



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 3

Место проведения Москва  
город

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Олимпиада школьников Ломоносов  
наименование олимпиады

по физике  
профиль олимпиады

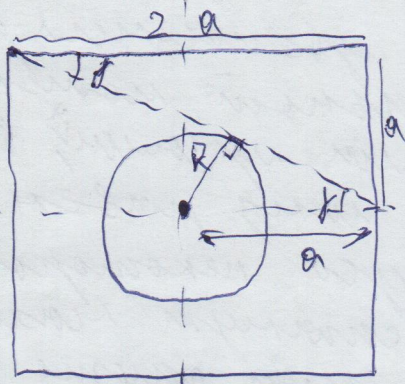
Дроздова Владислава Андреевича  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата  
« 5 » марта 2023 года

Подпись участника  
В. Дроздов

55-83-13-32  
(50.2)

Истовик задача 5.3.3. (лист 2)



Тогда эта прямая касательна к окружности.

Из формулы синуса и радиуса получим, что

$$1 + \frac{1}{\tan^2 \gamma} = \frac{1}{\sin^2 \gamma} \Rightarrow$$

$$1 + \frac{1}{(\frac{1}{2})^2} = \frac{1}{\sin^2 \gamma} \Rightarrow \sin \gamma = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\Rightarrow a \cdot \sin \gamma = R \Rightarrow$$

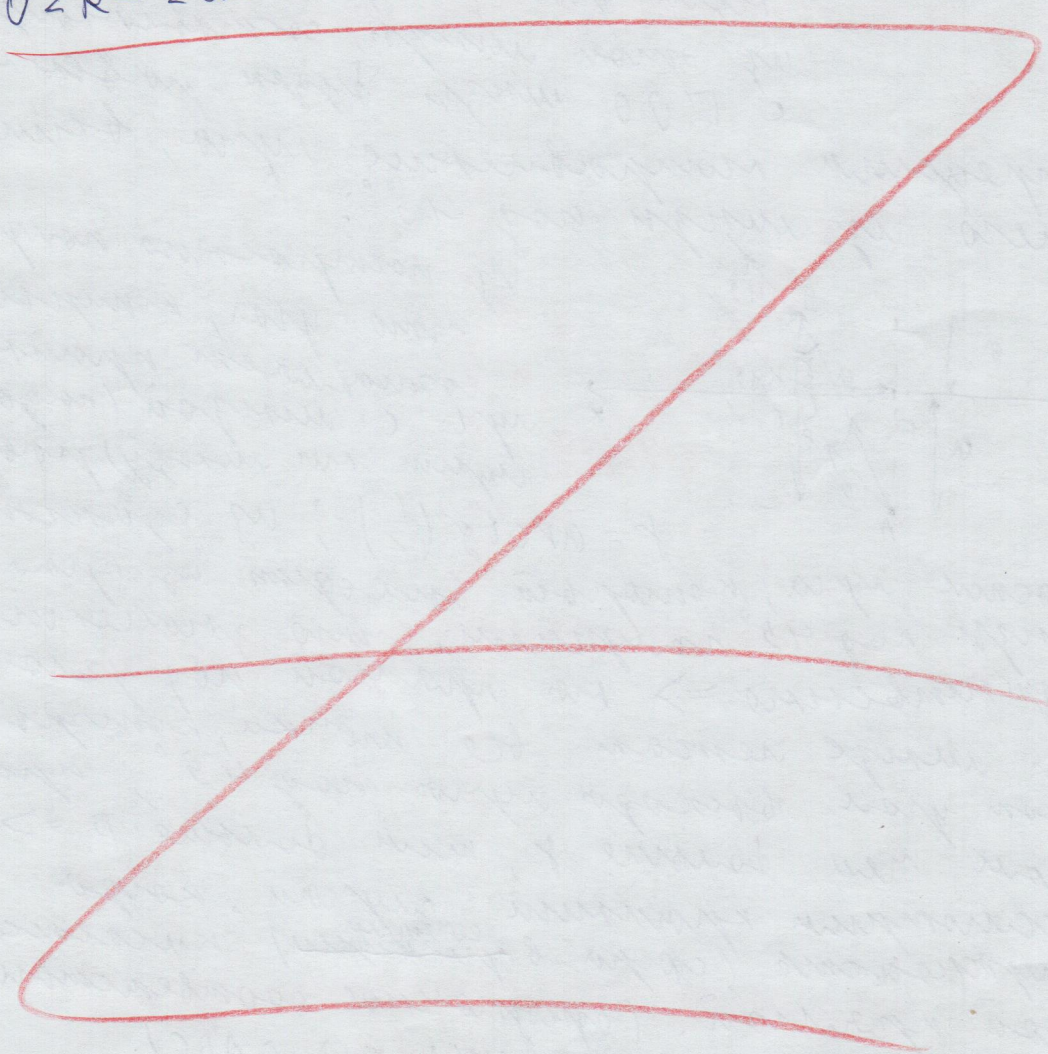
$$\Rightarrow R = \frac{2a\sqrt{5}}{10} = 0,9 \cdot \sqrt{5} ; \sqrt{5,29} > \sqrt{5} > \sqrt{4,84} \Rightarrow$$

