15:10 Работа сдана, Руденко

0 435944 870004

43-59-44-87
(50.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант № 3

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Кузина Максима Вадимовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

+1 доп. лист. Самоделкин Л.А.

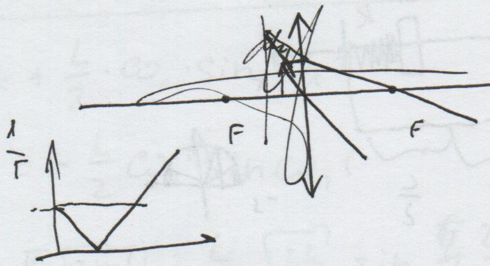
Дата
«5» марта 2023 года

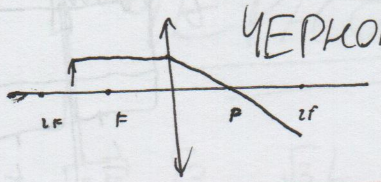
Подпись участника

Черновик

ЧЕРНОВИК-1/6

№4





$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = D$

$f = L - d$

$\frac{1}{d} + \frac{1}{1-d} = 5 \quad |(d(1-d))$

$1 - \cancel{d} + \cancel{d} = 5(d(1-d))$

$1 = 5d - 5d^2$

$5d^2 - 5d + 1 = 0$

$D = 25 - 20 = 5$

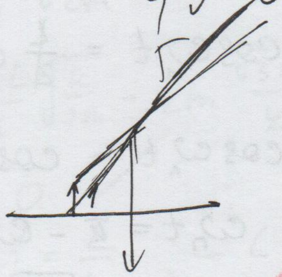
$d_1 = \frac{5-\sqrt{5}}{10} \quad f_1 = 1 - \frac{5-\sqrt{5}}{10} = \frac{10-5+\sqrt{5}}{10} = \frac{5+\sqrt{5}}{10}$

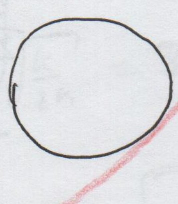
$d_2 = \frac{5+\sqrt{5}}{10} \quad f_2 = 1 - \frac{5+\sqrt{5}}{10} = \frac{10-5-\sqrt{5}}{10} = \frac{5-\sqrt{5}}{10}$

$\Gamma_1 = \frac{f_1}{d_1} = \frac{\frac{5+\sqrt{5}}{10}}{\frac{5-\sqrt{5}}{10}} = \frac{5+\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}} > 1 \checkmark = \frac{(5+\sqrt{5})^2}{25-5} = \frac{(5+\sqrt{5})^2}{20}$ ✓✓

$\Gamma_2 = \frac{5-\sqrt{5}}{5+\sqrt{5}} < 1 \quad \times$

1 ✓ 8
$\frac{1}{2}$ ✓ 3
3 ✓ 8
4 ✓ 0
5

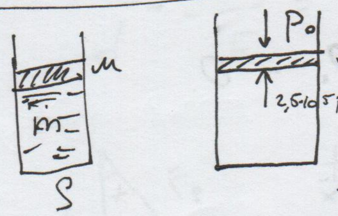




1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	20	20	100!

Плоскин Хамидов Кохичев Комиссаров Мукашев + Сто

№2



$2,5\cdot10^5\cdot0,83\cdot100\cdot10^{-4} = \nu\cdot8,3\cdot300$

$100\cdot2,5\cdot8,3 = \nu\cdot8,3\cdot300$

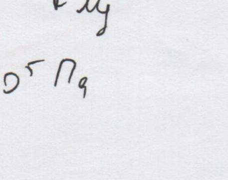
$\nu = \frac{2,5}{3}$ моль

$127 + 273 = 300$

$m = \frac{2,5}{3}\cdot18 = 15$ г

$\frac{2}{27}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{100}{5}$

$p\cdot0,83\cdot100\cdot10^{-4} = \frac{9\cdot10^{-3}}{18\cdot10^{-3}}\cdot8,3\cdot300$ К

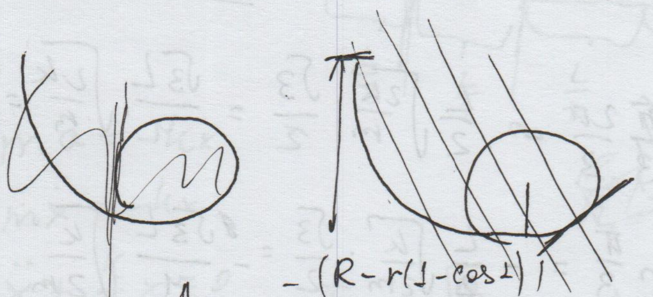


$p = \frac{300}{2\cdot10\cdot10^{-4}} = 150\cdot10^3 = 1,5\cdot10^5$ Па

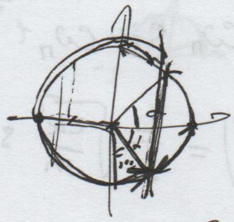
$1,5\cdot10^5$ Па $= 10^5$ Па $+ \frac{Mg}{S}$ $\quad \frac{Mg}{S} = 0,5\cdot10^5$ Па

