0 296053 710007

29-60-53-71
(47.3)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Кулагина Сергея Викторовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

15-22 Работа сдана Один н.И.

Дата

«5» марта 2023 года

Подпись участника

ЧИСТОВИК

Задача 1.2.1

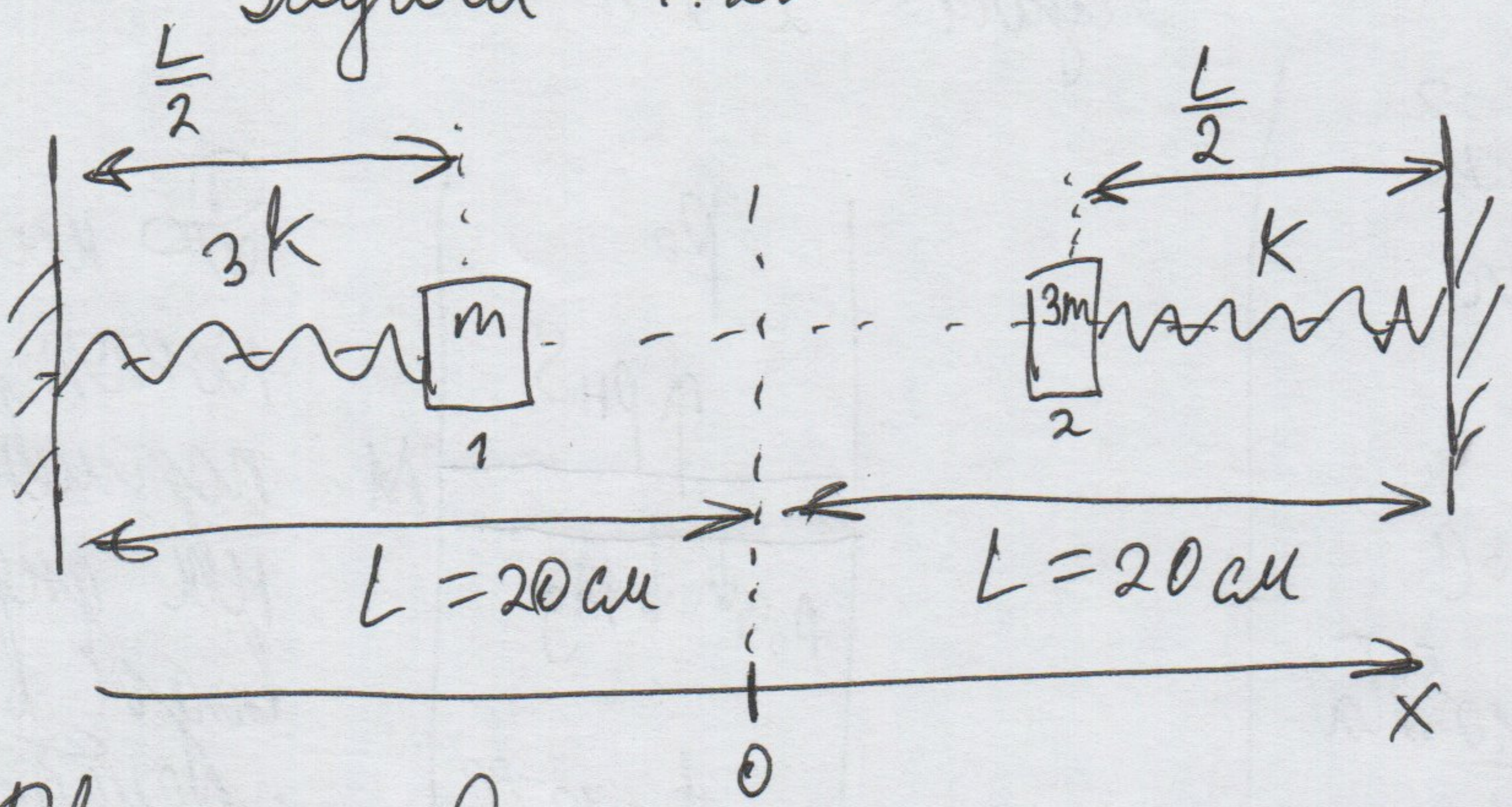
$L = 20$ см

$3k, m$

$k, 3m,$

$\frac{L}{2}$

$A_{сл}$ - ?



Введем ось Ox

2 з-н Ньют. для груза ~~массы~~ массой m: $-3kx_л = m\ddot{x}_л$, $x_л$ - коорд. груза массой m

$\ddot{x}_л + \frac{3k}{m}x_л = 0$

решение этого уравн. предст. в виде $x_л = A_1\cos(\omega_1 t)$

$\omega_1^2 = \frac{3k}{m}$ $\omega_1 = \sqrt{\frac{3k}{m}}$

$t = 0$:

$A_1 = -\frac{L}{2}$

$x_л = -\frac{L}{2}\cos\left(\sqrt{\frac{3k}{m}}t\right)$

2 з-н Ньют. для груза массой $3m$: $-kx_п = 3m\ddot{x}_п$,

$x_п$ - коорд. груза массой $3m$

$\ddot{x}_п + \frac{k}{3m}x_п = 0$ решение этого уравн. предст. в виде $x_п = A_2\cos(\omega_2 t)$

$\omega_2^2 = \frac{k}{3m}$ $\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{3m}}$ $t = 0$: $A_2 = \frac{L}{2}$

$x_п = \frac{L}{2}\cos(\omega_2 t) = \frac{L}{2}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{3m}}t\right)$

Грузы столкнутся и слипнутся, когда $x_л = x_п$

$\frac{L}{2}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{3m}}t\right) = -\frac{L}{2}\cos\left(\sqrt{\frac{3k}{m}}t\right)$

$\cos\left(\sqrt{\frac{k}{3m}}t\right) = \cos\left(\pi - \sqrt{\frac{3k}{m}}t\right)$

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{\frac{k}{3m}}t = \pi - \sqrt{\frac{3k}{m}}t + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{\frac{k}{3m}}t = \sqrt{\frac{3k}{m}}t - \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} t = \frac{\pi + 2\pi n}{\sqrt{\frac{k}{m}}\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}\right)}, n \in \mathbb{Z} \\ t = \frac{\pi - 2\pi k}{\sqrt{\frac{k}{m}}\left(\sqrt{3} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right)}, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

Т.к. мы ищем t_{min}, то из совокупности видно, что $t_{min} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}\right)} = \frac{\sqrt{3}\pi}{4\sqrt{\frac{k}{m}}} = \frac{\sqrt{3}}{4}\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

см. продолжение реш.

Задача	1	2	3	4	5	Σ
Балл	20	20	17	6	13	76
Подпись						

76 - Семьдесят шесть

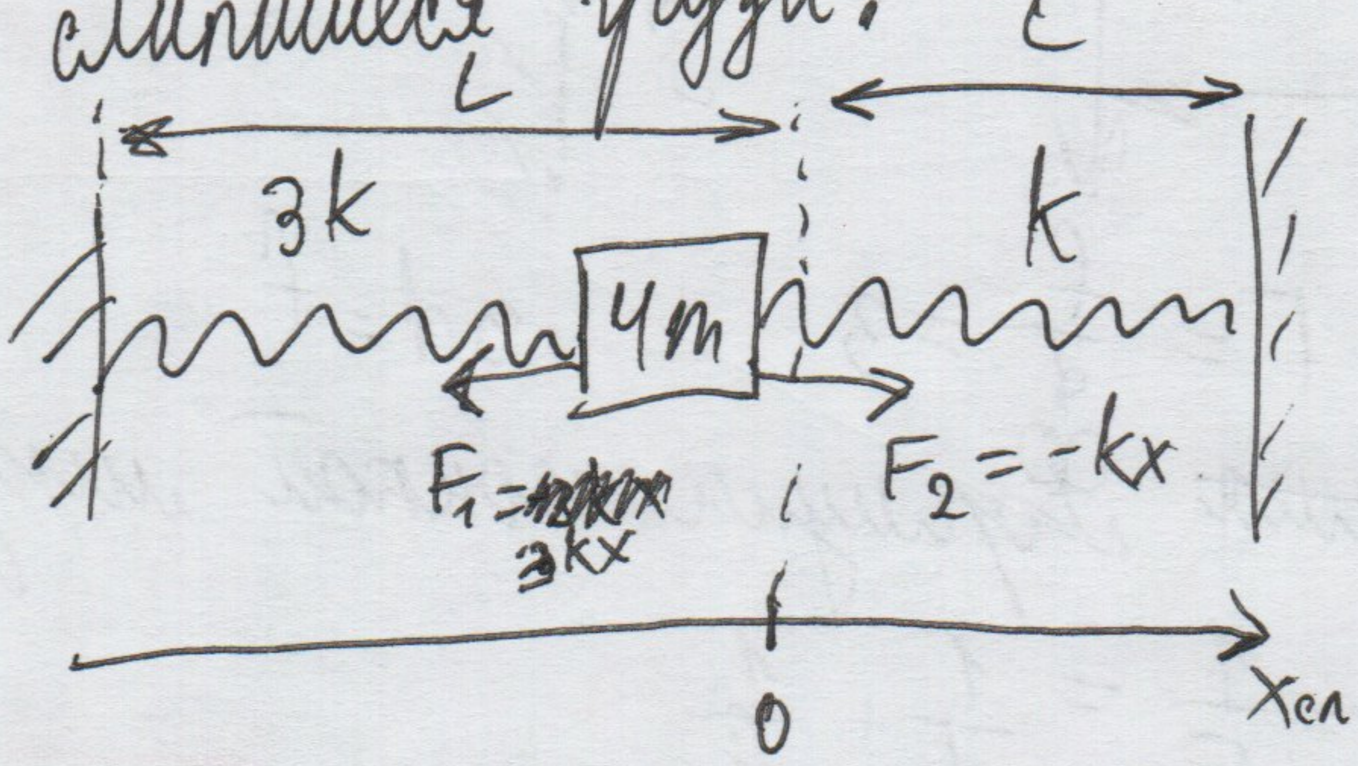
Чистовик

Задача 1.2.1 (прод.)

