0 982772 720006

98-27-72-72
(48.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1

Место проведения ОЦ Команда
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Легиных Никиты Павловича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

вышел 13^{23}, вернулся 13^{26}

Закончил, сдал работу 14^{31}

Дата

«5» марта 2023 года

Подпись участника

Легиня

98-27-72-72
(48.1)

(I) Решение: Черновик

Определим скорости грузов перед столкновением ЗСЭ: (он выполняется, т.к. отсутствуют диссипативные силы)

пусть $\Delta L = 20 - 10 = 10$ (см), то насколько на сколько их сжали вначале

для левого:

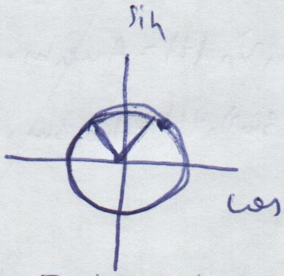
$$\frac{3k\Delta L^2}{2} = \frac{mV_л^2}{2}$$

$$V_л = \sqrt{\frac{3k}{m}}\,\Delta L$$

для правого:

$$\frac{k\Delta L^2}{2} = \frac{3mV_п^2}{2}$$

$$V_п = \sqrt{\frac{k}{3m}}\,\Delta L$$



Импульсы перед столкновением:

$$p_л = \sqrt{3mk}\,\Delta L \qquad p_п = \sqrt{3mk}\,\Delta L$$

$\pi - \alpha + 2\pi k$

$\alpha + 2\pi k$

ЗСИ в момент удара:

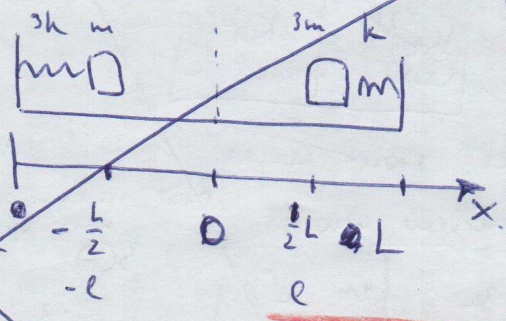
На гориз. ось:

$$p_л - p_п = p_к = 0.$$ ⇒ после столкновения грузы будут покоиться, причем в положении равно

(1) Решение: пусть $l = 20 - 10 = 10$ (см) начальное поджатие пружин.

Запишем уравнение колебаний для левого груза:

$$\omega_л = \sqrt{\frac{3k}{m}} \qquad A_л = l$$



$$x_л = A_л \cdot \sin\left(\omega_л t - \frac{\pi}{2}\right)$$

для правого:

$$\omega_п = \sqrt{\frac{k}{3m}} \qquad A_п = l$$

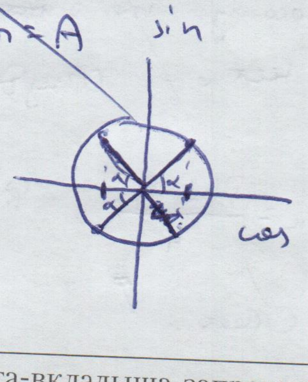
$$x_п = A_п \sin\left(\omega_п t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Найдем момент соударения:

в момент удара $x_л = x_п$ $\quad A_л = A_п = A$

$$A_л \cdot \sin\left(\omega_л t - \frac{\pi}{2}\right) = A_п \cdot \sin\left(\omega_п t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$-\cos\omega_л t = \cos\omega_п t$$



$$\left[\begin{aligned} &\omega_л t - \omega_п t = \pi \\ &\omega_л t = -\omega_п t + \pi \end{aligned}\right. \qquad \left[\begin{aligned} &t = \frac{\pi}{\omega_л - \omega_п} \\ &t = \frac{\pi}{\omega_л + \omega_п} \end{aligned}\right.$$

