^* \omega_2 \rightarrow A^* = 0$

$a_z(0) = -\frac{KL}{6m} = -B^* \omega_2^2 \rightarrow \frac{KL}{6m} = +B^* \frac{K}{3m} \rightarrow B^* = \frac{L}{2}$

$x_1^* = \frac{L}{2}$

для 3m: $z(t) = \frac{L}{2} \cos \omega_2 t + \frac{L}{2}$

за мгновение до столкновения (τ)

$\frac{L}{2} \cos\left(\sqrt{\frac{3K}{m}} \tau\right) + \frac{L}{2} = \frac{L}{2} \cos\left(\sqrt{\frac{K}{3m}} \tau\right) + \frac{L}{2}$

$\sqrt{\frac{K}{m}} \tau \left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \pi$

$\sqrt{\frac{3K}{m}} \tau \cdot \frac{4}{3} = \pi$

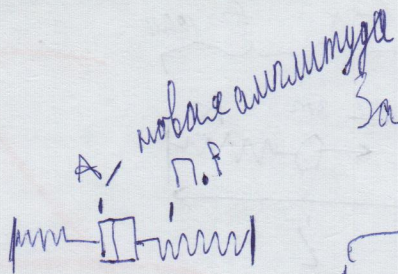
$\tau = \frac{3\pi \sqrt{m}}{4\sqrt{3K}}$

$\cos\left(\sqrt{\frac{3K}{m}} \tau\right) = \cos\left(\pi - \sqrt{\frac{K}{3m}} \tau\right)$

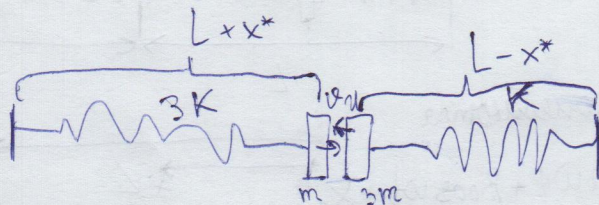
$\sqrt{\frac{3K}{m}} \tau = \pi - \sqrt{\frac{K}{3m}} \tau$

$\tau \left(\sqrt{\frac{3K}{m}} + \sqrt{\frac{K}{3m}}\right) = \pi$

$\tau = \frac{\pi \sqrt{3m}}{4\sqrt{K}}$



За промежуток до столкновения

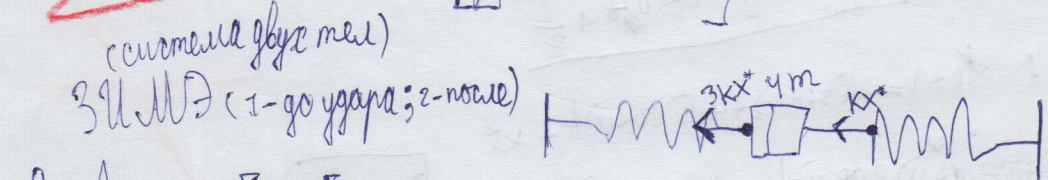


ЗСЭ: $\frac{3}{2}k \left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}k \cancel{\left(\frac{L}{2}\right)^2} + \frac{m v^2}{2} \rightarrow \frac{3kL^2}{8} = \frac{3}{2}kx^{*2} + \frac{mv^2}{2}$

ЗСЭ: $\frac{1}{2}k \left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}kx^{*2} + \frac{3mv^2}{2} \rightarrow \frac{1}{8}kL^2 = \frac{1}{2}kx^{*2} + \frac{3mv^2}{2}$

