0 734055 630003

73-40-55-63
(50.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 3

Место проведения МОСКВА
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников ЛОМОНОСОВ
наменование олимпиады

по ФИЗИКЕ
профиль олимпиады

ЗАМАЛЕЕВА АЙДАРА АЙНУРОВИЧА
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Выход с 14:13 по 14:17

Дата
«5» МАРТА 2023 года

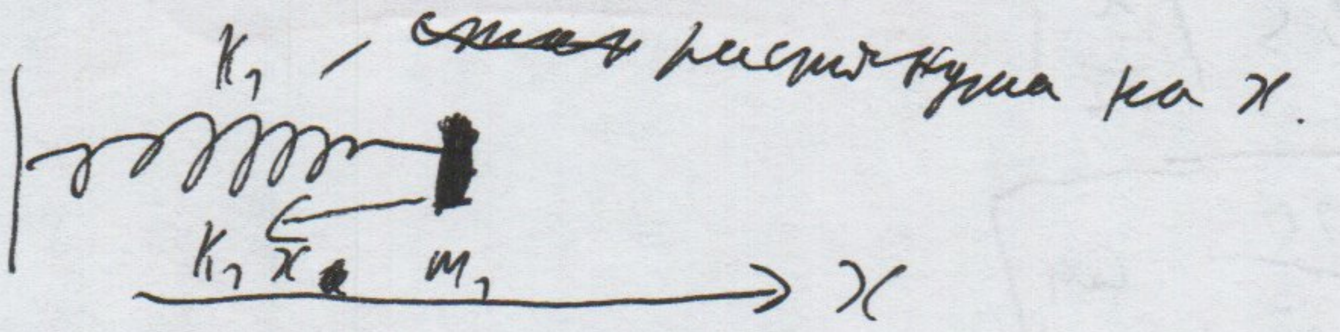
Подпись участника

Чистовик

Задачи № 1.2.3.

$A = 5$ см ; $L = ?$

1) Рассмотрим колебания горизонтальные колебания груза массой m_1 на закреплённой пружине k_1.



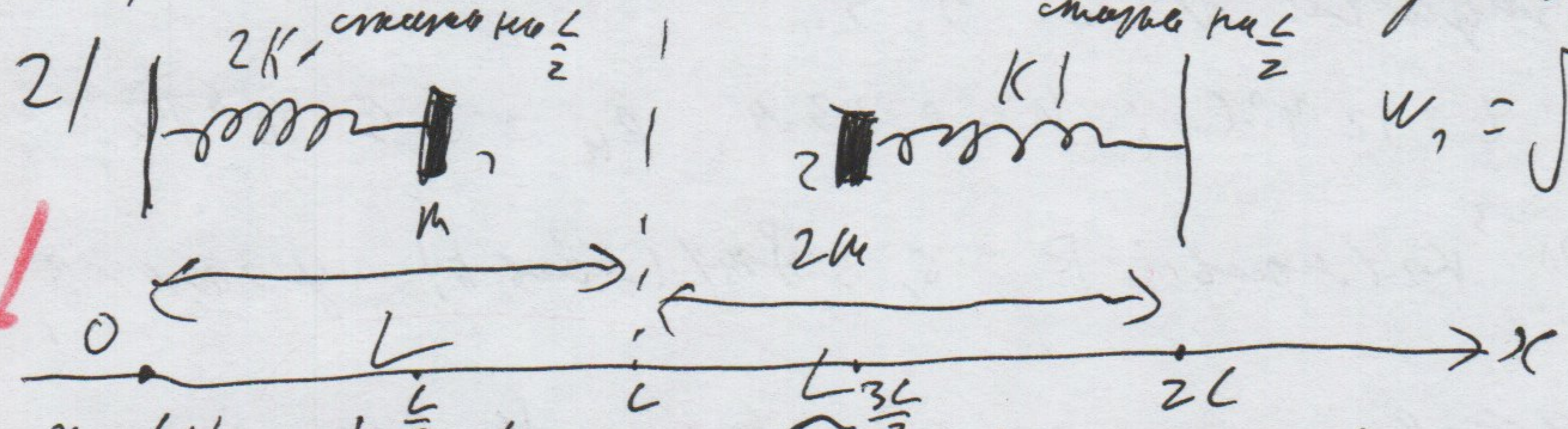
2ЗН: $m_1 a_x = -k_1 x$

$$a_x + \frac{k_1}{m_1} x = 0 ; \quad \ddot{x} + \frac{k_1}{m_1} x = 0$$

Мы получили уравнение гармонических колебаний ($\omega^2 = \frac{k_1}{m_1}$; $\omega = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$. Тогда $x(t) = x_0 + \alpha \cdot \sin(\omega t) + \beta \cdot \cos(\omega t)$

x_0, α, β определяются начальными условиями.