1	2	3	4	5	
20	20	16	14	20	90 — Девяносто

Старкова Ионина Потапина Калмыкова

Черновик

В здесь мы используем больший прием, т.к. нам нужен момент первого уд-ра $x_л = x_п$ (~~ниже~~ я нигде не пишу $+2\pi k$, по той же причине).

$$t = \frac{\pi}{\omega_л + \omega_п} \qquad v_л(t) = \dot{x}_л(t) = A\omega_л \cdot \cos(\omega_л t - \frac{\pi}{2})$$

$$v_п(t) = A\omega_п \cdot \cos(\omega_п t + \frac{\pi}{2})$$

$$p_л = m v_л(t) = A\omega_л m \cdot \cos\pi \underbrace{\frac{2\omega_п - \omega_л - \omega_п}{2(\omega_л+\omega_п)}}_{\alpha} = A\omega_л m \cdot \cos\pi \frac{\omega_л - \omega_п}{2(\omega_л+\omega_п)}$$

$$p_п = 3m v_п(t) = A\omega_п 3m \cdot \cos\pi \underbrace{\frac{2\omega_п + \omega_л + \omega_п}{2(\omega_л+\omega_п)}}_{\beta} = A\omega_п 3m \cdot \cos\pi \frac{3\omega_п + \omega_л}{2(\omega_л+\omega_п)}$$

$$p_л = \ell\sqrt{3km} \cdot \alpha$$

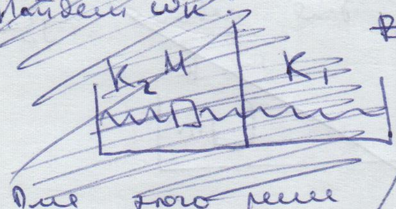
$$p_п = \ell\sqrt{3km} \cdot \beta$$

ЗСИ в момент удара: на гориз. ось.

$$\bar{p}_л + \bar{p}_п = p_к = \cancel{\sqrt{3mk}\,\ell\,(\alpha-\beta)} = (\alpha-\beta)\cdot\sqrt{3mk}\,\ell$$

$$v_к = \frac{p_к}{4m} = \frac{(\alpha-\beta)\ell}{4}\sqrt{\frac{3k}{m}} = A_к \cdot \omega_к$$

~~Найдем $\omega_к$:~~

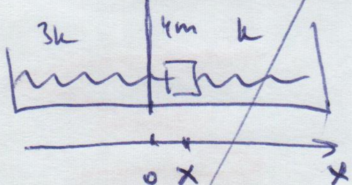


~~Для этого решим~~

~~Решим задачу~~

$$A_к = \frac{(\alpha-\beta)\ell}{4\omega_к}\sqrt{\frac{3k}{m}}$$

Найдем $\omega_к$: Для нахождения $\omega_к$, сделаем колеб. систему нам после столк., отклоним на немного x и посмотрим на $\omega_к$



ЗСЭ:

$$\frac{4m\dot{x}^2}{2} + \frac{3kx^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = const$$

Потому энергия пружин записывается так, потому что в ~~...~~ полож. равновесия подтяжек или удл. нет. Откуда

$$\omega_к = \sqrt{\frac{B}{A}} = \sqrt{\frac{4k}{4m}} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$A_к = \frac{\sqrt{3}(\alpha-\beta)\ell}{4}$$

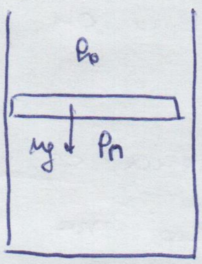
~~, где $\alpha = \cos\pi \frac{2-\sqrt{\frac{3k}{m}}-\sqrt{\frac{k}{3m}}}{2(\sqrt{\frac{3k}{m}}+\sqrt{\frac{k}{3m}})}$~~

~~$\beta = \cos\pi \frac{2+\sqrt{\frac{3k}{m}}+\sqrt{\frac{k}{3m}}}{2(\sqrt{\frac{3k}{m}}+\sqrt{\frac{k}{3m}})}$~~

Ответ:

Чистовик

(2) Решение: ~~пр~~ II ЗН для покоющегося поршня: $mg + p_0S - p_пS = 0$



$p_п = \frac{mg}{S} + p_0$

$\frac{mg}{S} = \frac{1000}{0,01} = 10^5 (Па) =$

$= \cdot 10^5$ Па.