$0 = 4mv$

$v = 0$

Рассмотрим, как будут двигаться слипшиеся грузы:



$$4m\ddot{x}_{сл} = -kx_{сл} - 3kx_{сл}$$

$$4m\ddot{x}_{сл} = -4kx_{сл}$$

$$\ddot{x}_{сл} + \frac{k}{m}x_{сл} = 0$$

Реш. этого уравн. предст. в виде $x_{сл} = A\cos(\omega t + \varphi)$

$$\dot{x}_{сл} = -A\sin(\omega t + \varphi)$$

Рассм. мом. врем. t_1, когда скор. груза $4m$ равна 0:

$$-A\sin(\omega t_1 + \varphi) = 0$$

$$\sin(\omega t_1 + \varphi) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l}\cos(\omega t_1 + \varphi) = 1\\ \cos(\omega t_1 + \varphi) = -1\end{array}\right.$$

Тогда становится ясно, что в мом. врем., когда скор. груза $4m$ обращ. в 0, расст. от груза $4m$ до нач. коорд. будет по модулю равно амплитуде:

$$x_{сл} = A\sin(\omega t_1 + \varphi) = A$$

Тогда, т.к. после слипания грузов $3m$ и m груз $4m$ имеет нулевую скор. $v = 0$ (по реш.), то

$$x_{сл} = x_л = x_п = -\frac{L}{2}\cos\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} \cdot t_{min}\right) = -\frac{L}{2}\cos\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\right) =$$

$$= -\frac{L}{2}\cos\left(\frac{3}{4}\pi\right) = -\frac{L}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$A = |x_{сл}| = \frac{\sqrt{2}}{4}L = 5\sqrt{2}\ см \approx 7{,}1\ см$$

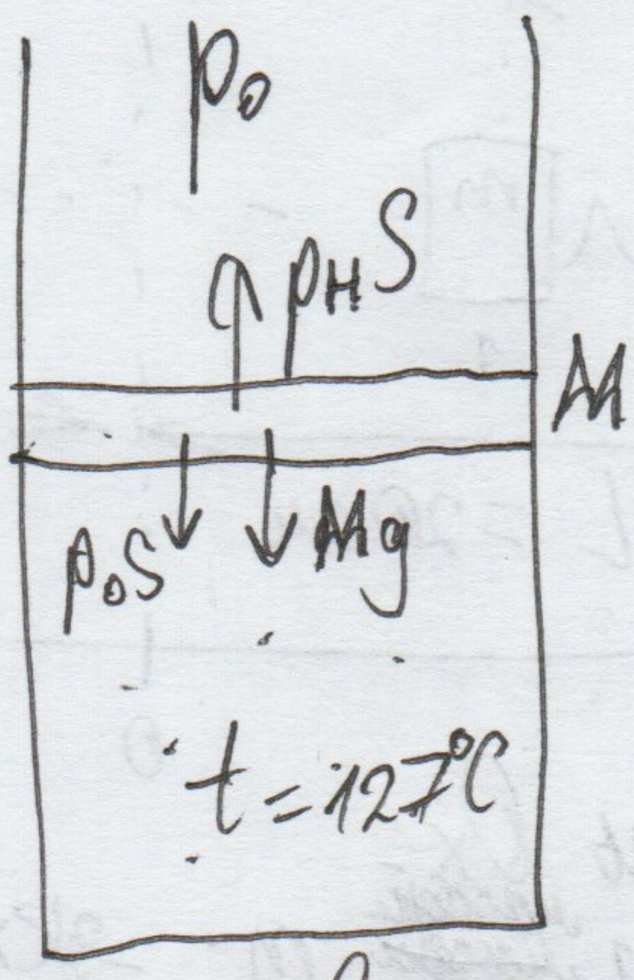
Ответ: $A = \frac{\sqrt{2}}{4}L = 5\sqrt{2}\ см \approx 7{,}1\ см$

Чистовик

Задача 2.9.1

$S = 100\,см^2$
$M = 100\,кг$
$m = 9\,г$
$T_Н = 0^\circ C$
$t = 127^\circ C$
$p_Н = 2{,}5 \cdot 10^5\,Па$
$p_0 = 10^5\,Па$
$\mu = 18 \cdot 10^{-3}\,\frac{кг}{моль}$
$R = 8{,}3\,\frac{Дж}{моль \cdot К}$
$g = 10\,\frac{м}{с^2}$

$h - ?$



До нагрева конструкции поршень лежал на дне (высотой воды в начале можно пренебречь). Сделаем предположение, что после нагрева часть воды перейдет в пар, при этом пар будет насыщенным. Запишем 2 з-н Ньютона для поршня: $p_0 S + Mg = p_Н S$

~~Тогда~~ из уравн. $\cancel{p_Н = p_0 + \frac{Mg}{S} = 2 \cdot 10^5 < 2{,}5 \cdot 10^5}$

Тогда из уравн. $p_Н = p_0 + \frac{Mg}{S} = 2 \cdot 10^5\,Па < 2{,}5 \cdot 10^5\,Па \Rightarrow$
$\Rightarrow$ предположение неверно, пар будет ненасыщенным $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ вся вода испарится

~~Тогда в новом~~ Тогда 2 з-н Ньют. для поршня примет вид

$$p_0 S + Mg = p_п S$$

Ур. Менд-Кл.: $p_п h S = \frac{m}{\mu} R t$, где t - темп. в Кельв.

$$p_0 S + Mg = \frac{mRt}{\mu h}$$

$$h = \frac{mRt}{\mu(p_0 S + Mg)} = \frac{9 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}3 \cdot 400}{18 \cdot 10^{-3}(2 \cdot 10^3)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{200 \cdot 8{,}3}{10^3} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 8{,}3}{10}\,м = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 8{,}3 \cdot 10\,см = 83\,см$$

Ответ: $h = 83\,см$.

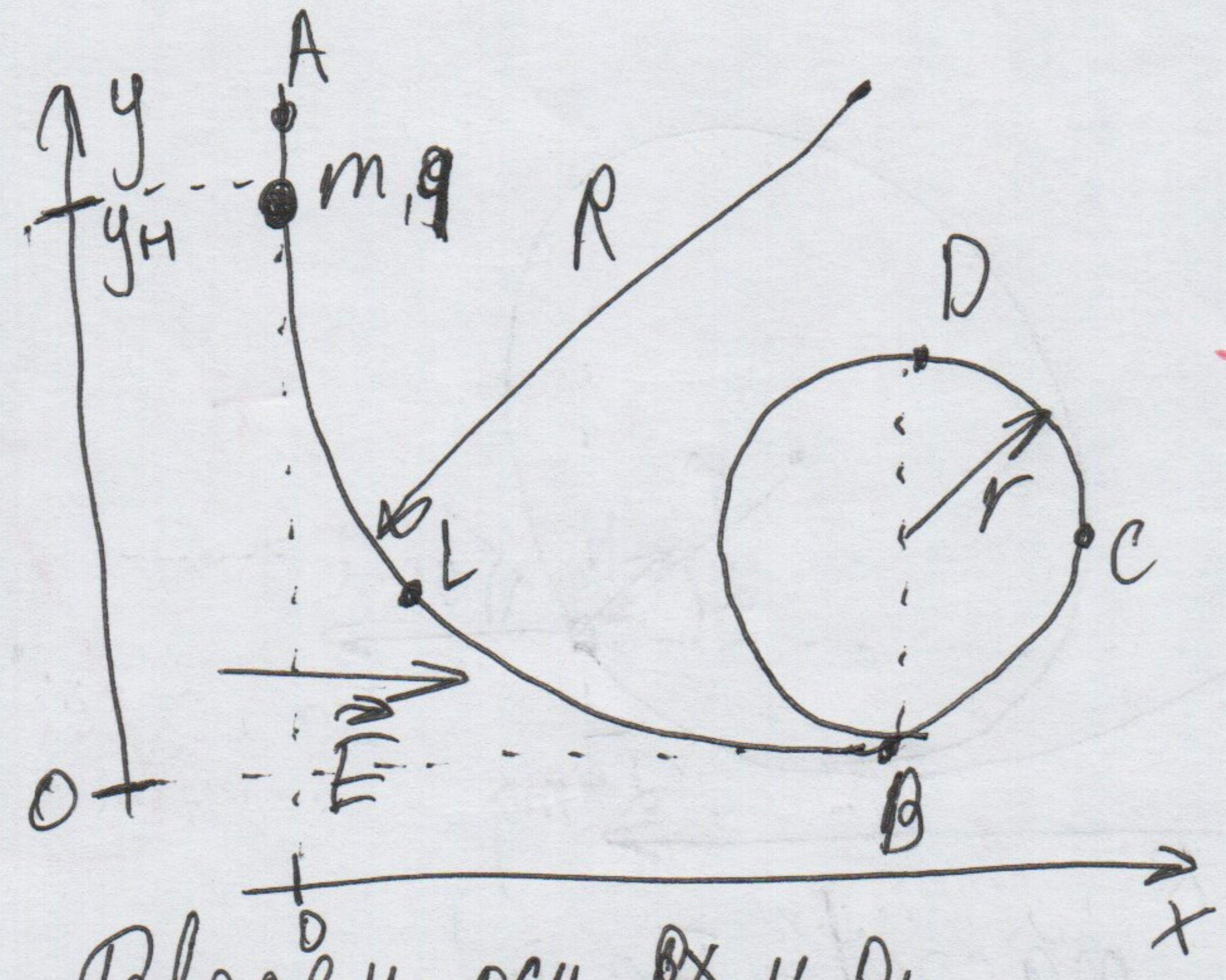
29-60-53-71 (47.3)