$Mg = 0,5\cdot10^5\cdot100\cdot10^{-4} = 500$ Н $\quad M = 50$ кг

ЧЕРНОВИК – 4/6

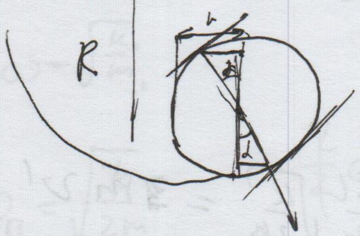


$-(R-r(1-\cos\alpha))$



$\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}-\alpha=\alpha$

$\pi-\alpha=\alpha$



$h(v_{max}) = r(1-\cos\alpha)$

$l(v_{max}) = R + r\sin\alpha$

$\cancel{mgr(1-\cos\alpha)+EqR+Eqr\sin\alpha} = \frac{mv_{max}^2}{2}$ $\quad \frac{\pi-\alpha}{2\cancel{\alpha}} = \frac{\alpha}{\cancel{\alpha}}$

$\cancel{-mgR}$

$\cancel{h(v_{min})} =$ $\quad \pi-\alpha=2\alpha$

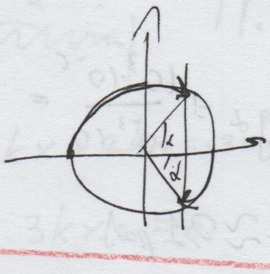
$\cancel{mg(r(1-\cos\alpha)-R)}$ $\quad 3\alpha=\pi$

$\alpha=\frac{\pi}{3}$

$$\frac{mv_{max}^2}{2} + mg(r(1-\cos\alpha)-R) = Eq(R+r\sin\alpha)$$

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = mg(R-r(1-\cos\alpha)) + Eq(R+r\sin\alpha)$$

$$0 = \frac{mv_{min}^2}{2} + mg(r(1+\cos\alpha)-R) = Eq(R-r\sin\alpha)$$



43-59-44-87 (50.1)

ЧИСТОВИК-1/10

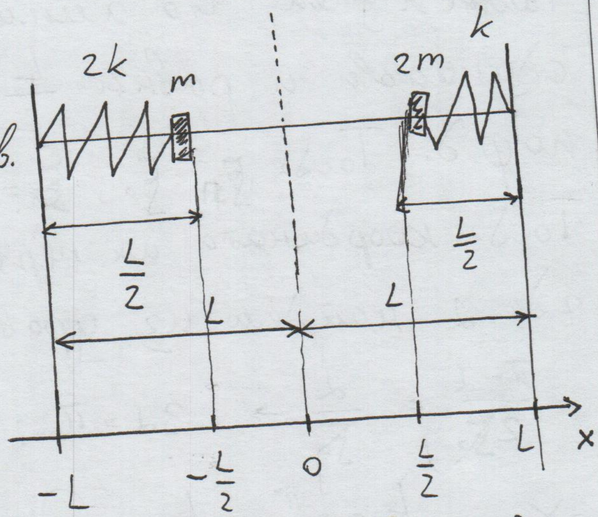
№ 1.2.3

Дано:
$k_л = 2k$
$k_п = k$
$m_л = m$
$m_п = 2m$
$A = 5см$

Найти:
$L - ?$

Решение:

1) Найдём место встречи обоих грузов. Для этого введём ось Ox с началом в точке равновесия каждой пружины.



В проекции на эту ось законы движения ~~тел~~ будут выглядеть следующим образом:

$\cancel{x_л = \frac{L}{2}\cos(\omega_л t)}$ * $\cancel{x_п = \frac{L}{2}\cos(\omega_п t)}$

Найдём $\omega_л$ и $\omega_п$; обозначив $\sqrt{\frac{k}{2m}} = \omega_0$

$m\ddot{x}_л = -2kx_л$ $\qquad$ $2m\ddot{x}_п = -kx_п$

$\ddot{x}_л + \frac{2k}{m}x_л = 0$ $\qquad$ $\ddot{x}_п + \frac{k}{2m}x_п = 0$

$\omega_л^2 = \frac{2k}{m}$ $\qquad$ $\omega_п^2 = \frac{k}{2m}$

$\omega_л = \sqrt{\frac{2k}{m}} = 2\sqrt{\frac{k}{2m}} = 2\omega_0$ $\qquad$ $\omega_п = \sqrt{\frac{k}{2m}} = \omega_0$

~~В момент встречи их координаты сравняются~~

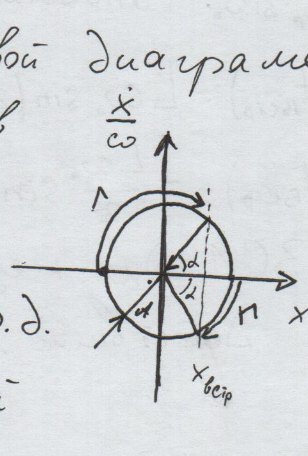
$\cancel{x_л(t_{встр}) = x_п(t_{встр})}$

$\cancel{\frac{L}{2}\cos(2\omega_0 t) = \frac{L}{2}\cos(\omega_0 t)}$ $\cancel{\frac{L}{2}\cos(\pi + 2\omega_0 t)}$ $\cancel{\frac{L}{2}\cos(\omega_0 t)}$

$\cancel{\cos(\omega_0 t) = \cos(2\omega_0 t)}$ $\qquad$ $\cancel{\pi + \omega_0 t = 2\omega_0 t}$

Изобразим движение тел на фазовой диаграмме

Левое тело пройдёт $(\pi - \alpha)$ со скоростью в 2 раза большей, чем правое. Правое тело пройдёт α.