2)



$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2k}{m}} ; \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{2m}}$$

$$x_1(t) = L - \frac{L}{2} \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{2k}{m}} \cdot t\right) ; \quad x_2(t) = L + \frac{L}{2} \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{k}{2m}} \cdot t\right)$$

3) Грузы сталкиваются через время τ, когда $x_1(\tau) = x_2(\tau)$

$$L - \frac{L}{2} \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{2k}{m}} \cdot \tau\right) = L + \frac{L}{2} \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{k}{2m}} \cdot \tau\right) ; \quad +$$

$$\pi - \sqrt{\frac{2k}{m}} \cdot \tau = \sqrt{\frac{k}{2m}} \cdot \tau ; \quad \pi = \tau \cdot \sqrt{\frac{5k}{2m}} ; \quad \tau = \pi \cdot \sqrt{\frac{2m}{5k}} \quad -$$

$$x_1(\tau) = x_2(\tau) = L + \frac{L}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{\sqrt{5}}\right)$$

4) ЗСЭ для грузов с их пружинами от начального момента до момента непосредственно перед ударом.

$$\frac{2k \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2}{2} = \frac{2k\left(\frac{L}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{\sqrt{5}}\right)\right)^2}{2} + \frac{m v_1^2}{2} ; \quad \frac{k \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2}{2} = \frac{k \cdot \left(\frac{L}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{\sqrt{5}}\right)\right)^2}{2} + \frac{2m v_2^2}{2}$$

Домножим второе уравнение на 2 и вычтем одно из другого:

$$0 = \frac{m v_1^2}{2} - \frac{4 m v_2^2}{2} ; \quad v_1^2 = 4 v_2^2 ; \quad v_1 = 2 v_2$$

5) За время соударения все внешние силы для грузов системы двух грузов являются конечными значениями и не вносят вклад в изменение импульса => => верен ЗСИ для системы.

ЗСИ: Ox: $m v_1 - 2m v_2 = \cancel{m_1 + m_2}\, 3m u$, где u – скорость движения грузов после удара.

1	2	3	4	5	Σ
9	20	19	20	10	78

семьдесят восемь

Гибадуллина Жданова Никифоров Колесникова Гусейнова Юлмтов

ЧИСТОВИК

Продолжение задачи № 1.2.3.

$m\cdot 2v_2 - 2m\cdot v_2 = 3mu \Rightarrow u = 0 \Rightarrow$ слипшиеся грузы находятся в максимальном положении с координатой $x_A = x_1(\tau) = x_2(\tau) = L + \frac{L}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{\sqrt5}\right)$; ~~положение~~ координата положения равновесия $x_0 = L$; $A = |x_A - x_0| = \frac{L}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{\sqrt5}\right)$

$L = \frac{2A}{\cos\left(\frac{\pi}{\sqrt5}\right)}$; $\boxed{L = \frac{2\cdot 5}{\cos\left(\frac{\pi}{\sqrt5}\right)} = \frac{10}{\cos\left(\frac{\pi}{\sqrt5}\right)}\text{ см}}$

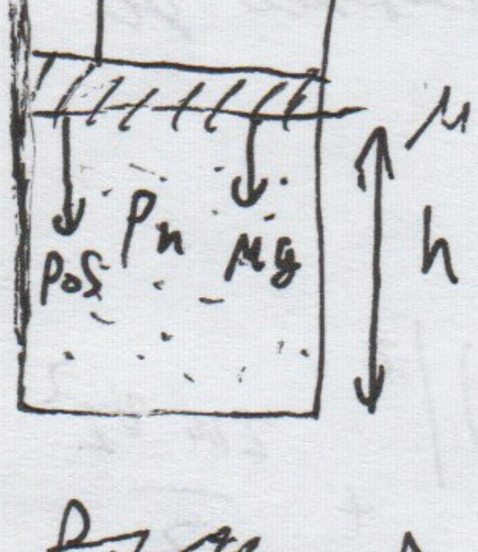
Ответ: $\frac{10}{\cos\left(\frac{\pi}{\sqrt5}\right)}$ см.

Задача № 2.9.3.

$S = 100\text{ см}^2$; $m = 9\text{ г}$; $t = 127°C$; $h = 0{,}83\text{ м}$; $p_н = 2{,}5\cdot10^5$ Па; $p_0 = 10^5$ Па; $\mu = 18\cdot10^{-3}$ кг/моль; $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К); $g = 10\text{ м/с}^2$; $M = ?$

1) Рассмотрим начальное состояние. Если бы вода была бы частично или полностью в газообразном состоянии, то давление пара ~~$p_{нп}(0°C) <$~~ $p_{п0} \le p_{нп}(0°C)$; т.к. $p_{нп}(0°C) << p_0$, вся вода в жидком или твёрдом состоянии; объёмом воды массой $m = 9$ г можно пренебречь и считать, что поршень прижат вплотную ко дну трубы.

2) Рассмотрим конечное состояние.