Исходя из значений внешнего давления в конце процесса и давления насыщ. паров при температуре t, можно сказать, что в конце процесса пар будет не насыщенным, значит ур-е состояния для конечного момента запишется след. образом:

$p_0 = 10^5$ Па

$p_0 + \frac{mg}{S} = 2\cdot 10^5$ Па

$p_{нп} = 2,5\cdot 10^5$ Па

$p_0 < p_{нп}(t)$

$p_пV = (p_0 + \frac{mg}{S})\cdot S\cdot H = \frac{m}{\mu}Rt$, откуда $H = \frac{mRt}{\mu S(p_0+\frac{mg}{S})} =$

$= \frac{9\cdot 8,3\cdot(\overbrace{273+127}^{400})}{18\cdot 0,01\cdot 2\cdot 10^5} = \frac{8,3\cdot \cancel{400}^{200}}{2\cdot 2\cdot 10^{4\,2}} = \frac{8,3\cdot 2}{2\cdot 10^2}$ (м) $= 10\cdot\frac{8,3\cdot 2}{2}$ (см) $=$

$= 8,3$ (см) → $H = 8,3$ см

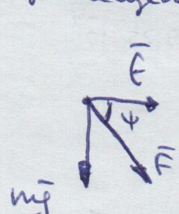
Ответ: 8,3 см.

Решение и ответ верны

20 Котики

(3) Решение:

В данной задаче ~~сила тяжести и электр. взаимод~~ силы $m\vec{g}$ и $\vec{E}q$ работают одинаково; g-const, E-const. m-const, q-const, мы можем их заменить на какую-то одну силу $\vec{F}$, которая будет совершать работу по перемещению бусинки, причем ещё которая является потенц.



+

$\tg\psi = \frac{mg}{Eq}$ $F = \sqrt{(Eq)^2+(mg)^2}$ $Eq = 10^3\cdot 10^{-6}$ Н $= 10^{-3}$ Н.

$\tg\psi = 10$ $mg = 10^{-3}\cdot 10$ Н $= 10^{-2}$ Н

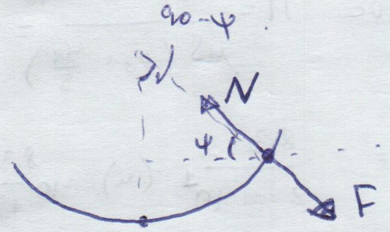
ЗСЭ: (он выполняется из-за отсутствия диссипативных сил)

$K+\Pi = const$ $\Delta K = -\Delta\Pi - F\Delta x$ $\Rightarrow$ для максимальной кин. энергии, а значит и для мех. скорости, нам нужно максимальное смещение вдоль оси действия $\vec{F}$ и относ. начального положения

Чистовик

Из этого можно сделать вывод, что точка с V_{max} лежит где-то на кольцевом витке радиуса r, т.к. он дальше от нач. полож. чем четверть окр. радиуса R

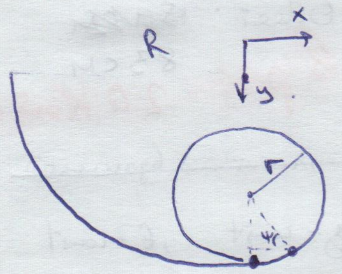
Теперь, после того как мы поняли что точка с V_{max} нах-ся на малом кольце найдем что эта точка – точка равновесия, т.к. именно в ней ускор. равно нулю, а значит скр в экстремуме, причем из пред. рассуждений понятно в минимуме. Найдем полож. равновесия на малом кольце:



теперь можем посчитать изм. энергии

$-\Delta\Pi = -F\cdot\Delta l = -A_F$ +

Считать через F без калькулятора тяжело, поэтому смекаем, что $A_F = A_{mg} + A_{Eq}$ как состав. F сил.