(Считаю известным, что движение по ф. д. происходит равномерно по часовой стрелке).

№1.2.3. (продолжение)

ЧИСТОВИК-2/10

Также я учёл, что амплитуды колебаний обоих тел одинаковы и равны $\frac{L}{2}$. Пусть ξ – скорость движения по ф.д. Тогда $\xi_{П} = \xi_0$; $\xi_л = 2\xi_0$. ($\xi \Leftrightarrow \omega$)

Тогда координата их первой встречи: $X_{встр} = \frac{L}{2}\cos\alpha$, где α найдём из уравнения:

$$\frac{\pi-\alpha}{2\cancel{\xi_0}} = \frac{\alpha}{\cancel{\xi_0}} \rightarrow 3\alpha = \pi;\ \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

$X_{встр} = \frac{L}{2}\cos\frac{\pi}{3} = \frac{L}{4}$. Очевидно, что при таком условии координата встречи будет находится справа от положения равновесия.

2) Найдём скорость новообразованного слипшегося тела. Для этого запишем ур-я движения и продифф-уем.

$X_л(t) = -\frac{L}{2}\cos(\omega_л t)$ (учтено, что $\varphi_л = \pi$, т.к. тело отклонено против оси Ox)

$X_п(t) = \frac{L}{2}\cos(\omega_п t)$

~~Отсюда при $x_п = \frac{L}{4}$~~

$\dot{X}_л(t) = \frac{L}{2}\cdot 2\omega_0 \cdot \sin(2\omega_0 t)$ $\qquad$ $\dot{X}_п(t) = -\frac{L}{2}\cdot\omega_0\sin(\omega_0 t)$.

Из ур-я движения правого груза найдём время встречи:

$\frac{L}{4} = \frac{L}{2}\cos\omega_0 t \rightarrow \cos\omega_0 t = \frac{1}{2} \rightarrow \omega_0 t = \frac{\pi}{3}$ (первая встреча)

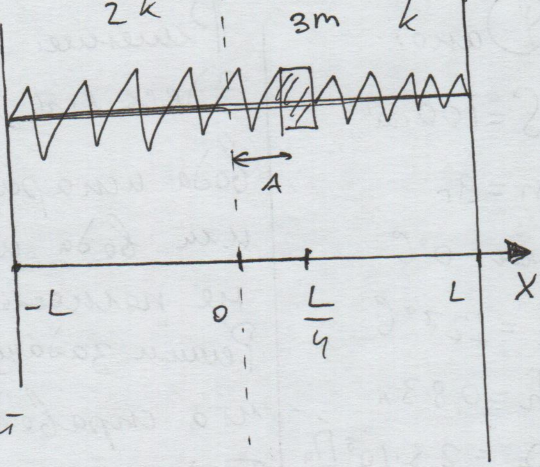
$t_{встр} = \frac{\pi}{3\omega_0}$. Подставим $t_{встр}$ в $\dot{x}_л(t)$ и $\dot{x}_п(t)$

$$\dot{x}_л(t_{встр}) = L\omega_0\sin\left(2\cancel{\omega_0}\cdot\frac{\pi}{3\cancel{\omega_0}}\right) = L\omega_0\sin\frac{2\pi}{3} = \frac{L\omega_0\sqrt{3}}{2}$$

$$\dot{x}_п(t_{встр}) = -\frac{L\omega_0}{2}\sin\left(\cancel{\omega_0}\cdot\frac{\pi}{3\cancel{\omega_0}}\right) = -\frac{L\omega_0}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{L\omega_0\sqrt{3}}{4}$$

По ЗСИ для неупругого удара (пренебрегая за его время действием всех остальных сил):

№ 1.2.3 (~~продолжение~~ конец) ЧИСТОВИК - 3/10



$$m\frac{L\omega_0\sqrt{3}}{2} - 2m\cdot\frac{L\omega_0\sqrt{3}}{4} = 3mv'$$

$$\frac{L\omega_0\sqrt{3}}{2} - \frac{L\omega_0\sqrt{3}}{2} = 3v'$$

$$\underline{v' = 0}$$

Значит у нового тела не будет начальной скорости и оно будет двигаться по закону:

$x' = \frac{L}{4}\cos(\omega' t)$, где t отсчитывается с момента удара, $\omega' = \sqrt{\frac{3k}{3m}} = \sqrt{\frac{k}{m}}$

При таком движении амплитуда равна $\frac{L}{4}$.

$$A = \frac{L}{4} \rightarrow L = 4A = 4\cdot 5\,см = 20\,см$$

+

При этом я учёл, что положение равновесия нового тела совпадает с точкой $x=0$, т.к. там обе пружины недеформированы.

Ответ: ~~A~~ $L = 20\,см$.

№2.9.3.