~~Урав. Менд~~. Урав Менд – Клап. для пара:

$p_п\cdot hS = \nu_п\cdot R\cdot t$

Предположим, что ~~вся~~ вода сконденсировалась $\Rightarrow p_п \le p_{нп}$, а $\nu_п = \frac{m}{\mu}$

~~$p_п h$~~ $p_п\cdot hS = \frac{m}{\mu}\cdot R\cdot t$; $p_п = \frac{m\cdot R\cdot t}{\mu h S}$; $p_п = \frac{9\cdot10^{-3}\cdot 8{,}3\cdot 400}{18\cdot10^{-3}\cdot 0{,}83\cdot 100\cdot10^{-4}} = 2\cdot10^5\text{ Па} < 2{,}5\cdot10^5\text{ Па} \Rightarrow$ предположение верно, вся вода в газообразном состоянии, а $p_п = 2\cdot10^5$ Па

3) 2 ЗН для поршня: $Mg + p_0S = p_пS$; $M = \frac{(p_п - p_0)\cdot S}{g}$

$\boxed{M} = \frac{(2\cdot10^5 - 10^5)\cdot 100\cdot10^{-4}}{10} = \boxed{100\text{ кг}}$

Ответ: 100 кг

ЧИСТОВИК

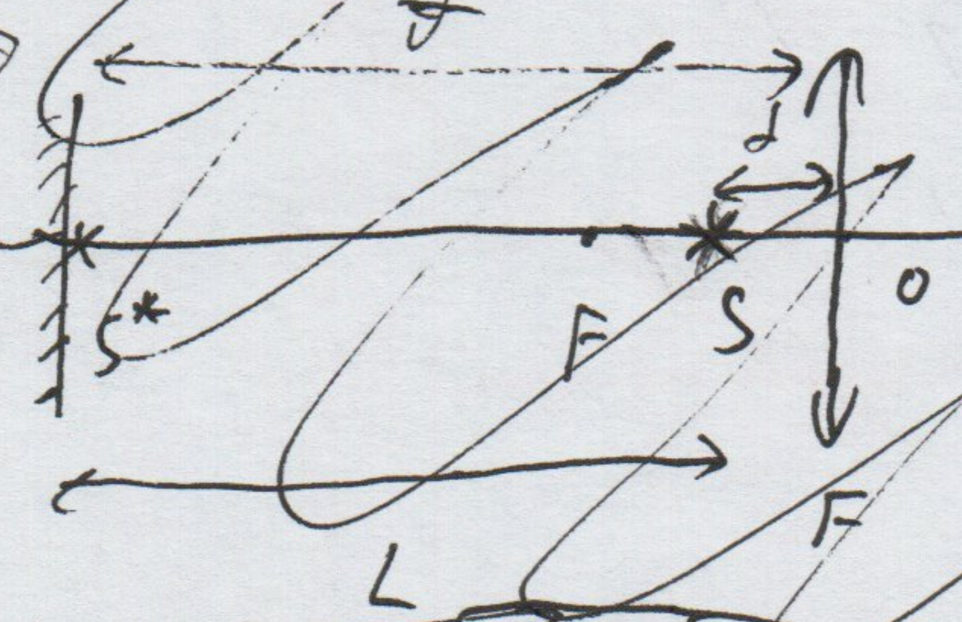
Задача № 4.5.3.

$\Phi = 5$ дптр; $L = 1$ м; $\Gamma > 1$; $\Gamma = ?$

1/ $F = \frac{1}{\Phi} = \frac{1}{5} = 0,2$ м

2/ Собирающая линза может давать увеличенное изображение только в двух случаях: 1. когда расстояние от предмета до линзы $d < F$ и изображение мнимое; 2. когда $F < d < 2F$ и изображение действительное.