$\frac{mv^2}{2} = \frac{9mv^2}{2} \rightarrow v = 3u$

удар с об. напр. $\rightarrow 3u: mv - 3mu = 0$



$-Q = A_{упрост} = E_2 - E_1$

$Q = E_1 - E_2 = \frac{mv^2}{2} + \frac{3mv^2}{2} = 6mv^2$

спрау после столкновения

$a_0 = \frac{kx^*}{m}$

3m: $x(t) = \frac{L}{2} \cos(\omega_2 t) + \frac{L}{2}$

$v_x(t) = -\frac{L}{2} \omega_2 \sin \omega_2 t$

по модулю скорости $u = -v_x(t) = \frac{L}{2} \cdot \frac{k}{\sqrt{3m}} \cdot \sin \left(\frac{k}{\sqrt{3m}} \cdot \frac{L \sqrt{3m}}{4\sqrt{k}} \right) = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{k}{3m}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} =$

$u = \frac{L}{4} \sqrt{\frac{2k}{3m}}$

$E_{\text{кон}} = \frac{1}{2} \cdot 3k \cdot A^2 + \frac{1}{2} k A^2 = \frac{L}{4} \sqrt{\frac{2k}{3m}}$

$= 2kA^2$

свальной энергии (на момент)

$Q = \frac{kL^2}{2} - 2kA^2$

$Q = 6m \cdot u^2 = 6m \cdot \frac{L^2}{16} \cdot \frac{2k}{3m} = \frac{L^2 k}{4}$

$2kA^2 = \frac{kL^2}{4}$

$A^2 = \frac{L^2}{8} \rightarrow A = \frac{L}{2\sqrt{2}}$

Объём: $A = \frac{L}{2\sqrt{2}} = 0,707L$

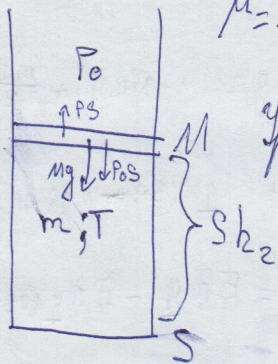
95-60-73-59
(47.3)

№ 2.9.1
 $t = 127^\circ\text{C} \rightarrow T = 273 + 127 = 400\text{K}$

Поршень в равновесии $P < P_{\text{ат}} \rightarrow$ вся вода преф. в пар

$$P = P_0 + \frac{Mg}{S} = 10^5 \text{Pa} + 10^5 \text{Pa} = 2 \cdot 10^5 \text{Pa}$$

$\mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$



μ - м. молекулы - кислорода

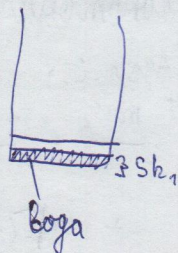
$$P S h_2 = \frac{m}{\mu} R T$$

$$h_2 = \frac{m R T}{\mu S P} = \frac{9 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 400 \mu}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 20^2 \cdot 2 \cdot 10^5}$$

$$= \frac{9 \cdot 31 \cdot 400 \mu}{4 \cdot 10^5} = 83,1 \text{ см}$$

$$h_2 = \frac{m R T}{\mu S (P_0 + \frac{Mg}{S})}$$

$\Delta h = ?$



$\rho_B = 10^3 \text{ кг/м}^3$ - плотность воды

$m = \rho_B S h_1 \rightarrow h_1 = \frac{m}{\rho_B S} = \frac{9 \cdot 10^{-3} \mu}{10^3 \cdot 10^{-2}} = 9 \cdot 10^{-4} \mu$

можно предположить, что масса воды по сравнению с h_2 малая величина

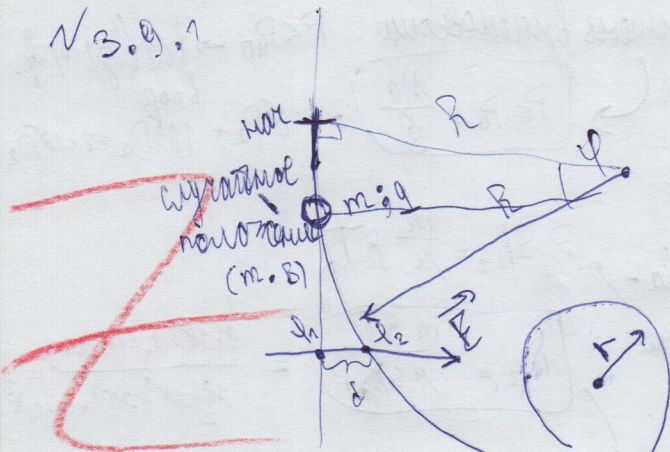
$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{m R T}{\mu S (P_0 + \frac{Mg}{S})} - \frac{m}{\rho_B S} \approx 9 \cdot 10^{-4} \mu$$