ЧИСТОВИК-4/10

Дано:

$S = 100\ см^2$

$m = 9\ г$

$t_{нач} = 0°C$

$t = 127°C$

$h = 0{,}83\ м$

$p_н = 2{,}5 \cdot 10^5\ Па$

$p_0 = 10^5\ Па$

$\mu = 18 \cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$

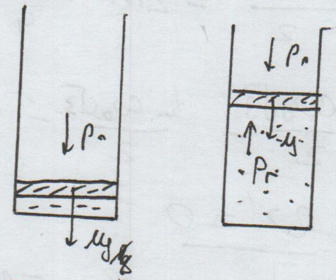
$R = 8{,}3\ \frac{Дж}{моль\,К}$

$g = 10\ м/с^2$

$M - ?$

Решение:

Здесь есть 2 варианта:
вода испарится полностью
или вода испарится
не полностью.



Решим задачу в предположении, что справедлив второй вариант.

Тогда $p_г = p_н$

Уравнение состояния имеет вид:

$$p_н \cdot S \cdot h = \frac{m_п}{\mu} RT$$

(объёмом воды везде пренебрегаем)

$$m_п = \frac{p_н S h \mu}{RT} = \frac{2{,}5 \cdot \cancel{10^5}\ Па \cdot \cancel{10^{-2}}\ м^2 \cdot \cancel{0{,}83}\ м \cdot 18 \cdot \cancel{10^{-3}}\ \frac{кг}{моль}}{\cancel{8{,}3}\ \frac{Дж}{моль\,К} \cdot \cancel{4}00\ К} =$$

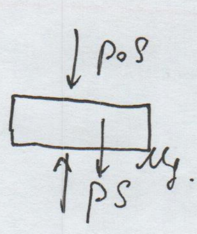
$$= \frac{2{,}5 \cdot 18}{1000}\ кг = \frac{2{,}5 \cdot 4{,}5}{1000}\ кг = 12{,}75\ г$$

Но в сосуде нет столько воды, значит предположение неверное. Испарится вся вода, а значит $m_п = 9\ г$

$$p \cdot Sh = \frac{m_п}{\mu} RT \to p = \frac{m_п RT}{\mu S h} = \frac{9 \cdot \cancel{10^{-3}}\ кг \cdot \cancel{8{,}3}\ \frac{Дж}{моль\,К} \cdot \cancel{4}00\ К}{18 \cdot \cancel{10^{-3}} \cdot 10^{-2}\ м^2 \cdot \cancel{0{,}83}\ м} =$$

$$= 0{,}5 \cdot 10 \cdot 400 \cdot 100\ Па = 2 \cdot 10^5\ Па.$$

Условие равновесия поршня:



$$pS = p_0 S + Mg \to M = \frac{pS - p_0 S}{g}$$

$$M = \frac{2 \cdot 10^5\ Па - 10^5\ Па}{10\ м/с^2} \cdot 10^{-2}\ м^2 = 10^5 \cdot 10^{-3}\ кг = 100\ кг$$

Ответ: $M = 100\ кг$

№3.9.3 (начало

ЧИСТОВИК-5/10

Дано:

$r = 0{,}25$ м

$R = 1$ м

$m = 10^{-3}$ кг

$q = 10^{-6}$ Кл

$E = 10^{3}\ \frac{В}{м}$

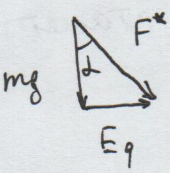
$g = 10\ м/с^2$

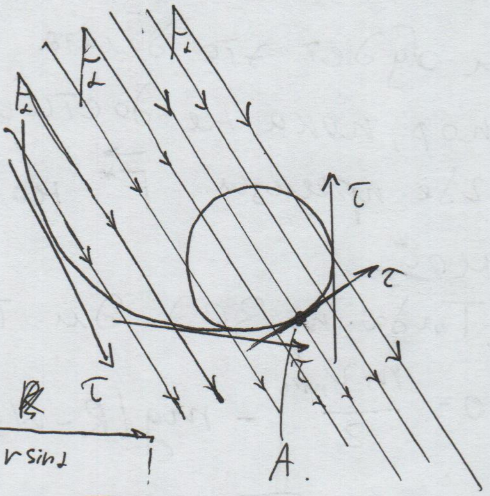
Найти:

$n = \frac{v_{max}}{v_{min}} - 1$

Решение:

Введём направление эффективного ускорения свободного падения (для бусинки)

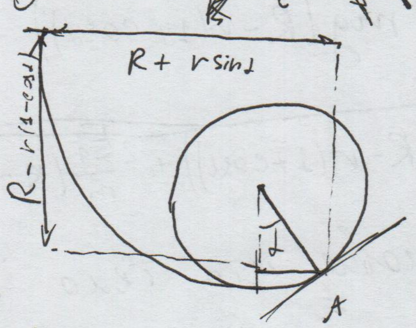




$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{Eq}{mg}$$

$$\sin\alpha = \frac{Eq}{\sqrt{(Eq)^2+(mg)^2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{mg}{\sqrt{(Eq)^2+(mg)^2}}$$



Поначалу эта равнодействующая сила разгоняла бусинку, т.к. её проекция на ось, касательную к траектории положительна.