~~3/ Пусть $d < F$.~~



$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$; $f = \frac{Fd}{F-d}$

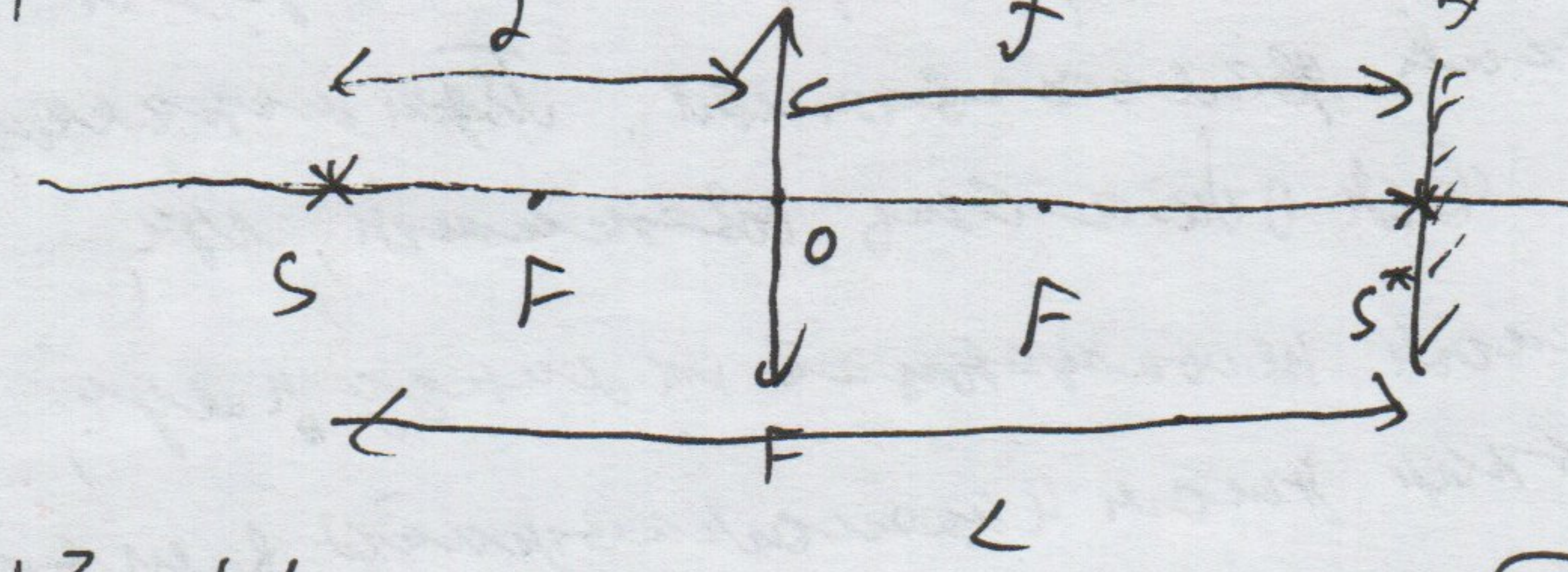
$L = f - d = \frac{Fd}{F-d} - d = \frac{d^2}{F-d}$

$d^2 + dL - FL = 0$

$d = \frac{-L \pm \sqrt{L^2 + 4FL}}{2}$; $d =$

Так как изображение получено на экране, оно не может быть мнимым => выполняется случай 2.

3/



$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$; $f = \frac{Fd}{d-F}$

$L = f + d = \frac{Fd}{d-F} + d = \frac{d^2}{d-F}$

$d^2 - dL + FL = 0$; $d = \frac{L \pm \sqrt{L^2 - 4FL}}{2}$

$d = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 0,2 \cdot 1}}{2} = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2\sqrt{5}}$; $d_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{5}}$; $d_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{5}}$

Из этих двух уравнений следует, что $d_1 = f_2$ и $d_2 = f_1$

$\Gamma = \frac{f}{d}$; т.к. $d_1 > d_2$, то $\Gamma_1 = \frac{f_1}{d_1} < 1$, а $\Gamma_2 = \frac{f_2}{d_2} > 1$ =>

=> $\boxed{\Gamma = \frac{d_1}{d_2} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{5}}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} = \frac{(\sqrt{5}+1)^2}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)} = \frac{5+1+2\sqrt{5}}{4} = \boxed{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}}$