Чистовик

Задача 3.9.1

$R = 1м$
$r = 0{,}25 м$
$m = 1г$
$q = 10^{-6} Кл$
$E = 10^3 \frac{В}{м}$
$g = 10 \frac{м}{с^2}$

v_{max} - ?



Введем оси Ox и Oy.

Запишем ЗСЭ:

$$\cancel{mgy_н = mgy}$$

$$mg(y - y_н) + \frac{mv^2}{2} = Eqx$$

$$\frac{mv^2}{2} = Eqx + mgy_н - mgy$$

Из этого уравнения следует тот факт, что для макс. скор. бусинки необходимо максимизировать x и минимизировать y ⇒ максимальная скор. бусинки будет на правой полуокружности кольцевого витка (на ~~р~~ рисунке он обозначен как дуга BCD), т.к. на левой полуокружности кольц. витка при ~~тех~~ тех же значениях y значение x будет меньше. На четверти окружн. ~~ради~~ радиусом R (дуги ALB) скор. бусинки будет все время увеличиваться, поэтому макс. скор. бусинки будет достигаться не на дуге ALB.

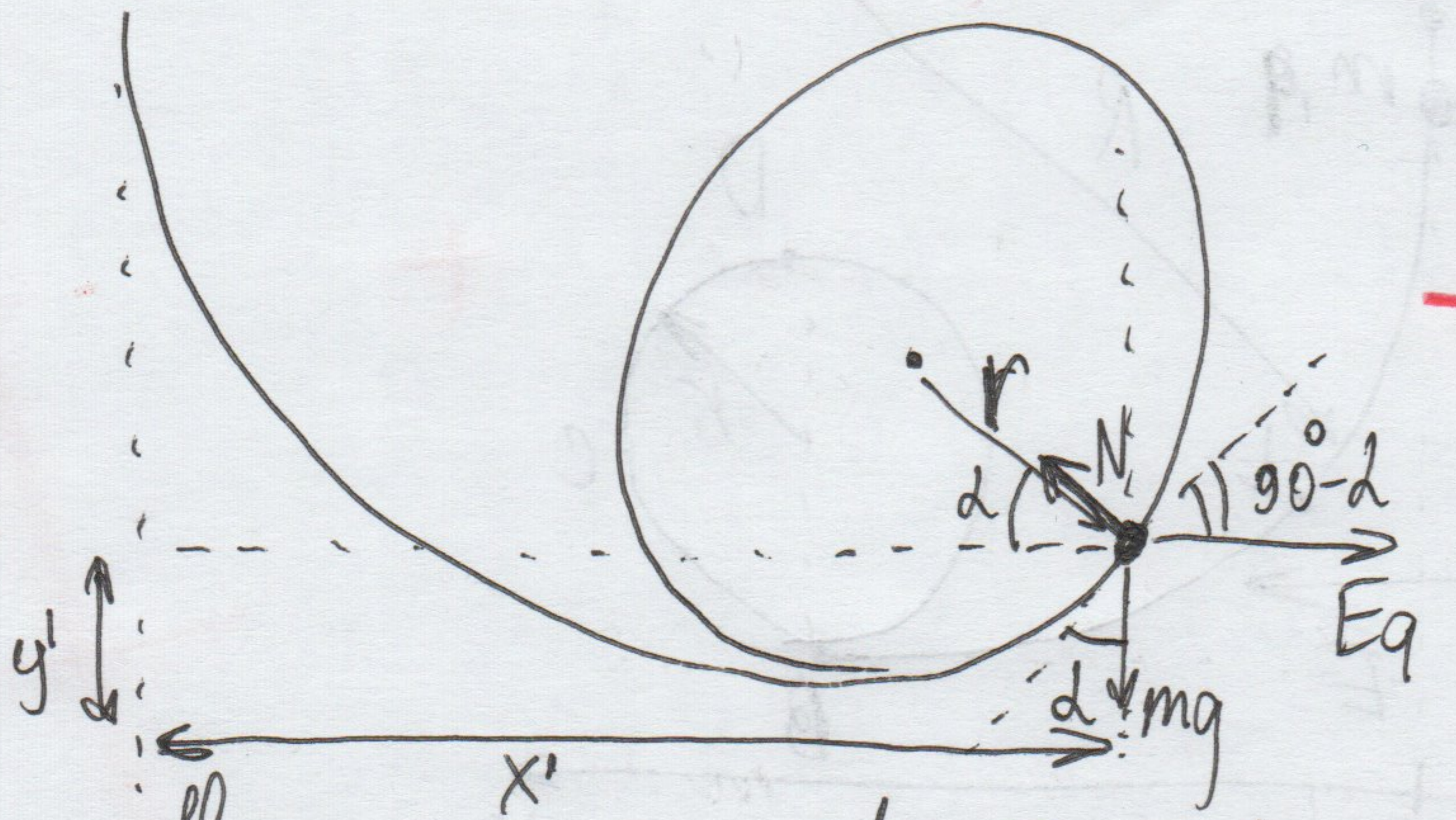
Тогда рассм. момент врем., ~~когда силы действующ. на бусинку в ~~на~~ проекции на напр. ее скор. будут 0~~

когда сумма проекций сил, действ. на бусинку, на напр. движ. бусинки, будут равна 0.

см. след. стран.

Чистовик

Задача 3.9.1 (прод.)



2 з-н Ньют. для бус.: $mg\cos\alpha = Eq\sin\alpha$

$$tg\,\alpha = \frac{mg}{Eq} = \frac{10^{-3}\cdot 10}{10^{3}\cdot 10^{-6}} = 10$$

$tg\,\alpha = \frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{tg^2\alpha + 1} = \frac{1}{101}$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{101}}$$

$$\sin\alpha = \frac{10}{\sqrt{101}}$$

$$x' = R + r\cos\alpha$$

$$y' = r - r\sin\alpha = r(1-\sin\alpha)$$

ЗСЭ примет вид:

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = EqR + Eqr\cos\alpha + mgR - mgr(1-\sin\alpha)$$

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = 10^{3}\cdot 10^{-6} + 10^{3}\cdot 10^{-6}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt{101}} + 10^{-3}\cdot 10 - 10^{-3}\cdot 10\cdot\frac{1}{4} +$$

$$+ 10^{-3}\cdot 10\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{10}{\sqrt{101}} = 10^{-3}\cdot\frac{1}{4\sqrt{101}\cdot 10^{3}} + 10^{-2} - \frac{1}{400} + \frac{1}{40\sqrt{101}}$$