$$2,3 > \sqrt{5} > 2,2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R \approx 2 \text{ см} \rightarrow R_{\max}$$

Ответ: такие области не существуют при

$$0 < R < 2 \text{ см}$$



Синусы нет

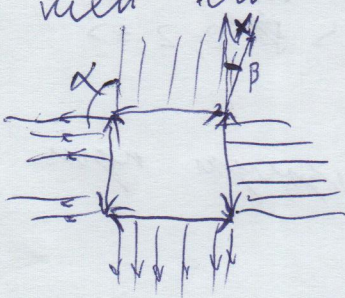
1	2	3	4	5	Σ
5	20	20	20	10	75

Максимум  
 Минимум  
 Среднее  
 Коэф. корр. Рунда  
 Скорее

Ушиловых Задача 5.3.3. (лист 1)

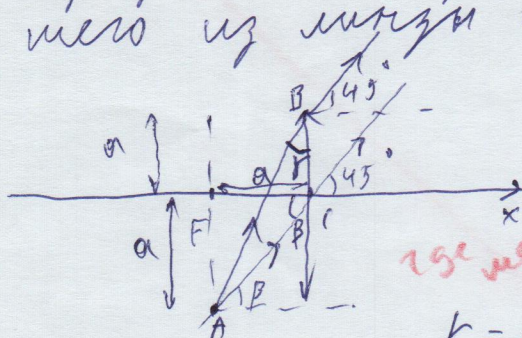
$2a = 9 \text{ см}$

Губернализирует процесс увеличения радиуса источника. В начальной моменте угол между ближайшим лучом, выходящим из соседних миз равен  $90^\circ$ . При увеличении радиуса некоторые точки источника станут находиться дальше к краям мизе, чем другие и так как расстояние между ближайшей точкой к мизе и мизой меньше, чем  $F$ , то  $\alpha$  будет уменьшаться, пока не станет равен  $0^\circ$ .



Далее из симметрии при увеличении  $\alpha$  ~~будет~~ максимальный угол  $\beta$  лучей, выходящих из этой мизы, составляющий с  $OO$  мизы будет равен  $45^\circ$ .

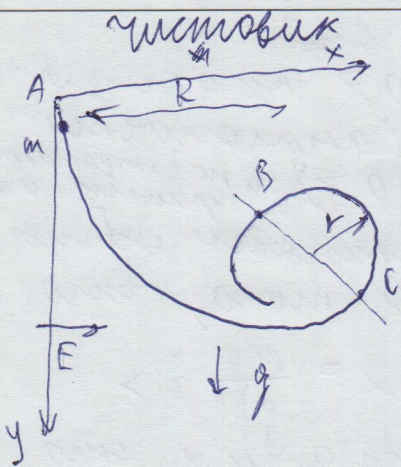
Определим направление луча, выходящего из мизы под  $45^\circ$ :



Из построения получим, что угол, который составляет крайний луч с мизой (под углом к мизе) равен  $45^\circ$ .