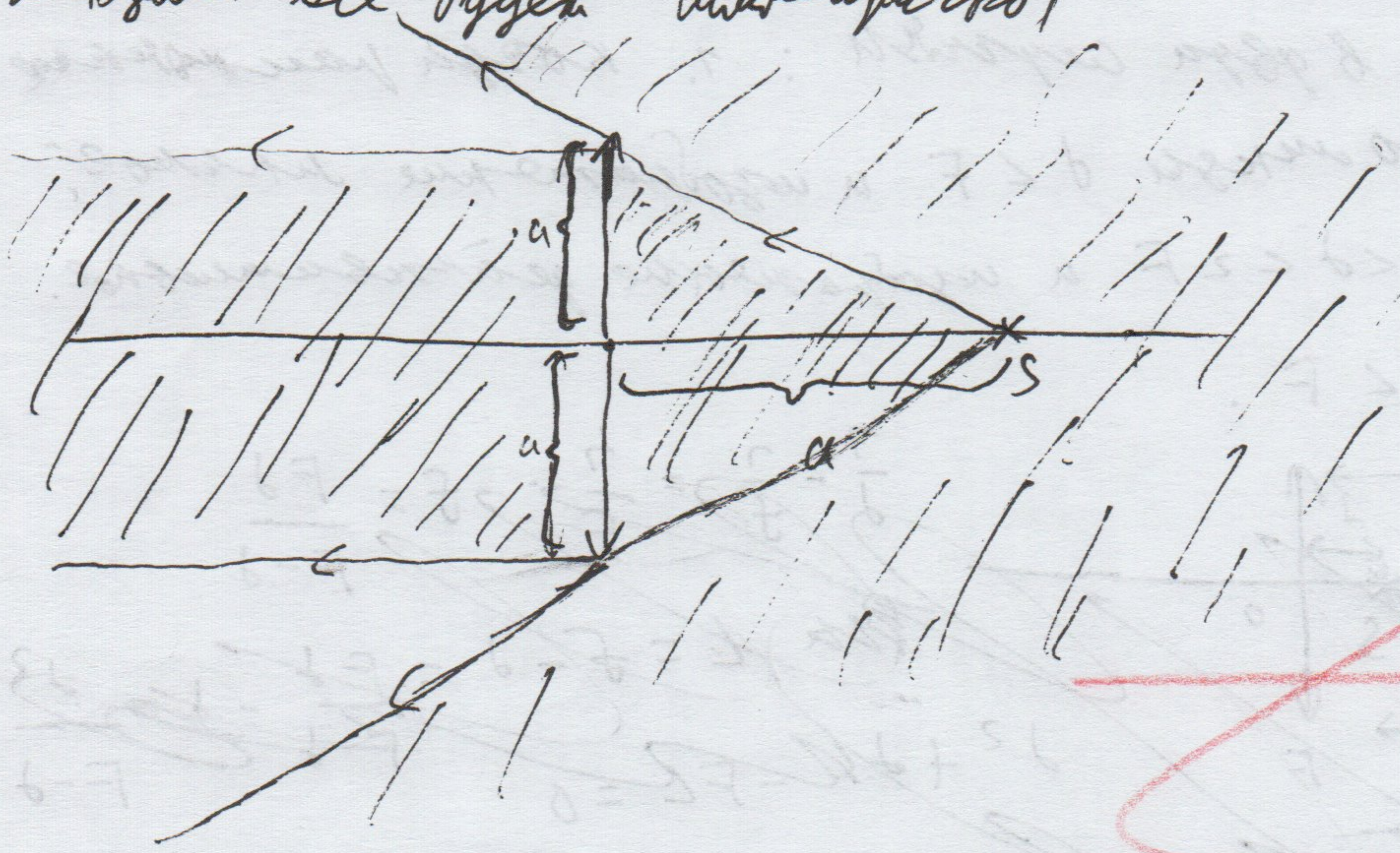
Ответ: $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

ЧИСТОВИК.

Задача № 5.3.3.

$2a = 9$ см ; $F = a$; $R = ?$

1| Рассмотрим области, в которые не будет попадать свет при точечном источнике с одной линзой. (С другими линзами всё будет симметрично)



В незаштрихованную область свет не попадает +

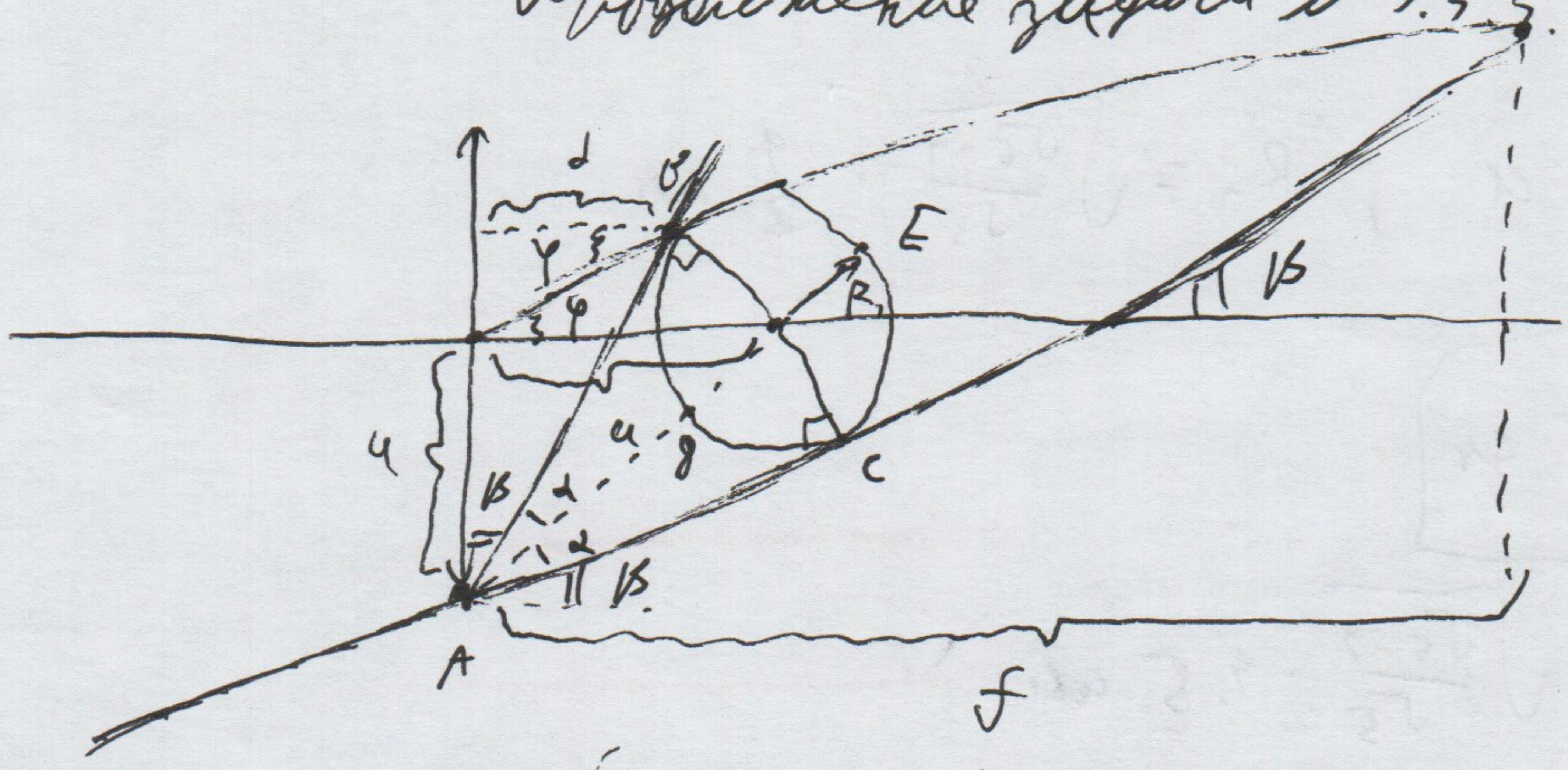
2| Заметим, что при увеличении радиуса сферы, ~~минимальный~~ угол, ~~под~~ к оптической оси, под которым ~~на~~ на может попадать на ~~крайнюю~~ точку в плоскости луч, выпущенный со сферы уменьшается, а максимальный увеличивается. При минимальном радиусе сферы, при котором вся область освещена, луч, выпущенный под минимальным углом, не попадающий на линзу, и луч, выпущенный под максимальным углом и попадающий в линзу, совпадут.