~~$\frac{mv_{max}^2}{2}$~~

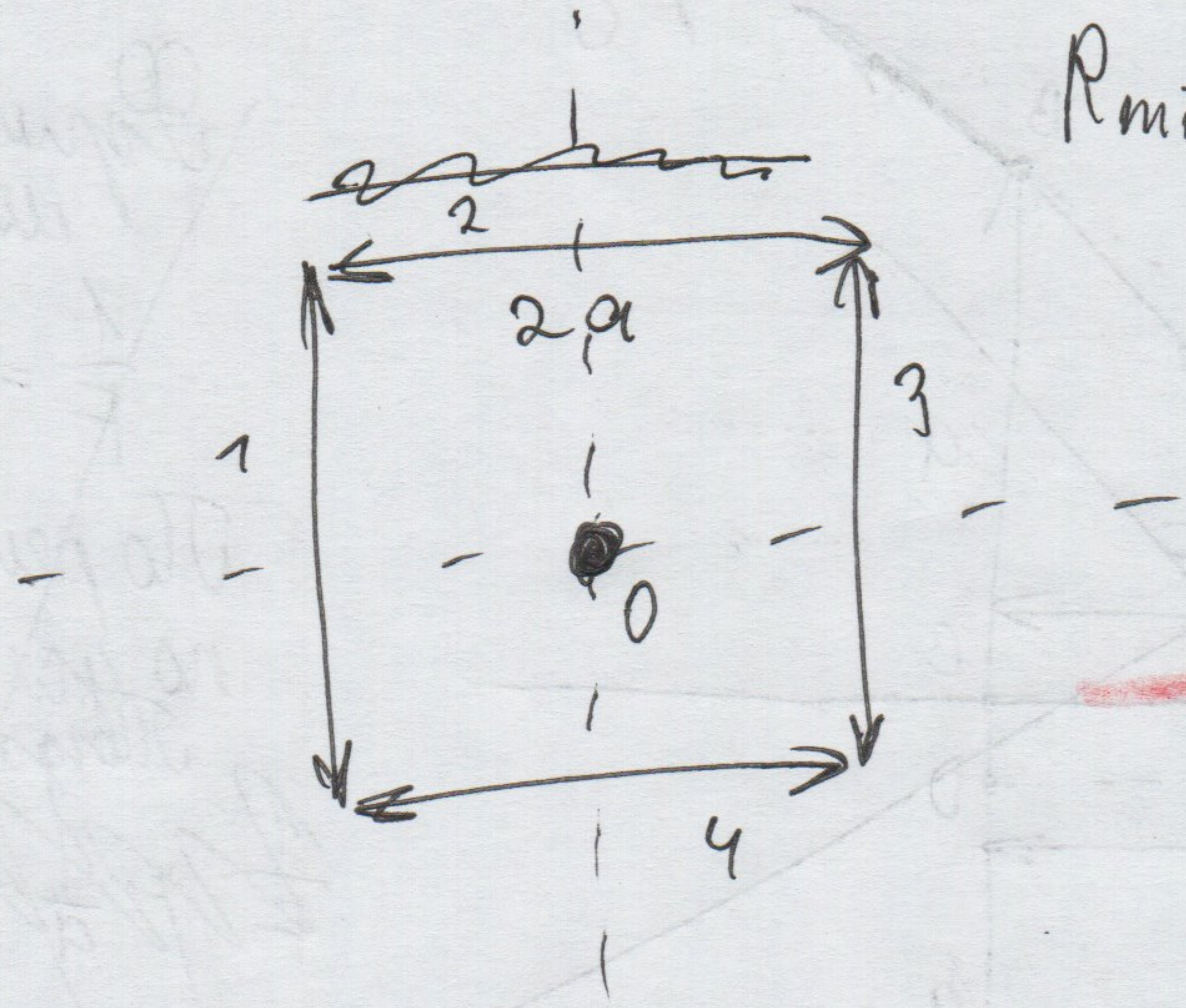
Ответ: $v_{max} = \sqrt{2000\left(10^{-3}\cdot\frac{1}{4\sqrt{101}\cdot 10^{3}} + 10^{-2} - \frac{1}{400} + \frac{1}{40\sqrt{101}}\right)}$ м

Задача 5.3.1 Чистовик

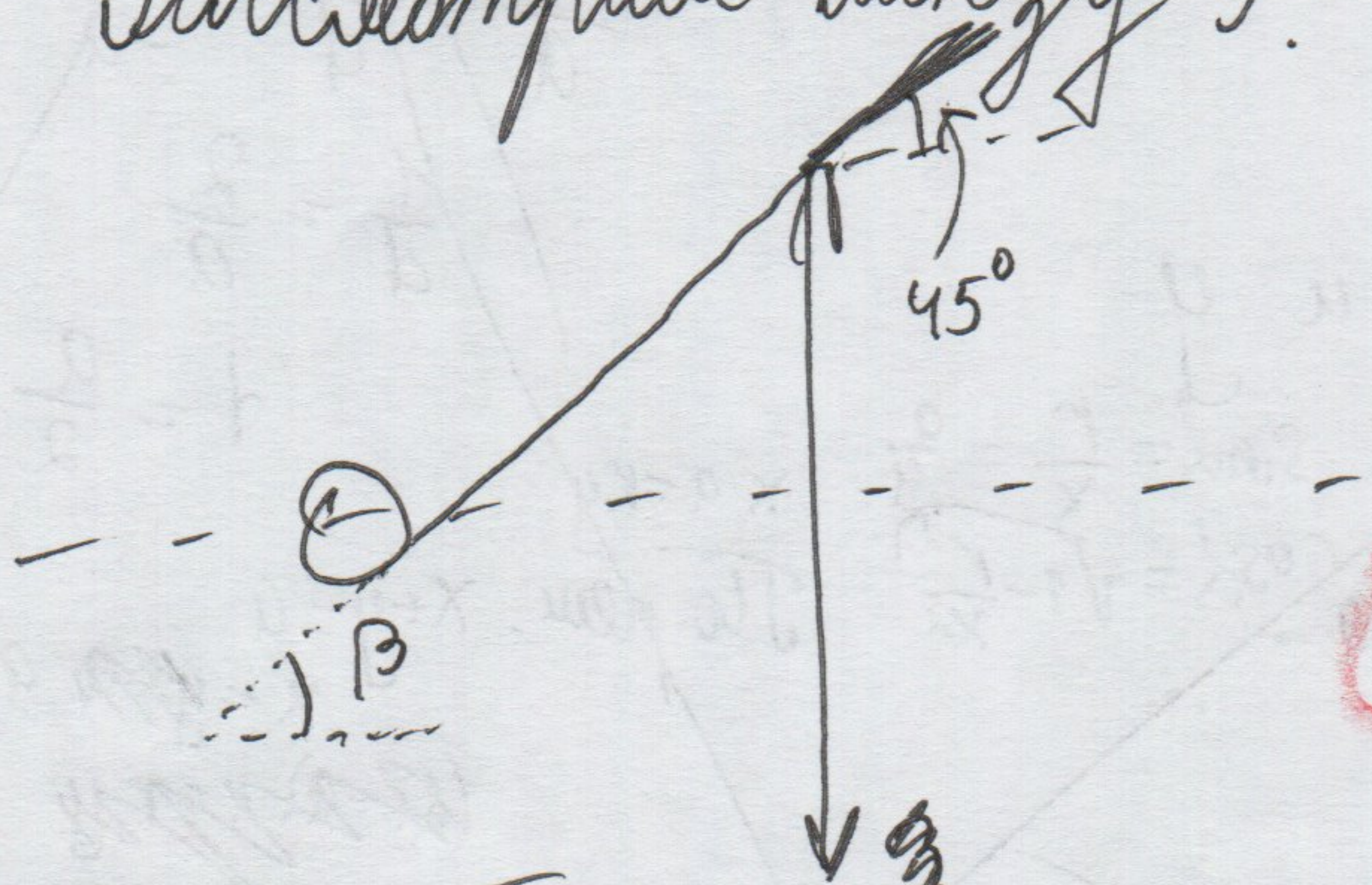
$2a = 4{,}5$ см

R_{min} — ?

$R_{min} = r_{min}$



Рассмотрим линзу 3.



Т.к. необходимо найти мин. радиус источника света, при кот. сист. будет излуч. свет по всем направл., то необходимо, чтобы луч, который падает на край линзы 3 под бо́льшим углом к линзе 3 после преломления составлял угол 45° к ~~нормали по~~ главной оптической оси линзы 3. Угла 45° достаточно, т.к. оптическая система симметрична относительно ~~всех~~ главных оптич. осей всех линз.

Ясно, что угол β максим., когда луч является касательной к источнику света.

см. прод. реш.

29-60-53-71 (47.3)

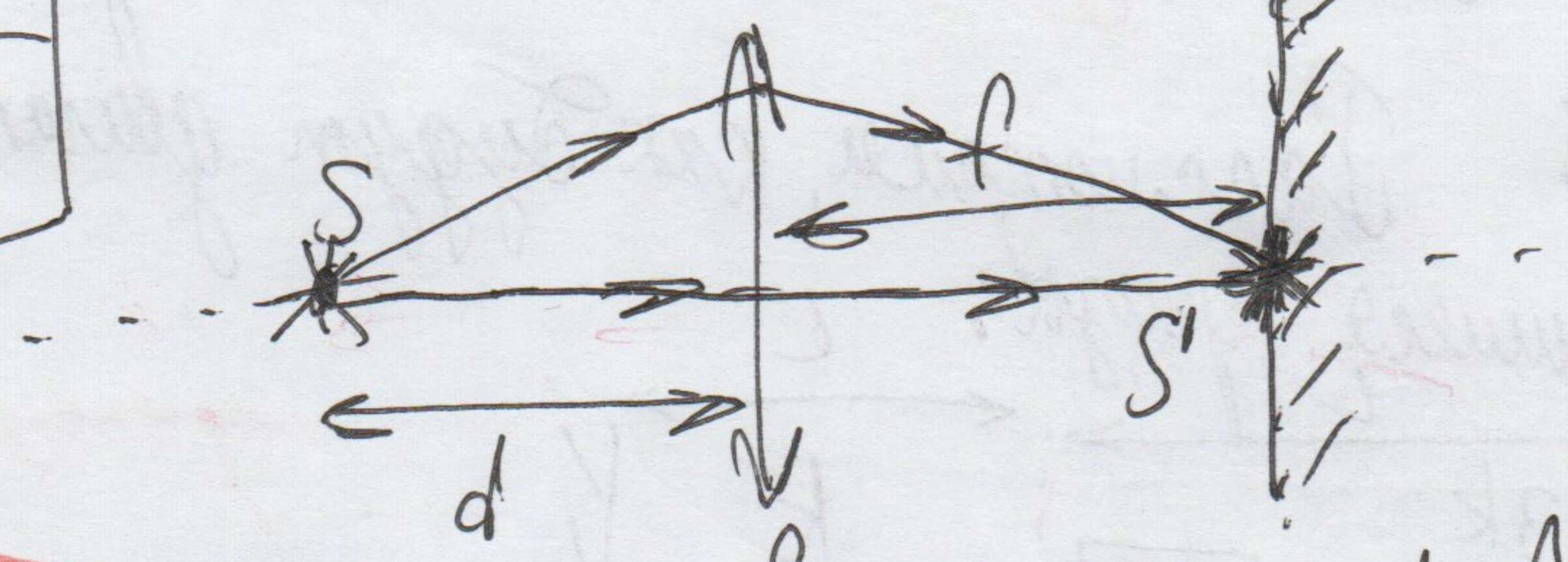
Чистовик

Задача 4.5.1

$\Gamma = 3$
$L = 80$ см
$D = ?$

$D = \frac{1}{F}$

невозможно сравнивать увеличения точки



$\Gamma = \frac{f}{d} = 3 \qquad 3d = f$

~~Форма~~ Формула тонкой линзы:

$D = \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$ +

по усл. $L = f + d = 80$ см

$3d + d = 80$ см

$d = 20$ см $= 0{,}2$ м

$f = 80 - d = 80 - 20 = 60$ см $= 0{,}6$ м

~~$D = \frac{1}{20} + \frac{1}{60} = \frac{3}{60} + \frac{1}{60} = \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$~~

$D = \frac{1}{0{,}2} + \frac{1}{0{,}6} = \frac{3}{0{,}6} + \frac{1}{0{,}6} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$ Диоптрий

$\frac{20}{3} = 6\frac{2}{3} \approx 6{,}67$

Ответ: $D = \frac{20}{3} \approx 6{,}67$ Диоптрий.

Задача 1.2.1 (прод.)

$t_{min} = \frac{\sqrt{3}}{4}\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$\dot{x}_л' = \frac{L}{2}\sqrt{\frac{3k}{m}}\sin\left(\sqrt{\frac{3k}{m}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\right) = \frac{L}{2}\sqrt{\frac{3k}{m}}\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) =$

$= \frac{L}{2}\sqrt{\frac{3k}{m}}\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4}\sqrt{\frac{k}{m}}L$

$\dot{x}_п' = -\frac{L}{2}\sin\left(\sqrt{\frac{k}{3m}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\right)\cdot\sqrt{\frac{k}{3m}} =$

$= -\frac{L}{2}\sqrt{\frac{k}{3m}}\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{L}{2}\sqrt{\frac{k}{3m}}\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{L}{4}\cdot\frac{\sqrt{6}}{3}\sqrt{\frac{k}{m}} = -\frac{L}{12}\sqrt{6}\sqrt{\frac{k}{m}}$

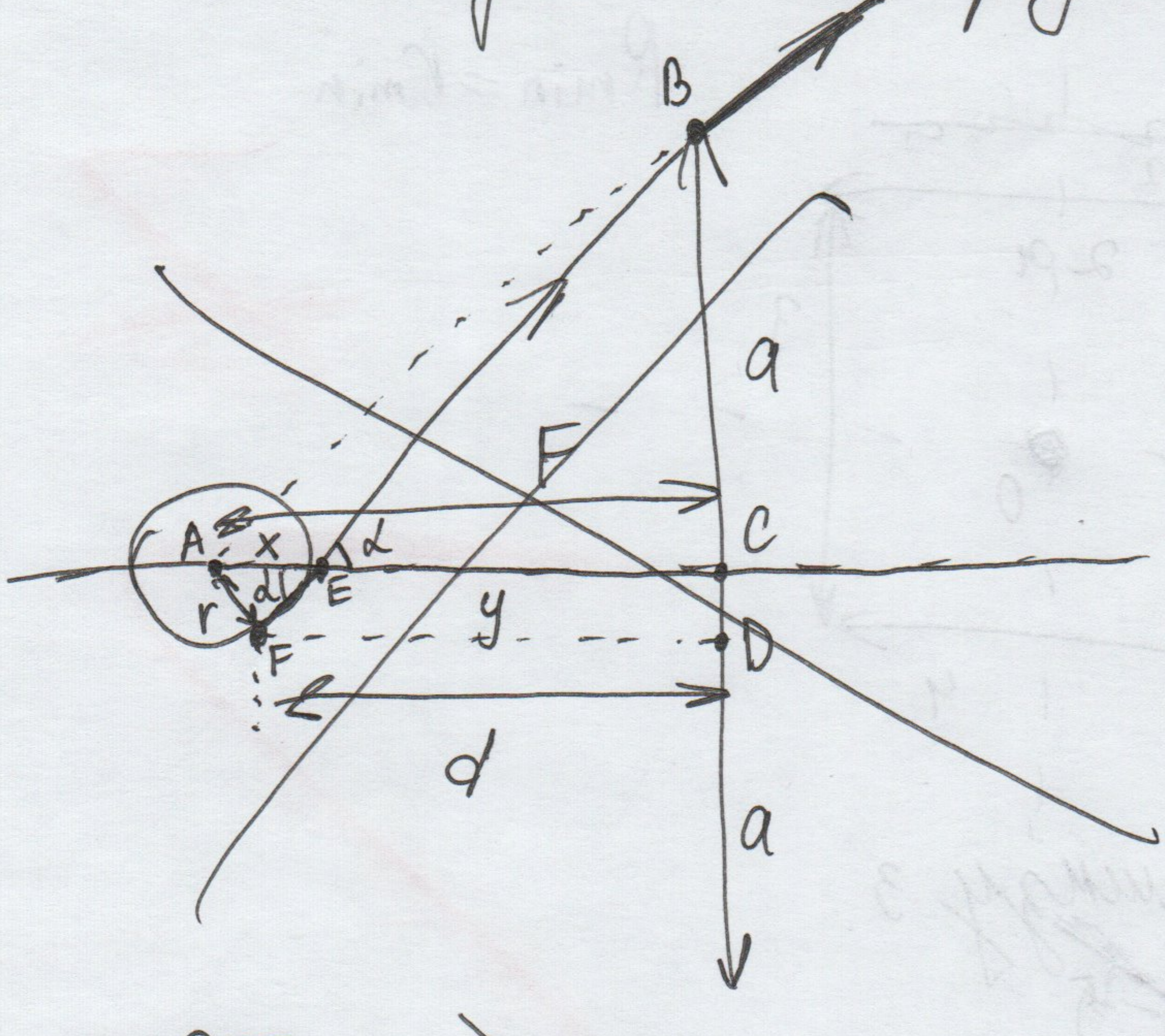
Запишем ЗСИ: $m\dot{x}_л' + 3m\dot{x}_п' = 4mv$, где v - скор. слипшихся грузов массами $3m$ и m.

$m\cdot\frac{\sqrt{6}}{4}\sqrt{\frac{k}{m}}L + 3m\cdot\left(-\frac{L}{12}\sqrt{6}\sqrt{\frac{k}{m}}\right) = 4mv$

см. прод. реш.

~~Чистовик~~ Черновик

~~Задача 5.3.1 (прод.)~~



~~Формула тонк. линзы:~~

~~$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$~~

~~По реш. $f = -a$ (изобр. мнимое)~~

~~по усл. $F = a$~~

~~Тогда~~

~~$\frac{1}{a} = \frac{1}{d} + \frac{1}{-a}$~~

~~$\frac{1}{d} = \frac{2}{a}$~~

~~$d = \frac{a}{2}$~~

~~Обозначим x и y на рисунке. $\sin\alpha = \frac{r}{x} = \frac{a}{y}$~~

~~$\cos\alpha = \sqrt{1-\frac{r^2}{x^2}}$~~

~~$xa = ry$~~

~~По реш. $x+y=a$~~

~~$x = a-y$~~

~~$(a-y)a = ry$~~

~~$y = \frac{a^2}{a+r}$~~

~~Тогда из подобия~~

~~$\frac{x\cos\alpha}{r} = \frac{y}{a}$~~

~~$\frac{x^2}{r^2} = \frac{y^2}{a^2}+1$~~

~~Тогда из подобия ΔAFE и ΔBCE~~

~~$\frac{x\cos\alpha}{r} = \frac{y}{a}$~~

~~$\frac{x^2}{r^2} = \frac{y^2}{a^2}+1$~~

~~$\frac{(a-y)^2}{r^2} = \frac{y^2}{a^2}+1$~~

~~$\frac{a^2-2ay+y^2}{r^2} = \frac{y^2}{a^2}+1$~~

~~$\frac{a^2-2a\cdot\frac{a^2}{a+r}+\frac{a^4}{(a+r)^2}}{r^2} = \frac{\frac{a^4}{(a+r)^2}}{a^2}+1$~~