Она начнёт замедлять бусинку в точке A такой где $F^*_\tau = 0$. Тогда, если принять потенциальную энергию тела вначале равной нулю, потенциальная энергия тела в конце будет равна:

$$-mg(R - r(1-\cos\alpha)) - Eq(R + r\sin\alpha) = E_{п.т.A}$$

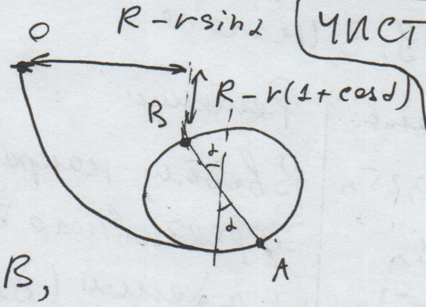
Т.к. никакие другие силы не совершают работы, то по ЗСЭ:

$$0 = \frac{mv_{max}^2}{2} - mg(R - r(1-\cos\alpha)) - Eq(R + r\sin\alpha)$$

$$v_{max} = \sqrt{2g(R - r(1-\cos\alpha)) + \frac{2Eq}{m}(R + r\sin\alpha)}$$

№ 3.9.3 (продолжение)

ЧИСТОВИК - 6/10



После прохождения точки A тело начнёт замедлятся, и будет это делать до тех пор, пока не достигнет точки B, где проекция $\vec{F^*}$ на ось τ вновь станет положительной.

Тогда по ЗСЭ для т. B

$$0 = \frac{m v_{min}^2}{2} - mg(R - r(1+\cos\alpha)) - Eq(R - r\sin\alpha)$$

$$v_{min} = \sqrt{2g(R - r(1+\cos\alpha)) + \frac{2Eq}{m}(R - r\sin\alpha)}$$

Запишем условие, что тело доедет до т. B

$$v_{min} \geq 0 \rightarrow \cancel{2}gR - \cancel{2}gr(1+\cos\alpha) + \frac{\cancel{2}Eq}{m}R - \frac{\cancel{2}Eq}{m} r\sin\alpha \geq 0$$

$$\cancel{k(1+\cos\alpha)} \quad mgr(1+\cos\alpha) + Eqr\sin\alpha \leq R(Eq + mg)$$

$$r \leq \frac{(qE + mg)R}{mg + \frac{(mg)^2}{\sqrt{(Eq)^2 + (mg)^2}} + \frac{(Eq)^2}{\sqrt{(Eq)^2 + (mg)^2}}} = \frac{(qE + mg)R}{mg + \frac{(mg)^2 + (Eq)^2}{\sqrt{(mg)^2 + (Eq)^2}}} \Rightarrow$$

$$r \leq \frac{(qE + mg)R}{mg + \sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}}.$$ Это соотношение выполняется по условию, значит тело точно доедет до т. B.

Тогда

$$n = \frac{v_{max}}{v_{min}} = \sqrt{\frac{2g(R - r(1-\cos\alpha)) + \frac{2Eq}{m}(R + r\sin\alpha)}{2g(R - r(1+\cos\alpha)) + \frac{2Eq}{m}(R - r\sin\alpha)}} =$$

$$= \sqrt{\frac{10\left(1 - 0{,}25 + 0{,}25 \cdot \frac{10^{-2}}{\sqrt{10^{-6} + 10^{-4}}}\right) + \left(1 + 0{,}25 \cdot \frac{10^{-3}}{\sqrt{10^{-4} + 10^{-6}}}\right)}{10\left(1 - 0{,}25 - 0{,}25 \cdot \frac{10^{-2}}{\sqrt{10^{-6} + 10^{-4}}}\right) + \left(1 - 0{,}25 \cdot \frac{10^{-3}}{\sqrt{10^{-4} + 10^{-6}}}\right)}} \approx$$

ЧИСТОВИК -

$-7/10$

№ 3.93 (конец)

$\sqrt{10^{-4}+10^{-6}} \approx \sqrt{10^{-4}} = 10^{-2}$

Тогда $n = \sqrt{\frac{10(0{,}75+0{,}25)+(1+0{,}025)}{10(0{,}75-0{,}25)+(1-0{,}025)}} \approx$

$\approx \sqrt{\frac{10\cdot 1+1}{10\cdot 0{,}5+1}} = \sqrt{\frac{11}{6}}$

Ответ: $n = \sqrt{\frac{11}{6}}$

№ 4.5.3.

Дано:

$D = 5$ дптр

$\Gamma > 1$

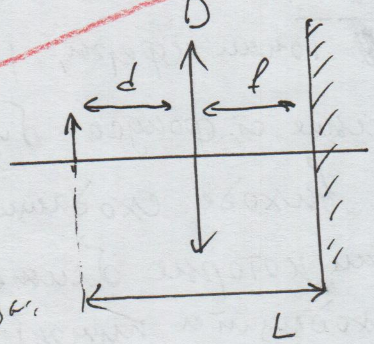
$L = 1$ м

$\Gamma - ?$

Решение:

Известно, что

$L = d + f$, $\to f = L - d$



По формуле тонкой линзы:

$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = D$ +

$\frac{1}{d} + \frac{1}{L-d} = D \quad \Big| \cdot d(L-d)$

$L - \cancel{d} + \cancel{d} = Dd(L-d)$

$d^2 \cdot D - dDL + L = 0$

Подставим числа и решим уравнение:

$5d^2 - 5d + 1 = 0$

$\mathcal{D} = 25 - 20 = 5$

$\Gamma = \frac{f}{d}$ +

$d_1 = \frac{5-\sqrt{5}}{10} \to f_1 = 1 - \frac{5-\sqrt{5}}{10} = \frac{5+\sqrt{5}}{10} \to \Gamma_1 = \frac{5+\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}} > 1$, подходит по условию