$f = \arctg(\frac{1}{2})$ ; из единственности

луча, который выходит из края мизы под  $45^\circ$  получаем, что значение  $f$  единственно  $\Rightarrow$  на прямой под углом  $f$  к мизе летят все точки, которые дают угол выхода луча под  $45^\circ$ ; при этом чем больше  $f$ , тем больше  $\beta \Rightarrow$  рассмотрим крайний случай, когда окружность (сфера ~~в пространстве~~) касается этой прямой. (однозначное соответствие  $f$  и  $\beta$  вытекает из построения угла  $\triangle ABC$ )



Задача 3.9.3. (1шт)

Для однородное гравитационное и однородное электростатическое поле — потенциалы, значит их работа не зависит от формы траектории, а зависит только от расстояния, пройденного вдоль силовых линий поля.

Заметим, что в силу отсутствия трения, сила, действующая на бусинку со стороны горки — сила реакции опоры всегда перпендикулярна траектории и работы не совершает.

По теореме об изменении кинетической энергии:  $\Delta E_k = A_{\text{внеш}}$ ; т.к.  $E_k$  в нач. момент равна 0, то  $E_k = A_{\text{грав}} + A_{\text{электр}}$ .

Введем систему координат:  $Oy \uparrow \vec{g}$ ;  $Ox \uparrow \vec{E}$ ; из потенциальности сил:

$A_{\text{грав}} = mg \cdot \Delta x$ ;  $A_{\text{электр}} = qE \cdot \Delta y \Rightarrow$

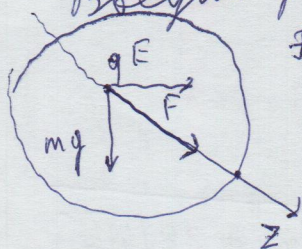
$\Rightarrow$  ЗСЭ:  $\frac{mv^2}{2} = mgx + qEy$ ; ~~как как~~ (1)

значит нужно найти минимум и максимум функции  $E_k(x; y)$

Введем результирующую силу  $F = \sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}$

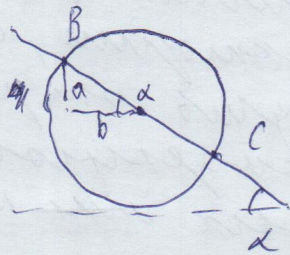
Работа этой силы равна  $A = F \Delta z$  (т.к. сила постоянна по величине и направлена)

по определению; значит она также потенциальна; т.к. работа не зависит от формы траектории; значит потенциальная энергия на высоте будет минимальна или максимальной в зависимости



Мисрабов Зайнаб 3.9.3. (лист 2)

пересечения окружности витка  
прямой, параллельной  $OZ$  проходя-  
щей через центр витка (аналогично  
пресекаемому витка на  $OZ$ ); <sup>и находим координаты</sup>  
тогда найдем <sup>крайние точки</sup> координаты обеих  
точек с учётом того, что



$$\overrightarrow{OX} \quad \overrightarrow{OZ} = \alpha; \quad \text{tg } \alpha = \frac{mg}{qE} \Rightarrow$$

из геометрии получим, что  
 $a = r \cdot \sin \alpha; \quad b = r \cdot \cos \alpha;$

$$B (R - r \cos \alpha; R - r - r \sin \alpha);$$

$$C (R + r \cos \alpha; R - r + r \sin \alpha) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \frac{1}{\text{tg}^2 \alpha} \Rightarrow; \quad \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \text{tg}^2 \alpha \Rightarrow$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{m^2 g^2}{q^2 E^2 + m^2 g^2}}; \quad \cos \alpha = \sqrt{\frac{q^2 E^2}{q^2 E^2 + m^2 g^2}}$$

$$\Rightarrow E_{KB} = qE (R - r \cdot \sqrt{\frac{q^2 E^2}{q^2 E^2 + m^2 g^2}}) + mg (R - r - r \cdot \sqrt{\frac{m^2 g^2}{q^2 E^2 + m^2 g^2}})$$