3| Найдём этот минимальный радиус R_1, тогда искомая $R < R_1$. −

4| Максимальный и минимальный углы определяются касательными к сфере. Чтобы эти лучи совпали, изображение предмета в точке сферы, из которой идёт касательная с максимальным углом, должно попасть на продолжение другого луча.

ЧИСТОВИК

Продолжение задачи № 5.3.3



$AC^2 = AB^2 = AB \cdot AE = (\sqrt{2}a - R_1)(\sqrt{2}a + R_1) = 2a^2 - R_1^2$

$\sin\alpha = \cos\beta = \frac{R_1}{\sqrt{2}a}$; $\sin\beta = \cos\alpha = \frac{\sqrt{2a^2 - R_1^2}}{\sqrt{2}a}$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{R_1}{\sqrt{2a^2-R_1^2}}$

$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{a}$; $\operatorname{tg}\varphi \cdot f = \operatorname{tg}\beta \cdot f - a$ $\quad \operatorname{tg}\beta = \frac{\sqrt{2a^2-R_1^2}}{R_1}$

$d = \sin\beta \cdot AB = \frac{2a^2 - R_1^2}{\sqrt{2}a}$; $f = \frac{da}{a-d} = \frac{2a^3 - R_1^2 a}{\sqrt{2}a^2 - 2a^2 + R_1^2} =$

$\operatorname{tg}\varphi = \frac{AB \cdot \cos\beta - a}{d} = \frac{\sqrt{2a^2-R_1^2}\cdot\frac{R_1}{\sqrt{2}a} - a}{\frac{2a^2-R_1^2}{\sqrt{2}a}} = \frac{\sqrt{2a^2-R_1^2}\cdot R_1 - \sqrt{2}a^2}{2a^2 - R_1^2}$

$f(\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\varphi) = a$

$$\frac{2a^3 - R_1^2 a}{\sqrt{2}a^2 - 2a^2 + R_1^2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2a^2-R_1^2}}{R_1} - \frac{\sqrt{2a^2-R_1^2}\cdot R_1 - \sqrt{2}a^2}{2a^2-R_1^2} \right) = a$$

$$\frac{2a^2 - R_1^2}{\sqrt{2}a^2 - (2a^2 - R_1^2)} \cdot \left(\frac{\sqrt{2a^2-R_1^2}\cdot(2a^2 - R_1^2 - R_1^2)}{R_1(2a^2-R_1^2)} + \frac{\sqrt{2}a^2}{2a^2-R_1^2} \right) = 1$$

$$\sqrt{2}a^2 - (2a^2 - R_1^2) = \frac{\sqrt{2a^2-R_1^2}\cdot(2a^2 - R_1^2 - R_1^2)}{R_1} + \sqrt{2}a^2$$

$R_1^3 - 2a^2 R_1 = \sqrt{2a^2-R_1^2}\cdot(2a^2 - 2R_1^2)$

$-R_1 \cdot \sqrt{2a^2-R_1^2} = 2a^2 - 2R_1^2$; $\sqrt{2a^2-R_1^2} = 2R_1 - \frac{2a^2}{R_1}$

$2a^2 - R_1^2 = 4R_1^2 - 8a^2 + \frac{4a^4}{R_1^2}$; $4a^4 - 10a^2R_1^2 + 5R_1^4 = 0$

$R_1^2 = \frac{5a^2 \pm \sqrt{(5a^2)^2 - 20a^4}}{5}$; $R_1^2 = a^2 \pm \frac{1}{\sqrt{5}}a^2$; $R_1^2 < a^2 \Rightarrow R_1^2 = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}}a^2$

ЧИСТОВИК

Продолжение задачи № 5.3.3.