$d_2 = \frac{5+\sqrt{5}}{10} \to f_2 = \frac{5-\sqrt{5}}{10} \to \Gamma_2 = \frac{5-\sqrt{5}}{5+\sqrt{5}} < 1$, не подходит

Тогда правильный $\Gamma = \Gamma_1$

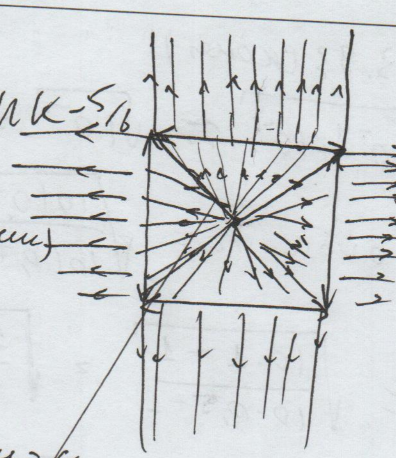
Ответ: $\Gamma = \frac{5+\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}}$. +

№5.3.3

~~ЧИСТОВИК~~

ЧЕРНОВИК-5%

Дано:	Решение:
$2a = 9$ см	
Найти:	
$R - ?$	

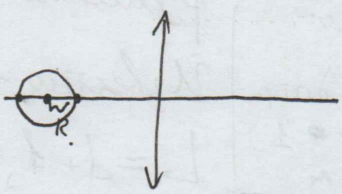


Как видно из рисунка, при $R \to 0$ (точечный источник) все лучи по выходу из линз идут параллельно,

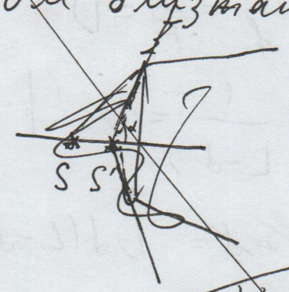
т.к. $d = F$ для каждой линзы.

Рассмотрим, что произойдёт при увеличении размеров источника.

1) Точки сферы, расположенные дальше от фокуса будут создавать на выходе сходящиеся пучок, а точки, которые ближе к фокусу, будут давать расходящиеся пучок.



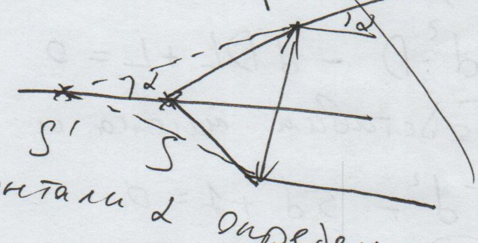
Если сфера имеет радиус R, то для ближайшей точки $d = a - R$



Тогда $\frac{1}{a-R} + \frac{1}{f} = \frac{1}{a}$.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a-R} = \frac{a-R-a}{a(a-R)}$$

$$|f| = \frac{a}{R}(a-R)$$



угол отклонения луча от горизонтали α определится так:

$$tg\alpha = \frac{a}{|f|}$$

$$tg\alpha = \frac{\cancel{a}}{\frac{\cancel{a}}{R}(a-R)} = \frac{R}{a-R}$$

ЧИСТОВИК - 8/10

№5.33

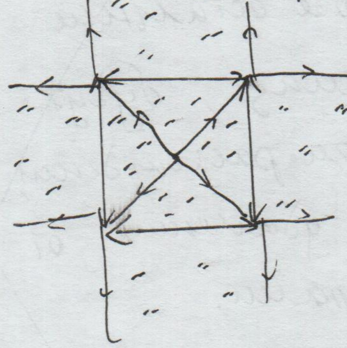
Дано:
$2a = 9$ см.

Найти:
R - ?

Решение:

1) Нетрудно заметить, что в случае точечного источника, находящегося ~~на~~ в фокусе каждой из линз, наружу выйдет четыре параллельных пучка света.

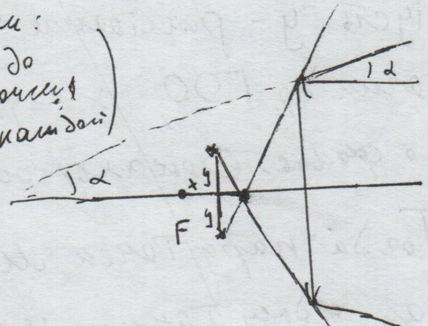
рис. 1



2) Возьмём на сфере радиуса R две точки на одной прямой, параллельной плоскости линзы. Рассматривая крайние лучи, можно увидеть, что два источника можно заменить на один источник:

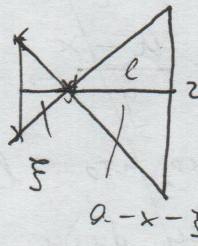
$$\frac{\xi}{\cancel{x}y} = \frac{a-x-\xi}{\cancel{2}a}$$

(x - расстояние от фокуса до прямой, соединяющей точки; y - расстояние от ГОО до каждой из точек)



$$\cancel{a}\xi = ay - yx - y\xi$$

$$\xi = \frac{ay - yx}{a+y} = y\frac{a-x}{a+y}$$ - такое будет расстояние до него от плоскости тех двух источников.



$$l = a - x - y\frac{a-x}{a+y} = \frac{(a-x)(a+y) - ya + yx}{a+y} =$$

$$= \frac{a^2 + \cancel{ay} - ax - \cancel{xy} - \cancel{ya} + \cancel{yx}}{a+y} = a\frac{a-x}{a+y}$$ - такое будет расстояние от него до линзы.