$$= qER + mgr - mgr - \frac{q^2 E^3 + m^3 g^3}{q \sqrt{q^2 E^2 + m^2 g^2}}$$

$$E_{KC} = qE (R + r \cdot \sqrt{\frac{q^2 E^2}{q^2 E^2 + m^2 g^2}}) + mg (R - r + r \cdot \sqrt{\frac{m^2 g^2}{q^2 E^2 + m^2 g^2}})$$

$$= qER + mgr - mgr + r \sqrt{q^2 E^2 + m^2 g^2}$$

$$E_{KC} > E_{KB}; \quad E_K = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow \frac{E_{KC}}{E_{KB}} = n$$

$$n = \frac{qER + mgr - mgr + r \sqrt{q^2 E^2 + m^2 g^2}}{qER + mgr - mgr - r \sqrt{q^2 E^2 + m^2 g^2}}$$

$$= \frac{10^{-6} \cdot 10^3 \cdot 1 + 10^{-3} \cdot 10 \cdot 1 - 10^{-3} \cdot 10 \cdot 0,25 +$$

$$\sqrt{0,011 - 0,0025 + 0,25 \sqrt{10^{-6} + 10^{-4}}}{0,011 - 0,0025 - 0,25 \sqrt{10^{-6} + 10^{-4}}}$$

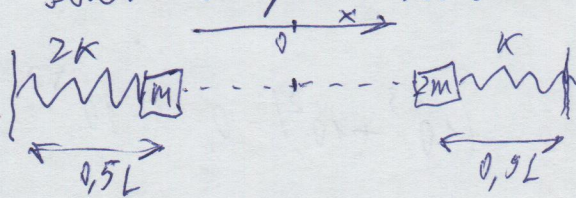
$$= \frac{0,0085 + 0,25 \cdot 0,01 \sqrt{101}}{0,0085 - 0,25 \cdot 0,01 \sqrt{101}} = \frac{85 + 25 \sqrt{101}}{85 - 25 \sqrt{101}}$$

$$\approx \sqrt{\frac{85+25}{85-25}} = \sqrt{\frac{110}{60}} = \sqrt{\frac{11}{6}} = \sqrt{1 \frac{5}{6}} \approx 1,3$$

Чистовик

Задача 1.2.3. (мсм1)

Рассмотрим колебания тел на пружинах



До столкновения тела на пружинах ведут себя, как обычные пружинные маятники.

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2k}}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{k}}$$

$$T_1 \cdot 2 = T_2$$

По 2-ому 3-му ЗЛ:

$$1: m a_1 = -2k x_1 \Rightarrow \ddot{x}_1 + \frac{2k}{m} x_1 = 0$$

$$2: 2m a_2 = -k x_2 \Rightarrow \ddot{x}_2 + \frac{k}{2m} x_2 = 0$$

С учётом начальных условий получим, для 1-ого маятника:

$$x_1 = L - 0,5 \cdot \cos(\omega_1 t); \quad \text{в момент столкновения}$$

$$x_2 = L + 0,5 \cdot \cos(\omega_2 t) \quad \text{или } x_1 = x_2 \Rightarrow$$

$$L - 0,5 \cos(\omega_1 t) = L + 0,5 \cos(\omega_2 t) \Rightarrow$$

$$-\cos(\omega_1 t) = \cos(\omega_2 t) \Rightarrow \text{(тригонометрическое преобразование)}$$

$$2 \cos\left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2}\right) \cos\left(\frac{(\omega_1 + \omega_2)t}{2}\right) = 0 \Rightarrow \neq$$

$$\frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2} = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}; \quad \frac{(\omega_1 + \omega_2)t}{2} = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$$