$R_1 = \sqrt{\frac{\sqrt5 - 1}{\sqrt5}} \cdot a$; $R_1 = \sqrt{\frac{\sqrt5-1}{\sqrt5}} \cdot \frac{9}{2}$ см

$\boxed{R < \sqrt{\frac{\sqrt5-1}{\sqrt5}} \cdot 4{,}5 \text{ см}}$

Ответ: $R < \sqrt{\frac{\sqrt5-1}{\sqrt5}} \cdot 4.5$ см

Задача № 3.9.3.

$R = 1$ м ; $r = 0{,}25$ м ; $m = 1$ г ; $q = 10^{-6}$ Кл ; $E = 10^3$ В/м ;

$n = \frac{v_{max}}{v_{min}} = ?$; $g = 10$ м/с^2

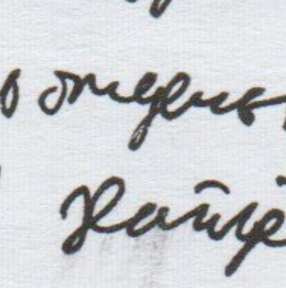
1) Найдём скорость v_0, с которой бусинки заскочат на спицу. В процессе движения по спице на бусинку действует только одна неконсервативная сила — сила реакции спицы, которая не совершает работу => верен ЗСЭ.

~~ЗСЭ:~~ Пусть в нижней точке спицы витка потенциалы гравитационного и электрического полей равны 0.

ЗСЭ: $mgR + q \cdot ER = \frac{mv_0^2}{2}$; $v_0^2 = 2\left(g + \frac{qE}{m}\right)R$

2) Скорость будет принимать максимальное значение, когда потенциальная энергия минимальна. Эта точка витка находится на дуге между минимальными потенциалами полей по отдельности — на правой нижней четверти витка.

3) Найдём зависимость потенциальной энергии от угла α.



$E_п = mgr(1 - \cos\alpha) - qEr \cdot \sin\alpha$

Если $E_п(\alpha_{min}) = E_{п\,min}$, то $E_п'(\alpha_{min}) = 0$

$E_п'(\alpha) = mgr \cdot \sin\alpha - qEr \cdot \cos\alpha$; $mgr\sin\alpha - qEr \cdot \cos\alpha = 0$

$mg \cdot tg\,\alpha = qE$; $tg\,\alpha = \frac{qE}{mg}$; $\sin\alpha = \frac{qE}{\sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}}$; $\cos\alpha = \frac{mg}{\sqrt{(qE)^2+(mg)^2}}$ +

$E_{п\,min} = mgr\left(1 - \frac{mg}{\sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}}\right) - \frac{q^2E^2 r}{\sqrt{(qE)^2+(mg)^2}}$

Чистовик

Продолжение задачи № 3.9.3.

ЗСЭ: $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_{max}^2}{2} + E_{n\,min}$

$$mgR + qER = \frac{mv_{max}^2}{2} + \frac{(mg\cdot\sqrt{(mg)^2+(qE)^2} - m^2g^2 - q^2E^2)r}{\sqrt{(mg)^2+(qE)^2}}$$

$$\sqrt{(mg)^2+(qE)^2} = \sqrt{(10^{-3}\cdot 10)^2 + (10^{-6}\cdot 10^{3})^2} = \sqrt{10^{-4}+10^{-6}} \approx \sqrt{10^{-4}} \approx \sqrt{m^2g^2} = mg$$

$$(mg+qE)R = \frac{mv_{max}^2}{2} ~~+ mg~~ - \frac{q^2E^2}{mg}r$$

$$v_{max}^2 = \frac{2(mg+qE)R}{m} + \frac{2q^2E^2r}{m^2g}$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2(10^{-2}+10^{-3})\cdot 1}{10^{-3}} + \frac{2\cdot 10^{-6}\cdot 0{,}25}{10^{-6}\cdot 10}} = \sqrt{22+0{,}05} \approx \sqrt{22}\ м/с$$

4) Скорость будет минимальна при ~~минимальной~~ максимальной ~~потенциальной~~ потенциальной энергии~~, но при условии, что бусинка уцепилась этой точки~~. Если продолжить исследование $E_n(\alpha)$ можно утверждать, что ~~при~~ ~~минимальной~~ максимальной потенциальной энергии будет такой же $tg\alpha$, но $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ поменяют знак.