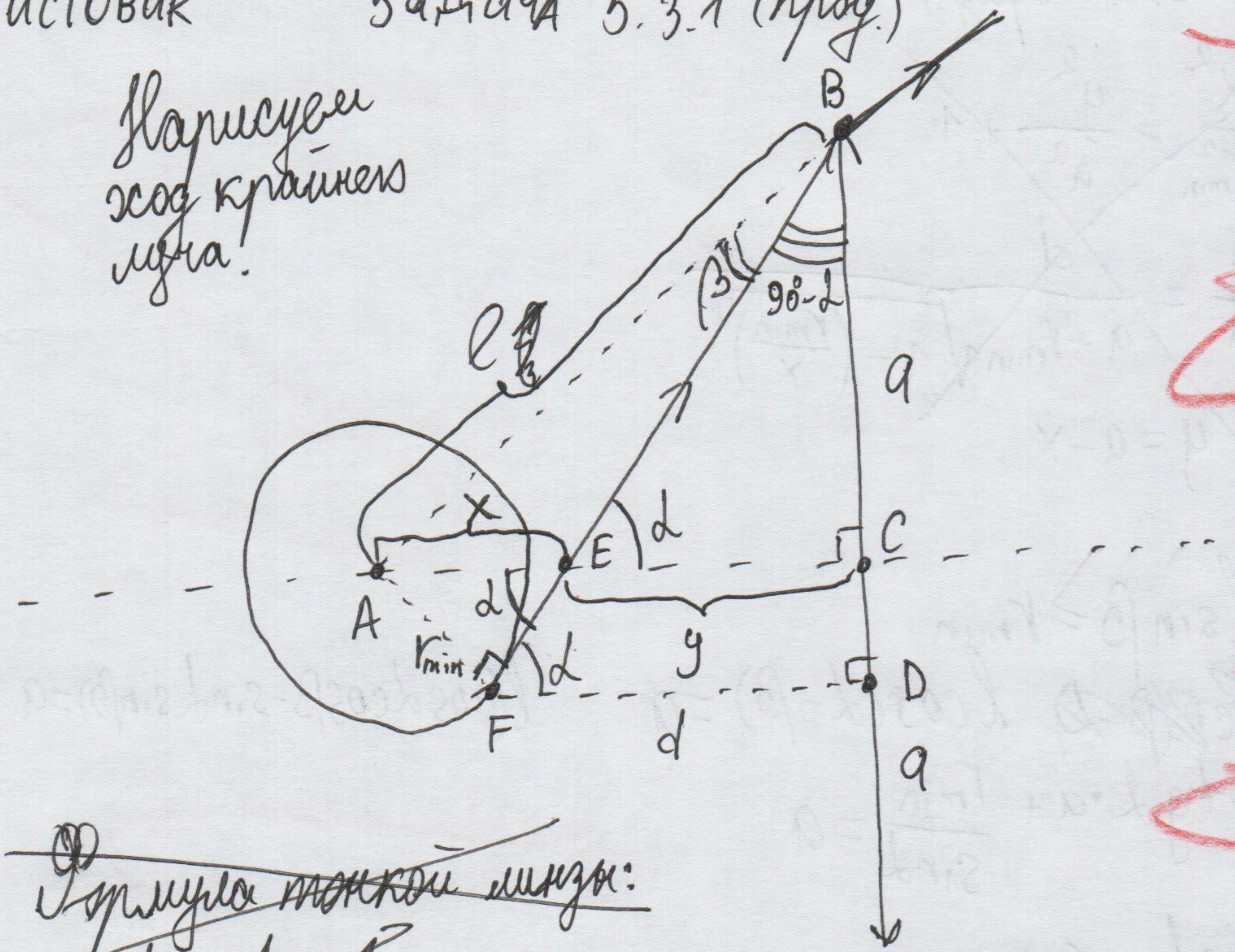
Помимо этого, из подобия ΔECB и ΔFDB $\frac{y}{a} = \frac{d}{a+r\cos\alpha}$

$ya + yr\cos\alpha = ad$

$y = ad$

Чистовик Задача 5.3.1 (прод.)

Нарисуем ход крайнего луча!



~~Формула тонкой линзы:~~

$$\cancel{\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}}$$

~~Т.к. преломленный луч должен идти составлять угол 45° с ГОО по реш., то $\frac{|f|}{a} = ctg\,45° = 1$~~

$|f| = a$

~~Т.к. изображение ист. будет мнимым, то $f<0 \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow f = -a$~~. $F = a$ по усл. $AF = r_{min}$, $AE = x$, $EC = y$, $FD = d$,

$CD = AF \cdot \cos\alpha = r_{min} \cdot \cos\alpha$

+ $\frac{1}{a} = \frac{1}{d} + \frac{1}{-a}$ $\quad d = \frac{a}{2}$

+ $\Delta AFE \sim \Delta BCE$ ($\angle AFE = \angle ECB = 90°$, $\angle AEF = \angle BEC$ как верт.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{x\cos\alpha}{r_{min}} = \frac{y}{a}$ + $\quad \sin\alpha = \frac{r_{min}}{x}$, значит $\cos\alpha = \sqrt{1-\left(\frac{r_{min}}{x}\right)^2}$

$$\frac{x}{r_{min}}\sqrt{1-\left(\frac{r_{min}}{x}\right)^2} = \frac{y}{a}$$

$$\frac{x^2}{r_{min}^2} = \frac{y^2}{a^2} + 1$$

По реш. $x + y = |f| = a$

$y = a - x$

~~$\Delta FBD \sim \Delta EBC$ ($\angle BCE$~~ По теор. Фалеса в $\angle FBD$ ($EC \parallel FD$):

$$\frac{y}{a} = \frac{d}{a + r_{min}\cos\alpha}$$

Задача 5.3.1 (прод.) Чистовик

$$\left\{\begin{array}{l} \cancel{\frac{x^2}{r_{min}^2} = \frac{y^2}{a^2} + 1} \\ \cancel{\frac{y}{a} = \frac{d}{a + r_{min}\sqrt{1-\left(\frac{r_{min}}{x}\right)^2}}} \\ \cancel{y = a - x} \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} l\sin\beta = r_{min} \\ \cancel{l\cos\beta - 2} \quad l\cos(\alpha-\beta) = a \\ ctg\alpha \cdot a + \frac{r_{min}}{\sin\alpha} = a \end{array}\right. \qquad l(\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) = a$$

$$a\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{r_{min}}{\sin\alpha} = a$$

$$\sin\beta = \frac{r_{min}}{l}$$

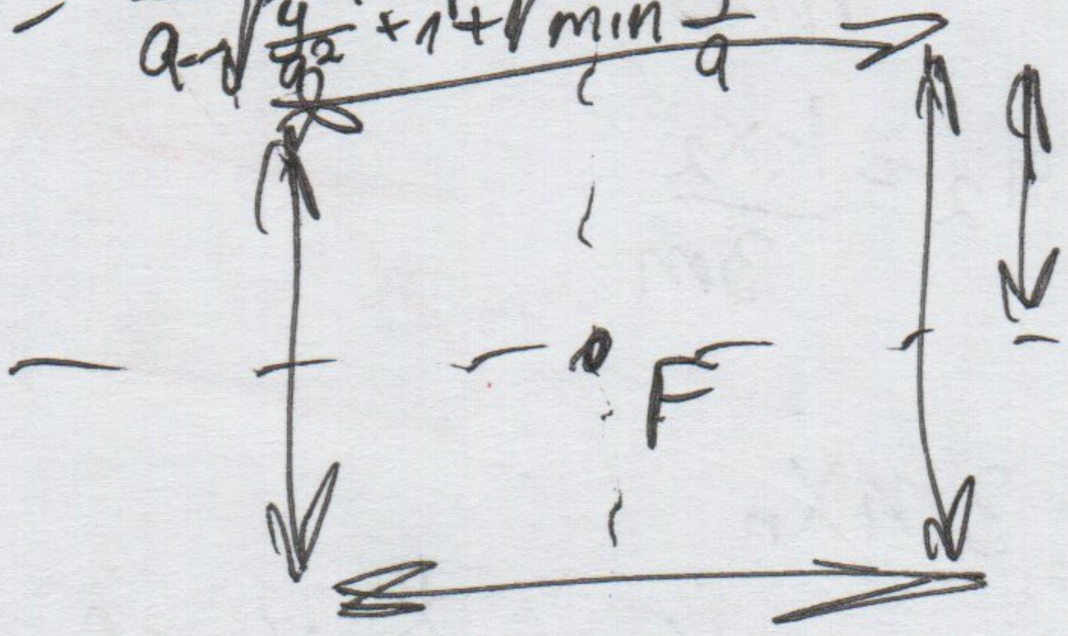
$$\cos\beta = \sqrt{1-\left(\frac{r_{min}}{l}\right)^2}$$