$\Delta h = 83,1 \text{ см} - 0,09 \text{ см} \approx 83,01 \text{ см} \approx 83 \text{ см}$

Ответ: $\Delta h = 83 \text{ см}$.

+

№ 3.0.1



(от нач. до м. В)

$$ЗЦЗ: mgr = ER(1 - \cos\varphi)g +$$

$$+ mgr(1 - \sin\varphi) + \frac{mv^2}{2}$$

$$0 = ERg + ERg \cos\varphi - mgr \sin\varphi + \frac{mv^2}{2}$$

$$\frac{mv^2}{2} = ERg - ERg \cos\varphi + mgr \sin\varphi$$

$$\frac{mv_A^2}{2} = ERg + mgr$$

$$v_1 - v_2 = \vec{E} \cdot \vec{r}$$

потенциал
увеличим по
линии

Э_н = 0
м. В

изменения
напряженности

и от нач. до А возрастает
монотонно

(от А до м. С.)

$$ЗЦЗ: \frac{mv_A^2}{2} = \frac{mv_C^2}{2} +$$

$$+ mgr(1 - \cos\varphi) -$$

$$- ER \sin\varphi g$$

$$mgr + ERg = \frac{mv^2}{2} + mgr - mgr \cos\varphi - ER \sin\varphi g$$

$$\frac{mv_C^2}{2} = ERg + mgr \cos\varphi +$$

$$+ mgr(1 - r) + ER \sin\varphi g$$

$$v_C = v_{max}, \text{ если}$$

$$mgr \cos\varphi + ER \sin\varphi g = \max$$

$$(mgr \cos\varphi)' + (ERg \sin\varphi)' = 0$$

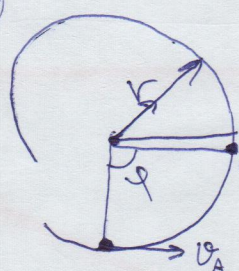
$$-mgr \sin\varphi = ERg \cos\varphi$$

$$\boxed{\begin{matrix} \sin\varphi \approx \varphi \approx 0,1 \\ \cos\varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2} \approx 1 \end{matrix}}$$

$$\boxed{\text{tg}\varphi = \frac{ERg}{mg}} \Rightarrow$$

$$\boxed{\text{tg}\varphi = \frac{Eq}{mg} = \frac{10^{-3}}{10^{-3} \cdot 10} = 0,1}$$

tg phi = 0,1 -> ctg phi = 10
sin^2 phi + cos^2 phi = 1
ctg^2 phi + 1 = 1 / sin^2 phi
1 / sin^2 phi = 101



$$\sin\varphi = \sqrt{\frac{1}{101}} \approx 0,1$$



sin phi approx tg phi -> углы малы

$$\frac{m v_{\max}^2}{2} = E R q + \underbrace{mgR \cos \varphi}_{\approx 1} + mg(R-r) + E r \underbrace{\sin \varphi}_{\approx 0,1} q$$

$$\frac{m v_{\max}^2}{2} = E R q + mgR + 0,1 E r q$$

$$v_{\max}^2 = \frac{2 E R q}{m} + 2gR + \frac{0,2 E r q}{m}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2 E R q}{m} + 2gR + \frac{0,2 E r q}{m}}$$

нет ответа в общем виде!