Тогда $E_{n\,max} = mg\,r\left(1+\frac{mg}{\sqrt{(mg)^2+(qE)^2}}\right) + \frac{q^2E^2r}{\sqrt{(mg)^2+(qE)^2}}$

ЗСЭ: $mgR + qER = \frac{mv_{min}^2}{2} + mgr\left(1+\frac{mg}{mg}\right) + \frac{q^2E^2}{mg}r$

$$mv_{min}^2 = 2mg(R-2r) + qE\left(R+\frac{qE}{mg}r\right)$$

$$v_{min} = \sqrt{2g(R-2r) + \frac{qE}{m}\left(R+\frac{qE}{mg}r\right)}$$

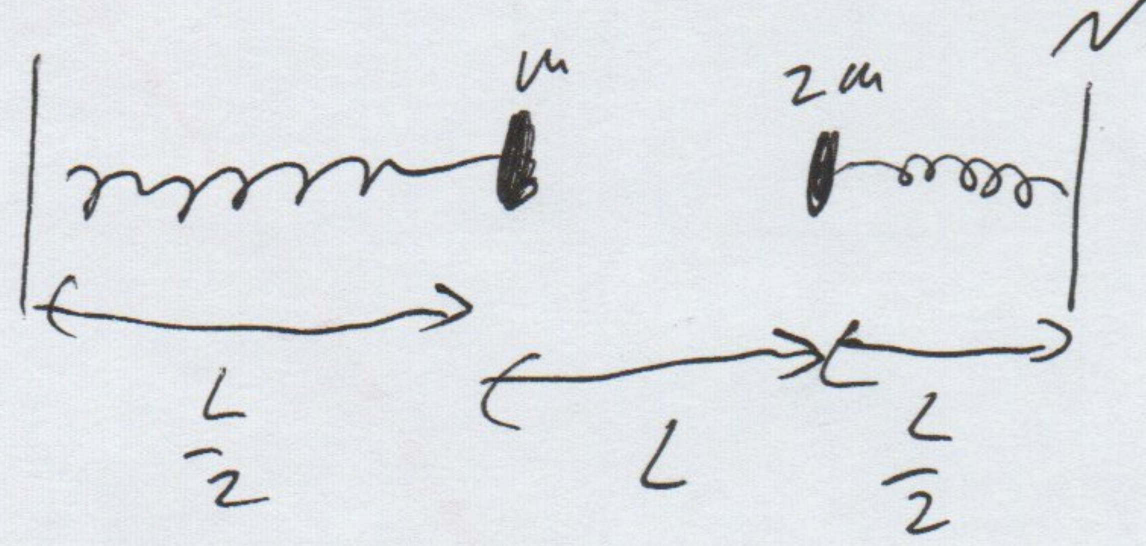
$$v_{min} = \sqrt{2\cdot 10(1-2\cdot 0{,}25) + \frac{10^{-3}}{10^{-3}}\left(1+\frac{10^{-3}}{10^{-2}}\cdot 0{,}25\right)} \approx \sqrt{10+1} = \sqrt{11}\ м/с$$

$$\boxed{n = \frac{v_{max}}{v_{min}} = \frac{\sqrt{22}}{\sqrt{11}} = \sqrt{2} \approx 1{,}4}$$

Ответ: $n = \sqrt{2} \approx 1{,}4$

ЧЕРНОВИК.

№ 1.2.3.



$$\omega_1 = \frac{2k}{m}; \quad \omega_2 = \frac{k}{2m}$$

$$x_1 = L - \frac{L}{2} \cdot \cos\left(\frac{2k}{m} t\right)$$

$$x_2 = L + \frac{L}{2} \cdot \cos\left(\frac{k}{2m} \cdot t\right)$$

$$\frac{L}{2} \cdot \cos\left(\frac{k}{2m} \cdot t\right) = -\frac{L}{2} \cdot \cos\left(\frac{2k}{m} t\right); \quad \frac{k}{2m} \cdot t = \pi - \frac{2k}{m} \cdot t$$

$$t\frac{k}{m} \cdot \frac{5}{2} = \pi; \quad t = \frac{2\pi}{5} \cdot \frac{m}{k} \qquad x = L + \frac{L}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$$

$$\frac{2k\left(\frac{L}{2}\right)^2}{2} = \frac{2k \cdot \left(\frac{L}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{5}\right)\right)^2}{2} + \frac{m v_1^2}{2}; \quad \frac{k\left(\frac{L}{2}\right)^2}{2} = \frac{k \cdot \left(\frac{L}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{5}\right)\right)^2}{2} + \frac{2m v_2^2}{2}$$

$$\frac{m v_1^2}{2} = 2m v_2^2; \quad v_1^2 = 4 v_2^2; \quad v_1 = 2 v_2 \qquad m \cdot 2v_2 - 2m \cdot v_2 = 0$$

$$\frac{L}{2} \cdot \cos\frac{\pi}{5} = 5$$

№ 5.3.3