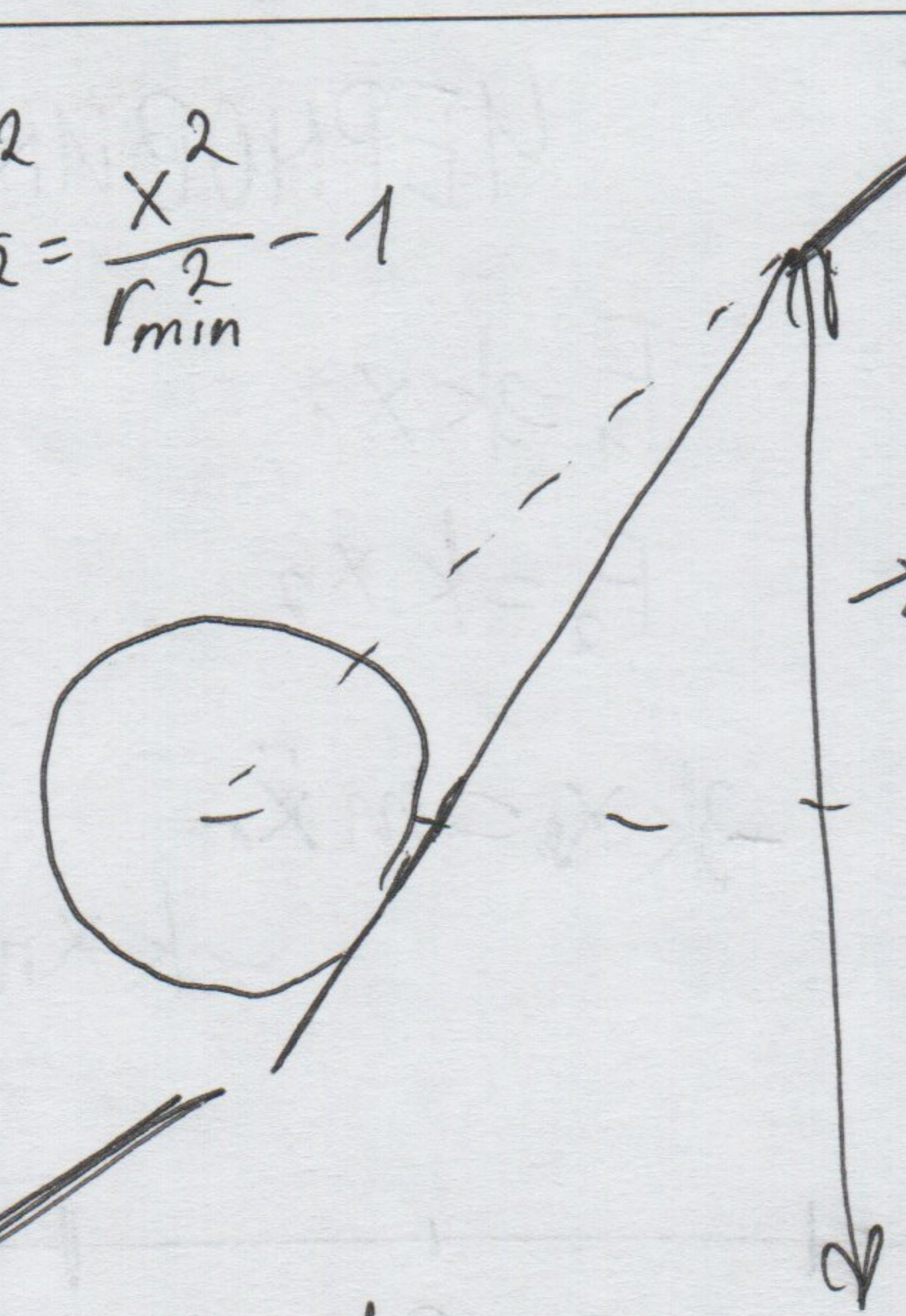
Нет ответа

ЧЕРНОВИК

$$\frac{y^2}{a^2}=\frac{x^2}{r_{min}^2}-1$$

$$\frac{y}{a}=\frac{d\sqrt{\frac{y^2}{a^2}+1}}{a\sqrt{\frac{y^2}{a^2}+1}+r_{min}\frac{y}{a}}$$