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{a\frac{a-x}{a+y}} + \frac{1}{f} = \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a\frac{a-x}{a+y}}$$

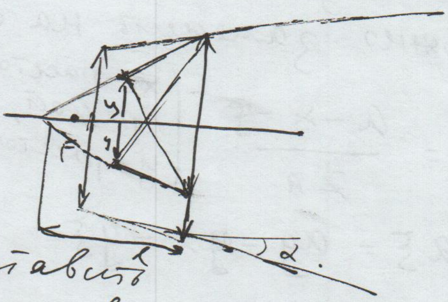
№5.33 (продолжение) ЧЕРНОВИК – 6/6

При $\alpha = 45°$ ~~лучи~~ пучки создаваемые смежными линзами, соединятся.

$$\frac{R}{a-R} = 1 \to a - R = R \to R = \frac{a}{2}.$$

2) все остальные точки (каждая из точек отдельно), кроме ближайшей к линзе, будут создавать пучок с меньшим углом расхождения, однако они будут находиться на удалении от ГОО и будут существовать парами.

Пусть y – расстояние от точки до ГОО, x – расстояние до ~~фокал.~~ фокальной пл-ти.



Тогда пару точек можно представить как одну точку на расстоянии l от пл-ти линзы.

$$\frac{l}{a} = \frac{a-x}{y} \to l = \frac{a}{y}(a-x).$$

Видно, что $l > (a-x)$, значит все остальные точки будут создавать пучок менее расходящийся, чем создаёт крайняя точка.

Тогда условие определяется только крайней точкой для каждой линзы.

Ответ: $R = \frac{a}{2} = \frac{9}{4}$ см $= 2{,}25$ см.

N 5.3.3 ЧИСТОВИК - 9/10

$$\frac{1}{f} = \frac{\cancel{a} - x - \cancel{a} - y}{a(a-x)} = -\frac{x+y}{a(a-x)}$$

$$|f| = a\,\frac{a-x}{x+y}.$$

угол расхождения лучей будет определяться так

$$tg\,\alpha = \frac{a}{|f|} = \frac{a}{a\,\frac{a-x}{x+y}} = \frac{x+y}{a-x}$$

Вспомним, что $x^2+y^2=R^2$

$$y=\sqrt{R^2-x^2}$$

$$tg\,\alpha = \frac{x+\sqrt{R^2-x^2}}{a-x} = 1 \to \cancel{x+\sqrt{R^2-x^2}} = a-x$$

$\cancel{2x = a}$ $a - 2x = \sqrt{R^2-x^2}$

~~Найдем максимум этой функции:~~ $R^2 - \cancel{x^2} = (a^2 - 4ax + 4x^2)$ $5x^2$

$\cancel{\left(\frac{x+\sqrt{R^2-x^2}}{a-x}\right)'=0}$ Чтобы заполнить всю плоскость, должно быть $\alpha = 45°$, $tg\,\alpha = 1$

$\cancel{\left(1+\frac{1}{2}(R^2-x^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot(-2x)\right)(a-x) + 1(x+\sqrt{R^2-x^2}) = 0}$

$\cancel{\left(1-\frac{x}{\sqrt{R^2-x^2}}\right)(a-x)+(x+\sqrt{R^2-x^2})=0}$

~~Из этого выражения видно, что нужно максимизировать x, чтобы максимизировать α.~~

~~Значит нужно рассматривать самую ближнюю к линзе точку сферы.~~

N 5.33.

ЧИСТОВИК - 10/10

$x+\sqrt{R^2-x^2}=a-x$

$a-2x=\sqrt{R^2-x^2}$

$a^2-4ax+4x^2=R^2-x^2$

$5x^2-4ax+a^2-R^2=0$

$D=16a^2-4\cdot5(a^2-R^2)$

При $D>0$, будет две таких ~~точки~~ пара точек, но нам хватит и одной

+

$16a^2-4\cdot5(a^2-R^2)=0$

$16a^2-20a^2+20R^2=0$

$20R^2=4a^2$

$R^2=\frac{a^2}{5}$

$\boxed{R=\frac{a}{\sqrt{5}}}$

При таком R найдётся пара точек, дающая угол расхождения лучей.

При $R>\frac{a}{\sqrt{5}}$, такая пара будет уже не одна

Ответ: $R=\frac{a}{\sqrt{5}}=\frac{9}{2\sqrt{5}}$ см $=\frac{9\sqrt{5}}{10}=0{,}9\sqrt{5}$ см

ЧЕРНОВИК-3

1/6

$v_л = +\frac{L}{2}\cdot\omega_л\cdot\sin\omega_л t$

$v_п = -\frac{L}{2}\omega_п \sin\omega_п t$

$v_л\left(\frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{2m}{k}}\right) = \frac{L}{2}\sqrt{\frac{2k}{m}}\sin\frac{2\pi}{3} = \frac{L}{2}\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}L}{4}\sqrt{\frac{2k}{m}} = \frac{\sqrt{3}L}{2}\sqrt{\frac{k}{2m}}$