с учётом физической смысла уравнения, выберем первый (минимальный) положительный корень  $\Rightarrow$

$$t_{\text{столк}} = \frac{\pi}{\omega_1 + \omega_2} \Rightarrow x_1 = L - 0,5 L \cos\left(\frac{\omega_1 \pi}{\omega_1 + \omega_2}\right) \Rightarrow$$

$$x_2 = L + 0,5 L \cos\left(\frac{\omega_2 \pi}{\omega_1 + \omega_2}\right)$$

М.к.  $\omega_1 = 2\omega_2$ ; но  $x_1 = L - 0,5 L \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow$

$$x_2 = L + 0,5 L \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

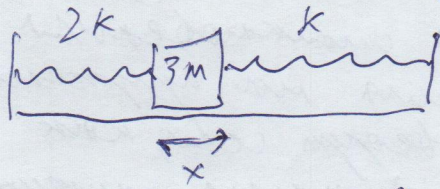
$$x_1 = \frac{5}{4} L; \quad x_2 = \frac{3}{4} L \Rightarrow \Delta x_1 = \Delta x_2 = \frac{1}{4} L \text{ (растяжение)}$$

пружин по модулю.

Дифференцируем уравнения  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  и подставим  $t = \frac{\pi}{\omega_1 + \omega_2} \Rightarrow$

$$v_{1x} = \dot{x}_1 = +0,5 L \omega_1 \sin\left(\frac{\omega_1 \pi}{\omega_1 + \omega_2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4} L \omega_1; \quad v_{2x} = \dot{x}_2 = -0,5 L \omega_2 \sin\left(\frac{\omega_2 \pi}{\omega_1 + \omega_2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{4} L \omega_2$$

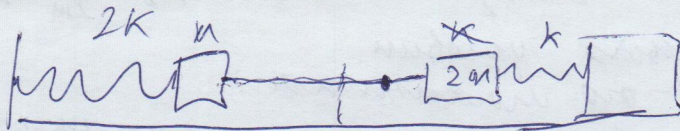
Черновик



$$2kx + kx = ma$$

$$3kx$$

$$kA \Rightarrow$$



~~$$k \cdot \frac{10^{-3}}{2} + k \cdot \frac{10^{-2}}{2}$$~~

$$(10^{-3} + 10^{-2}) - 0,25 \cdot 10^{-32}$$

~~$$10^{-6} + 10^{-4} = 101 \cdot 10^{-4}$$~~

$$\frac{110}{25} = 4,4$$

$$10^{-6} + 10^{-5}$$

$$x_1 = L - 0,5L$$

$$x_2 = L + 0,5L$$

$$10^{-3} + 10^{-2} = 0,011 \cdot 10 = 0,11$$

$$(0,001 + 0,01)1 - 0,011 - 0,0025 = 0,0085$$

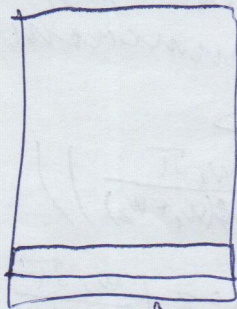
если испарилась вся вода, то

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

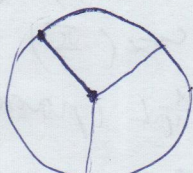
$$pSh = \frac{m}{M} RT$$

$$h = \frac{0,5 \cdot 8,3 \cdot (127 + 273)}{2,5 \cdot 10^3} \approx 400$$

$$h = 8,3$$



$$m = 9g$$



$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$mg r + \sqrt{(qE)^2 + (mg)^2} \cdot r < (qE + mgR)$$

$$\begin{array}{r} 110 | 6 \\ - 6 | 183 \\ \hline 50 \\ - 48 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$1,4 > \sqrt{\frac{11}{6}} > 1,3$$

Условие задачи 1.2.3. (мст 2)

Три шарика с разными массами 3 кг, так как шарик с массой 3 кг движется быстрее и силы упругости не успевают извернуть его посыл системы