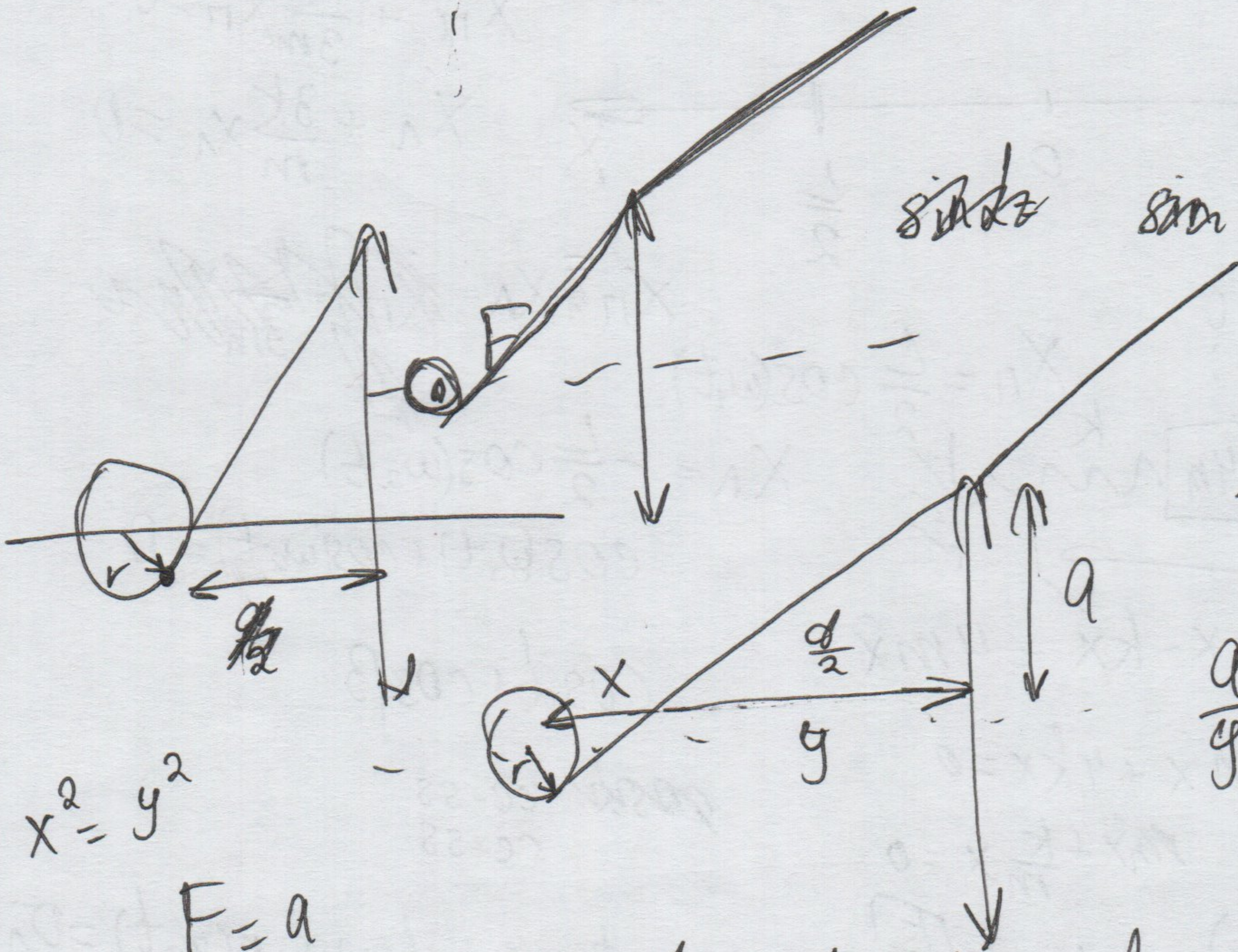


~~$x=a-tg\alpha$~~

~~sin~~ ~~sin~~

$$\frac{a}{y}=tg\alpha$$

$$\frac{a}{a-x}=tg\alpha$$



$$\sqrt{1-\frac{r^2}{x^2}}$$

$$\frac{a}{y}=x\sqrt{1-\frac{r^2}{x^2}}$$

$$\frac{a^2}{y^2}=x^2-r^2$$

$$x+y=\frac{d}{2}$$

$$x^2=y^2$$

$F=a$

$$\frac{y}{a}=\frac{d}{a+r_{min}\sqrt{\frac{1}{\quad}}}$$

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f}$$

$f=\cancel{a}-a$

$$\frac{1}{a}=\frac{1}{d}+\left(-\frac{1}{a}\right) \qquad d=\frac{a}{2}$$

$$\frac{2}{a}=\frac{1}{d}$$

$x=a$

$$y=\frac{a}{4}-a=-\frac{3}{4}$$

$ya+yr_{min}$

$$\frac{x\cos\alpha}{r_{min}}=\frac{y}{a}$$

$$\cos\alpha=\frac{y}{a}\frac{r_{min}}{x}$$

$r_{min}-?$

$$\frac{y}{a}=\frac{d}{a+\frac{y}{a}\frac{r_{min}^2}{x}}$$

$$ya+\frac{y^2}{a}\frac{r_{min}^2}{x}=ad$$

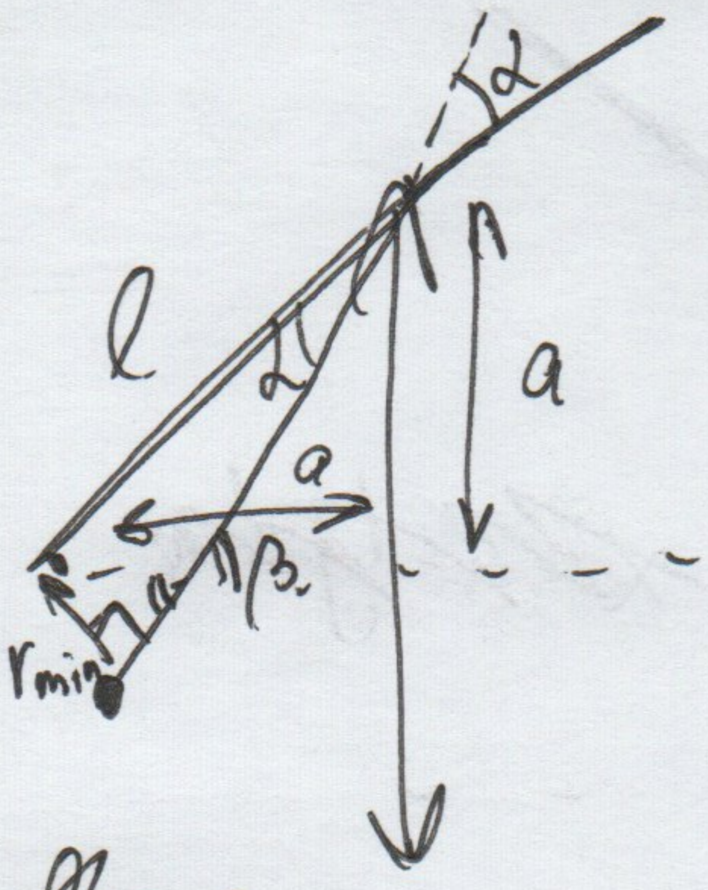
$$1-\frac{x}{a}=\frac{d}{a+r_{min}\sqrt{1-\left(\frac{r_{min}}{x}\right)^2}}$$

$$\frac{y}{a}=\frac{d}{a+r_{min}\sqrt{1-\frac{1}{\frac{y^2}{a^2}+1}}}=$$

~~a~~

$$=\frac{d}{a+r_{min}\frac{\frac{y}{a}}{\sqrt{\frac{y^2}{a^2}+1}}}$$

ЧЕРНОВИК



$F_1 = 3kx_1$ $\quad a_1 = \frac{3kx_1}{m}$

$F_2 = kx_2$ $\quad a_2 = \frac{kx_2}{3m}$

$-3kx_л = m\ddot{x}_л$

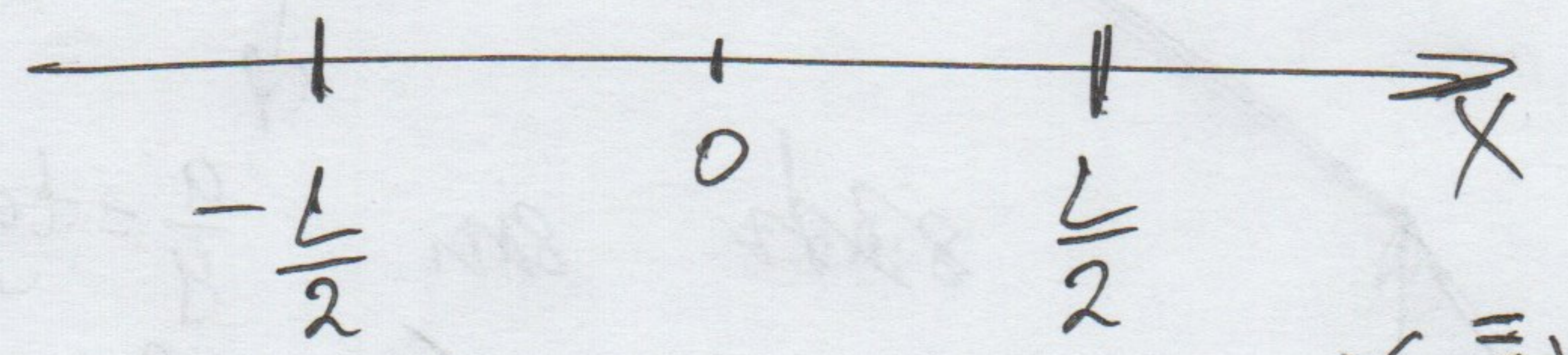
$-kx_п = 3m\ddot{x}_п$

$l\sin\alpha = r_{min}$

$l\cos(\beta-\alpha) = a$

$\ddot{x}_п + \frac{k}{3m}x_п = 0$

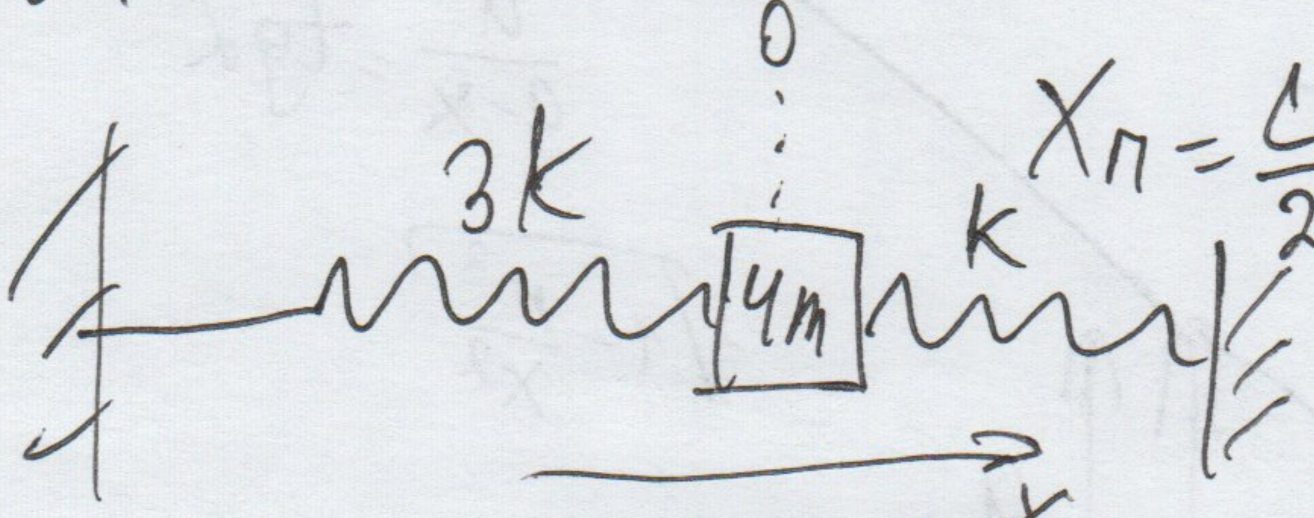
$ctg\beta a + \frac{r_{min}}{\sin\beta} = a$



$\ddot{x}_л + \frac{3k}{m}x_л = 0$

$x_п = x_л$

$x_п = \frac{L}{2}\cos(\omega_1 t)$



$x_л = -\frac{L}{2}\cos(\omega_2 t)$

$\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t) = 0$

$-3kx - kx = 4m\ddot{x}$

$\cos\alpha + \cos\beta$

$4m\ddot{x} + 4kx = 0$

cc-ss
cc+ss

$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

$x = A\sin(\omega t)$ $\quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\quad \frac{L}{2}\omega_2\sin(\omega_2 t) = v_л$

$\dot{x} = A\omega\cos(\omega t)$ $\quad A\omega_3\sin(\omega_3 t) = 0$ $\quad v_п = -\frac{L\omega_1}{2}\sin(\omega_1 t)$

$1{,}415 =$ $\quad 1{,}5\cdot 5 =$

$phS = \nu Rt$ $\quad 100\,см^2 = 0{,}01$

$\frac{m}{\mu}Rt = phS$ $\quad 1{,}41\cdot 5 \approx 7{,}05 \approx 7{,}1$

$tg\alpha = \frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$ $\quad p_0 + \frac{mg}{S}$

$1{,}42\cdot 5 =$

cos $\quad tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} - 1$ $\quad 2\cdot 10^5$ $\quad \frac{1000}{0{,}01} = 100000\,Па$

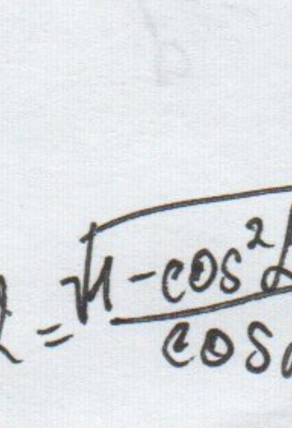
$\cos^2\alpha = \frac{1}{1+tg^2\alpha}$

$\frac{\pi - 2\pi k}{\sqrt{\frac{k}{m}}(\frac{1}{\sqrt{3}}}$

$\cos x = \cos(-x)$

$\left[\begin{array}{l} \omega_1 t = -\omega_2 t + 2\pi n \\ \omega_1 t = \omega_2 t + 2\pi k \end{array}\right.$ $\quad t = \frac{2\pi n}{\omega_1 + \omega_2}$

$t = \frac{2\pi k}{\omega_1 - \omega_2}$



$\cos x = \cos y$

$\left[\begin{array}{l} x = y + 2\pi n \\ -x = y + 2\pi k \end{array}\right.$

$= \frac{L}{2}\cos(-t)$ $\quad \cos(\omega_1 t) = -\cos(\omega_2 t)$

$-\cos x = \cos(\pi - x)$