$v_п\left(\frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{2m}{k}}\right) = -\frac{L}{2}\sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{L}{2}\sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}L}{4}\sqrt{\frac{k}{2m}}$

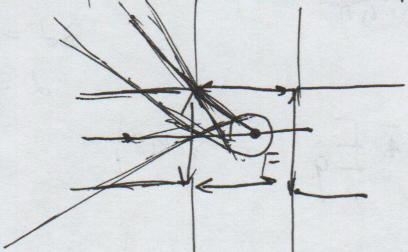
ЗСИ:

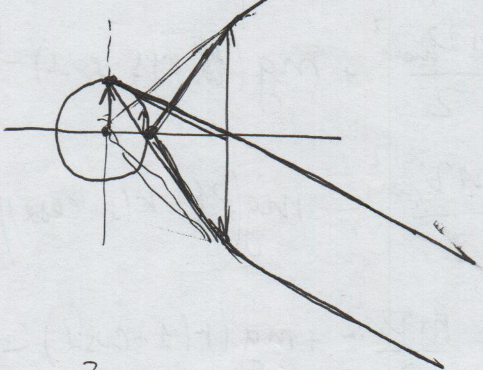
$\cancel{m\cdot\frac{\sqrt{3}L}{2}\sqrt{\frac{k}{2m}}} - 2m\frac{\sqrt{3}L}{4}\sqrt{\frac{k}{2m}} =$

$m\frac{\sqrt{3}L}{2}\sqrt{\frac{k}{2m}} - 2m\frac{\sqrt{3}L}{4}\sqrt{\frac{k}{2m}} = 3mv'$

$3mv' = 0 \qquad v' = 0$ ✓

$x' = \frac{L}{4}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) \qquad A = \frac{L}{4} \rightarrow L = 4A = \boxed{20\ см}$

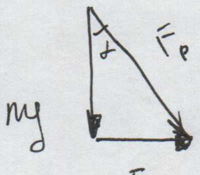




$\frac{1}{\frac{F}{2}} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$

$\frac{F}{2}$

$\frac{1}{d} + \frac{1}{F} = \frac{1}{F} \qquad \frac{1}{d} = \frac{2}{F} \rightarrow d = \frac{F}{2}$

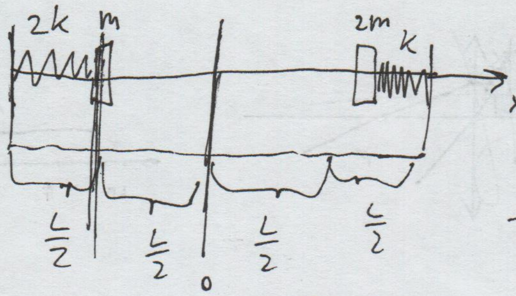


$tg\alpha = \frac{10^3\cdot10^{-6}}{10^{-3}\cdot10} = \frac{10^{-3}}{10^{-3}\cdot10} = 0{,}1$

$\alpha \approx 0{,}1$ рад. $\qquad \alpha = arctg\,0{,}1$

ЧЕРНОВИК-2

6



$ma = -kx$

$m\ddot{x} = -kx$

$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ $\quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$\omega = \sqrt{\frac{k_0}{m_0}}$

$x_0 = \frac{L}{2}$

$x_л = -\frac{L}{2}\cos\omega_л t$

$x_п = \frac{L}{2}\cos\omega_п t$

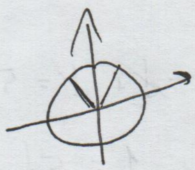
$-\frac{L}{2}\cos\omega_л t = \frac{L}{2}\cos\omega_п t$

$\omega_п = \sqrt{\frac{k}{2m}}$

$-\cos\omega_л t = \cos\omega_п t$

$\omega_л = \sqrt{\frac{2k}{m}}$

$\omega_п t = \pi - \omega_л t$



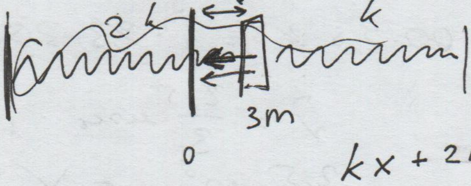
$\sqrt{\frac{k}{2m}}\, t = \pi - \sqrt{\frac{2k}{m}}\, t$

$\pi = t\left(\sqrt{\frac{k}{2m}} + \sqrt{\frac{2k}{m}}\right) = t\left(\sqrt{\frac{k}{2m}} + \sqrt{\frac{4k}{2m}}\right) = t\left(\sqrt{\frac{k}{2m}} + 2\sqrt{\frac{k}{2m}}\right) = 3t\sqrt{\frac{k}{2m}}$

$t = \frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{2m}{k}}$

$x_л = -\frac{L}{2}\cos\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot\frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{2m}{k}} = -\frac{L}{2}\cos\frac{2\pi}{3} = \frac{L}{2}\cos\frac{\pi}{3} = \frac{L}{4}$

$x_п = \frac{L}{2}\cos\sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot\frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{2m}{k}} = \frac{L}{4}$



П.Р. – 0.

$kx + 2kx = -3m\ddot{x}$

$2kx_0$ $\quad 3m\ddot{x} + 3kx = 0$

$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ $\quad \omega' = \sqrt{\frac{k}{m}}$