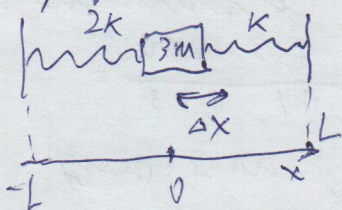


$$0x: m v_{1x} + 2m v_{2x} = 3m v_{3x}$$

$$v_{3x} = \frac{m \frac{\sqrt{3}}{4} L W_1 - 2m \frac{\sqrt{3}}{4} L W_2}{3m}$$

$$v_{3x} = L \left( \frac{\sqrt{3}}{12} W_1 - \frac{\sqrt{3}}{6} W_2 \right) = L \frac{\sqrt{3}}{12} \cdot \frac{2W_2}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6} W_2 = 0$$

⇒ при столкновении тела останавливаются. Рассмотрим систему шариков в двух случаях:



Три шарика на Δx:  
2-й 3-й шарика:

$$0x: 3m a = -2k \Delta x - k \Delta x \Rightarrow$$

$$a + \frac{3k}{3m} \Delta x = 0 \Rightarrow$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0 \Rightarrow \text{это эквивалентно}$$

по одному пружинному маятнику с  $T_3 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

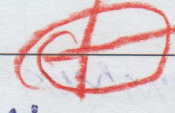
Положение равновесия в точке  $x=0 \Rightarrow$  если  $v_{3x}=0$ , то это положение будет амплитудой  $\Rightarrow$

То ЗСЭ:

$$\frac{k \Delta x_1^2}{2} + \frac{2k \Delta x_2^2}{2} = \frac{3k A^2}{2}, \quad \frac{3k}{2} \cdot \frac{L^2}{16} = \frac{3k A^2}{2} \Rightarrow \frac{L}{4} = A \Rightarrow L = 4A = 20 \text{ см}$$

Ответ:  $L = 20 \text{ см}$ .





числовых Задача 2.9.3.

Вначале при температуре 0°C давление насыщенного пара мало, поэтому пар не лежит на воде, приравняв к атмосферному давлению.  $(m_n - \text{масса пара в пространстве воды})$

Предположим, что в конечном состоянии пар насыщеней, тогда:

$\rho_n \cdot V = \nu R T_2$ ; где  $V = S h_1$ ;  $T_2 = 127^\circ\text{C} = 400\text{K}$ ;

$\nu = \frac{m_n}{M} \Rightarrow h_1 = \frac{m_n R T_2}{M \rho_n} = \frac{m_n}{M} \cdot \frac{8,3 \cdot 400}{2,5 \cdot 10^{-5}}$ ;  
 (переводимые  $M = M_1$ ;  $m = m_1$ )

Заметим, что  $h_1 \sim m_n$ , но при максимальном значении  $m_n = m = 92$ ;  $h_1 = \frac{0,5 \cdot 400 \cdot 8,3}{2,5 \cdot 10^{-5}} < 10\text{см}$

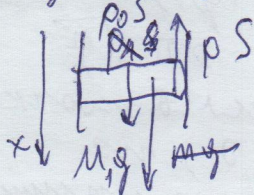
то есть  $h_{1\text{max}} < h \Rightarrow$  значит пар не может и пар перейдет в не насыщенное состояние, став идеальным газом.  $\Rightarrow$

Можно применить ур-е Менделеева-Клапейрона для конечного состояния.

$\rho S h = \frac{m}{M} R T_2 \Rightarrow \rho = \frac{m R T_2}{M S h} = \frac{0,5 \cdot 8,3 \cdot 400}{0,01 \cdot 0,93} =$

$= 20000 \cdot 10 = 2000000 = 2 \cdot 10^5 \text{ (Па)}$ ; по 2-ой

3-ей для парика:



оx:  $p_0 S + Mg - p S = 0$

$M = \rho S h$   
 $\rho_0 S + M g = \rho S \Rightarrow M = \frac{(\rho - \rho_0) S}{g}$   
 $= \frac{(2 - 1) \cdot 10^5 \cdot 0,01}{10} = 100 \text{ (кг)}$

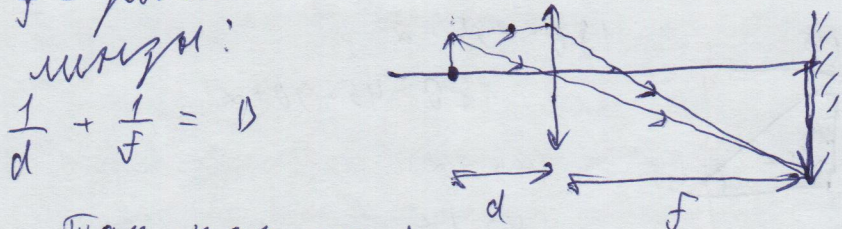
Ответ:  $M = 100 \text{ кг}$

н 4.5.3.