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{10^{-3}} + 2 \cdot 10 \cdot 1 + \frac{0,2 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 0,25 \cdot 10^{-6}}{10^{-3}}} =$$

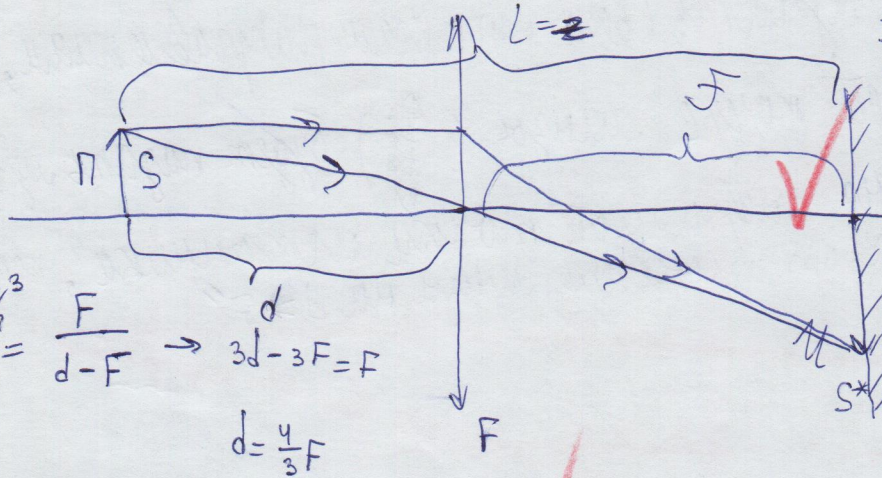
$$= \sqrt{2 + 20 + 0,05} = \sqrt{22,05} \text{ м/с} \approx 4,7 \text{ м/с}$$

Ответ: $v_{\max} = 4,7 \text{ м/с}$.

д.у. изобр. получено на экране → линза ↓, $d > F$

$\Gamma = 3 \rightarrow$ увелич. → $d < 2F$

Предмет - действительный, изображение - действительное



$$\frac{1}{d} + \frac{1}{F} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{d-F}{Fd}$$

$$F = \frac{Fd}{d-F}$$

$$\Gamma = \frac{F}{d} = \frac{F}{d-F}$$

$$\Gamma = \frac{F}{d-F} \rightarrow 3d - 3F = F$$

$$d = \frac{4}{3}F$$

$$L = z = \Gamma d = 3 \cdot \frac{4}{3} F = 4F$$

$$L = z = d + F = 4F + \frac{4F}{3} = \frac{16F}{3}$$

линза $\uparrow \rightarrow D = +\frac{1}{F}$

$L = \frac{16F}{3} \rightarrow F = \frac{3L}{16}$

$D = \frac{2}{\frac{3L}{16}} = \frac{16}{3L}$

$D = \frac{16}{3L}$

$D = \frac{16}{3 \cdot 80 \cdot 10^{-2}} =$

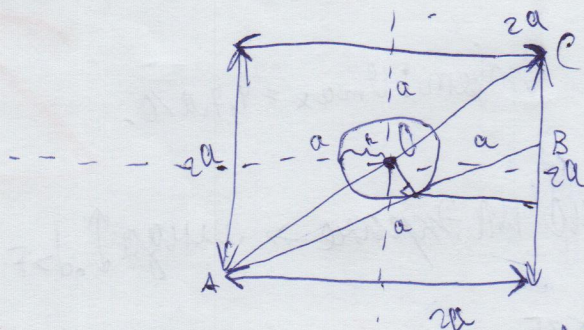
Нет решения
в общем виде

$= \frac{20}{15} = \frac{20}{3}$ диоптрий

$D \approx 6,67$ диоптрий ✓

Ответ: $D = \frac{16}{3L} \approx 6,67$ диоптрий

№ 5. 3. 1.