Оптической силой собирающей линзы равно  $D = 5$  диоптрий; при этом линза тонкая, значит по формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}; \text{ но } \frac{1}{F} = D \Rightarrow \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D$$

$d$  - расстояние от предмета до линзы;  
 $f$  - расстояние от изображения до линзы:



$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D$$

Поскольку изображение и предмет расположены по разные стороны от собирающей линзы, то  $L = d + f \Rightarrow f = L - d \Rightarrow$

$$\Gamma = \frac{f}{d} = \frac{L-d}{d} \Rightarrow \frac{1}{d} + \frac{1}{L-d} = D \Rightarrow \frac{L-d+d-D(L-d)d}{d(L-d)} = 0$$

$$\frac{L - D(L-d)d}{d(L-d)} = 0 \Rightarrow \frac{L - DLd + Dd^2}{d(L-d)} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Dd^2 - DLd + L = 0 \Rightarrow 5 \cdot d^2 - 5 \cdot 1d + 1 = 0$$

$$D = 25 - 20 = 5$$

$$d = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{10} = 0,5 \pm \frac{\sqrt{5}}{10}$$

$$\Rightarrow \Gamma = \frac{L-d}{d} = \frac{1 - 0,5 \pm \frac{\sqrt{5}}{10}}{0,5 \pm \frac{\sqrt{5}}{10}} = \text{либо } \frac{0,5 - \frac{\sqrt{5}}{10}}{0,5 + \frac{\sqrt{5}}{10}} = \Gamma_1$$

либо  $\frac{0,5 + \frac{\sqrt{5}}{10}}{0,5 - \frac{\sqrt{5}}{10}} = \Gamma_2$ ;  $\Gamma_1 < 1 \Rightarrow$  изображение уменьшенное;

а по условию увеличенное, значит ответ:  $\Gamma = \Gamma_2 = \frac{0,5 + \frac{\sqrt{5}}{10}}{0,5 - \frac{\sqrt{5}}{10}} = \frac{5 + \sqrt{5}}{5 - \sqrt{5}} =$

$$= \frac{(5 + \sqrt{5})^2}{25 - 5} = \frac{25 + 10\sqrt{5} + 5}{20} = 1,5 + 0,5\sqrt{5} \approx 1,5 + 1,1 = 2,6$$

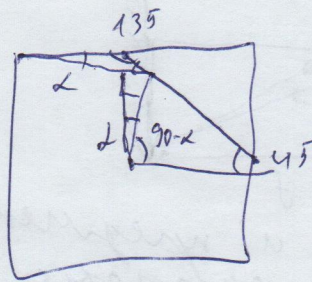
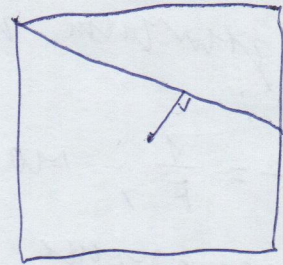
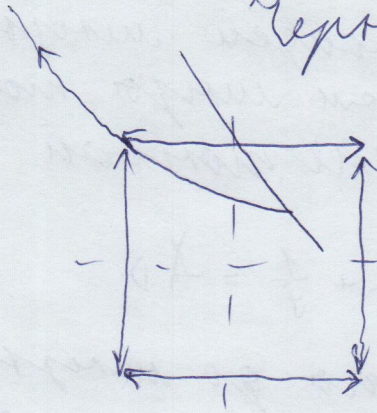
~~$0,5\sqrt{5}$~~

Ответ:  $\Gamma = 2,6$



55-83-13-32  
(50.2)

Черновики.

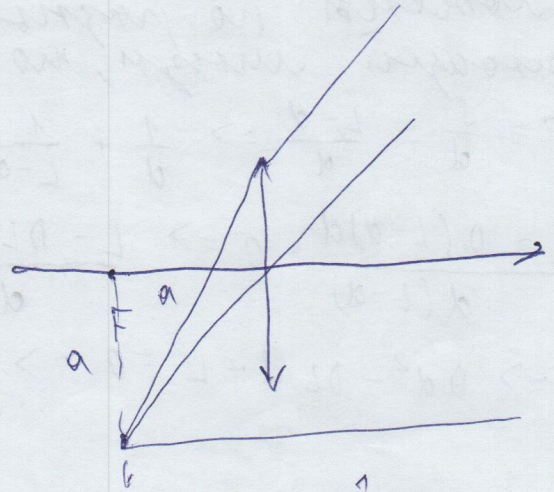
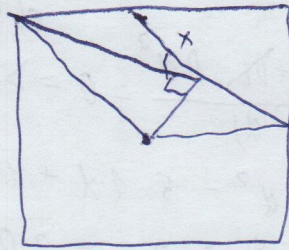


$$180 - 135 - \alpha$$

$$180 - 45 - 90 + \alpha$$

$$45 - \alpha$$

$$45 + \alpha$$



$$\begin{array}{r} + 23 \\ + 23 \\ \hline 69 \\ + 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 22 \\ + 22 \\ \hline 44 \\ + 44 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2,2 \\ \hline 198 \\ + 23 \\ \hline 2,04 \end{array}$$

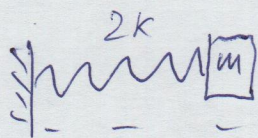
$$0,5 \sqrt{5} > \text{~~1,1~~}$$

$$1,1$$

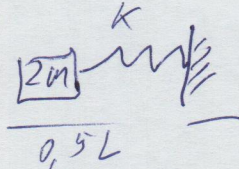
$$1,2^2 = 1,44 ; 1,1^2 = 1,21$$

$$\frac{5}{4} = 1,25$$

Черновик.



0,5L



0,5L

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot \sqrt{2}$$

$$\ddot{x} + \omega_1^2 x = 0$$

$$x_1 = L - 0,5L \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 t}{\omega_1 + \omega_2}\right)$$

$$\ddot{x} + \omega_2^2 x = 0$$

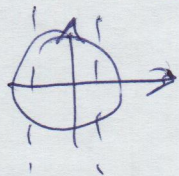
$$x_2 = L + 0,5L \cdot \cos\left(\frac{\omega_2 t}{\omega_1 + \omega_2}\right)$$

$$x_1 = \cancel{0,5L \cos t} \cdot L - 0,5L \cos(\omega_1 t)$$

$$x_2 = L + 0,5L \cos(\omega_2 t)$$

$$L - 0,5L \cos(\omega_1 t) = L + 0,5L \cos(\omega_2 t)$$

$$-\cos(\omega_1 t) = \cos(\omega_2 t)$$



~~ave~~

$$\cos(\omega_2 t) + \cos(\omega_1 t) = 0$$

$$\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$2 \cos \frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2} \cos \frac{(\omega_2 + \omega_1)t}{2} = 0$$

$$\frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2} = \pi + \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$\frac{(\omega_1 + \omega_2)t}{2} = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$0,5 - \frac{\sqrt{5}}{10}$$

$$\min t > 0 =$$

$$0,5 + \frac{\sqrt{5}}{10}$$

$$t = \frac{\pi}{\omega_1 + \omega_2}$$

$$ab = 5$$

$$a + b = 1$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 5$$

$$\frac{b+a}{ab} = 5 \quad 0,25 - 0,05$$

$$\begin{matrix} 0,5+x \\ 0,5-x \end{matrix}$$

$$\cancel{0,25 - x^2 = 5}$$

$$ab = 5 \cdot \frac{1}{5}$$