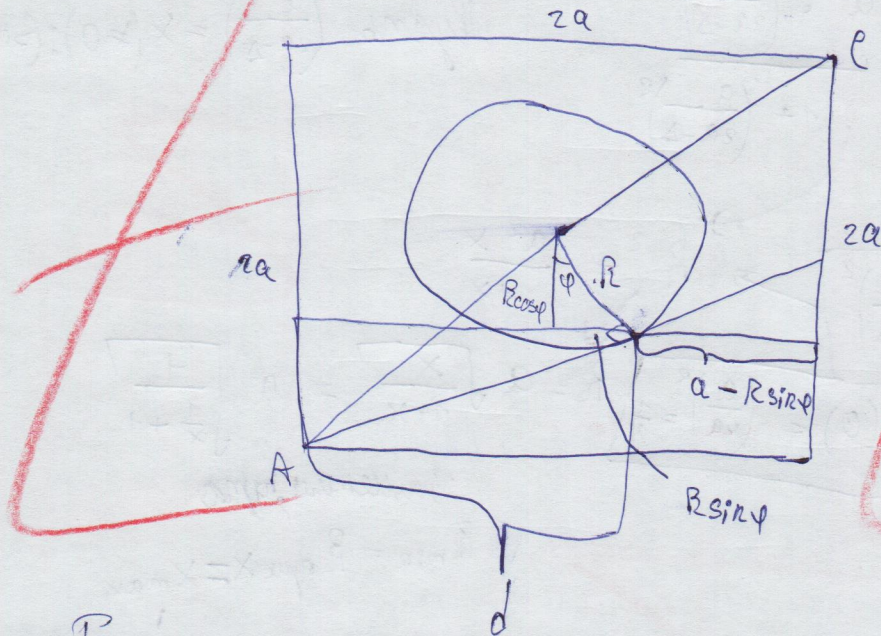
Излучение будет выражаться будет, если точка источника света находится от линзы на расстоянии, a перпендикулярные F линзы

AB - касательная
AC - диаметр; AC = $2\sqrt{2}a$

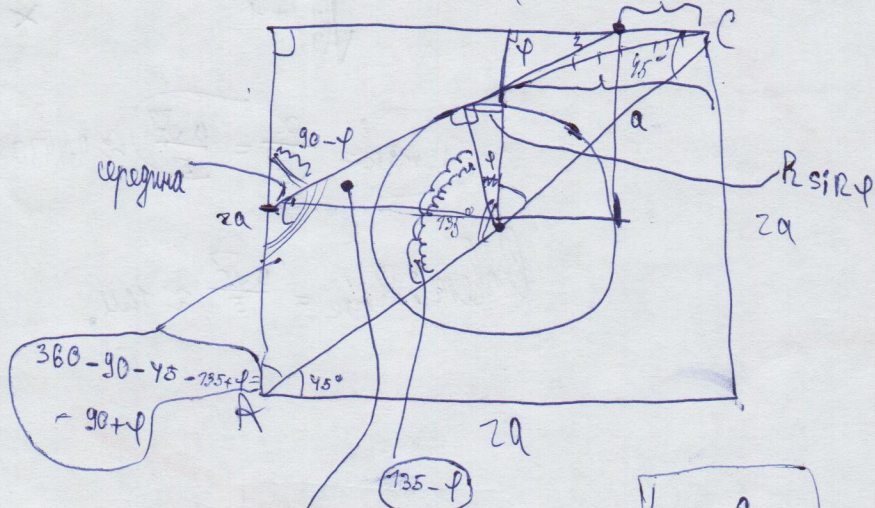
Линза будет излучать свет по всем направлениям, если к каждой точке линзы (↑) будет падать луч от случайно выбранной точки источника, которая удалена от плоскости линзы на $d > F$

$$d = 2a - (a - R \sin \varphi) = a + R \sin \varphi \quad d > a$$

$$R \sin \varphi > 0 \rightarrow \varphi > 0$$



Рассмотрим луч, проходящий через середину Главного оптического центра линзы



$$\left. \begin{aligned} \textcircled{\varphi} \quad \operatorname{tg} \varphi &= \frac{R}{\sqrt{a^2 - R^2}} \\ \operatorname{tg} \varphi &= \frac{a}{2a - d} \end{aligned} \right\}$$

$$\boxed{\operatorname{tg} \varphi = \frac{a}{2a - d}} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{R}{\sqrt{a^2 - R^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2a - d} = \frac{R}{\sqrt{a^2 - R^2}}$$

$$R = \left(\frac{a}{2a - d} \right) \sqrt{a^2 - R^2} \quad |^{\wedge 2}$$

$$R^2 = \left(\frac{a}{2a - d} \right)^2 \cdot (a^2 - R^2)$$

$$R^2 + R^2 \cdot \left(\frac{a}{2a - d} \right)^2 = a^2 \left(\frac{a}{2a - d} \right)^2$$

$$R^2 + R^2 \left(\frac{a}{2a-\Delta} \right)^2 = a^2 \left(\frac{a}{2a-\Delta} \right)^2$$

$$R^2 \left(1 + \left(\frac{a}{2a-\Delta} \right)^2 \right) = a^2 \cdot \left(\frac{a}{2a-\Delta} \right)^2$$

$$R^2 = \frac{a^2 \cdot \left(\frac{a}{2a-\Delta} \right)^2}{1 + \left(\frac{a}{2a-\Delta} \right)^2}$$

Пусть $\left(\frac{a}{2a-\Delta} \right)^2 = X (\neq 0); (>0)$

$$X = X(\Delta) = \left(\frac{a}{2a-\Delta} \right)^2$$

$$R^2 = \frac{a^2 X}{1+X}$$

$$X_{\max} = X(0) = \left(\frac{a}{2a} \right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$R = a \sqrt{\frac{X}{1+X}} = a \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{X} + 1}}$$

Заметим, что

$$R_{\min} = R \text{ при } X = X_{\max}$$

максимальное значение
X

$$R_{\min} = a \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{4}} + 1}}$$

$$R_{\min} = \frac{a}{\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{5}}{5} \approx 0,447a \neq 1 \text{ м}$$

Ответ: $R_{\min} = \frac{a\sqrt{5}}{5} \approx 1 \text{ м}$.

Черновик

$$\sqrt{22,05}$$

$$4,5^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{81}{4} = 20,25$$

$$\begin{array}{r} 4,5 \\ \times 4,5 \\ \hline 22,5 \\ + 188 \\ \hline 22,09 \end{array} \checkmark$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 94 \\ \hline 188 \end{array}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \approx \frac{2,24}{5} =$$

$$\sqrt{2} \approx 1,4$$

$$= \frac{4,48}{10} = 0,448$$

$$1,4^2 = 1,96$$

$$2\sqrt{2} \approx 2 \cdot 1,4 = 2,8$$

$$\frac{2001}{28} = \frac{100}{14} = \frac{50}{7} = 7\frac{1}{7} \approx 7,142$$

$$\begin{array}{r} 2,24 \\ \times 2,24 \\ \hline 896 \\ 448 \\ 448 \\ \hline 50176 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 117 \\ -0,142 \dots \\ \hline 20 \\ \times 7 \\ \hline 30 \\ -28 \\ \hline 2 \dots \end{array}$$

$$\sqrt{5} \approx 2,24$$

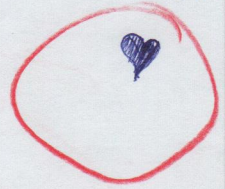
$$2,2^2 = 4,84$$

$$2,25^2 = \left(\frac{9}{4}\right)^2 = \frac{81}{16} =$$

$$= 5,0625$$

Черновик

$$0,448 \cdot 2,5 = 0,448 \cdot \frac{9}{4} = 0,112 \cdot 9 \approx 1 \text{ см}$$



V
дана