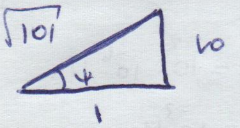


$mg\Delta y$ $\quad$ $Eq\Delta x$.

$-A_F = (A_{mg} + A_{Eq}) = mg\cdot(R - r\cdot\sin\psi) + Eq(R + r\cdot\cos\psi) =$ + −

$= 10^{-2}\cdot\left(1 - \frac{1}{4}\cdot 1\right) + 10^{-3}\left(1 + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{10}\right) = 10^{-3}\left[\frac{30}{4} + \frac{41}{40}\right] = 10^{-3}\left[\frac{341}{40}\right] =$

$= 10^{-4}\,\frac{341}{4} = 85{,}25\cdot 10^{-4}$



$\sin\psi = \frac{10}{\sqrt{101}} \approx 1$

$\cos\psi = \frac{1}{\sqrt{101}} \approx \frac{1}{10}$

$-A_F = \frac{mV_{max}^2}{2}$

$V_{max} = \sqrt{-\frac{2A_F}{m}} = \sqrt{\frac{170{,}5\cdot 10^{-4}}{10^{-3}}} = \sqrt{17{,}05}$ $\frac{м}{с}$ −

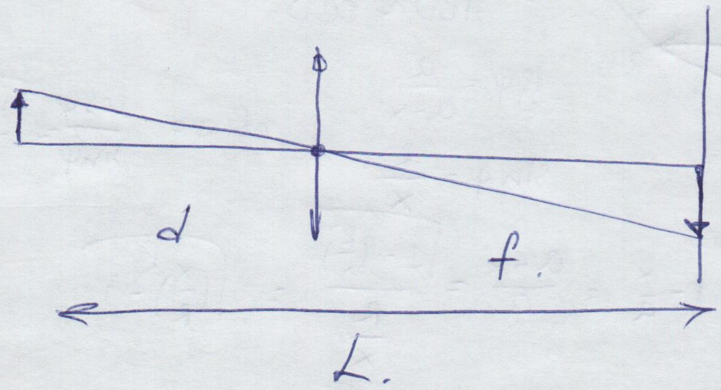
$\cancel{\sqrt{17+0{,}8}^{1/2} \approx 17\cdot\left(1+\frac{0{,}5}{34}\right)}$

Ответ: $V_{max} = \sqrt{17{,}05}\ \frac{м}{с}$. −

(4) Чистовик

Решение:

Нарисуем опт. систему!



Нет рис. в общем виде

Ф-ла тонкой линзы

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}=D$$

$$\Gamma=\frac{f}{d}$$

т.к. изображ. на экране, значит его можно потрог., значит оно действительное. Тогда именно предмет-источник значит он тоже действ.

$$d+f=L \to f=L-d$$

$$\Gamma=\frac{L}{d}-1$$

$$\frac{L}{d}=4 \qquad d=\frac{L}{4}=20\text{ см}$$

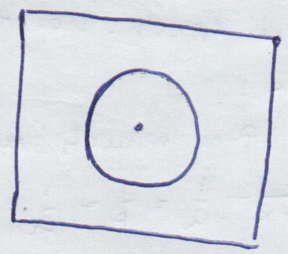
$$f=L-d=60\text{ см}.$$

$$D=\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{0,2}+\frac{1}{0,6}=$$

$$=\frac{4}{0,6}=\frac{40}{6}=6\,^{4}/_{6}=6\,^{2}/_{3}=6,67\text{ Дптр}$$

Ответ: 6,67 Дптр. $\left(\frac{20}{3}\right)$

(5)

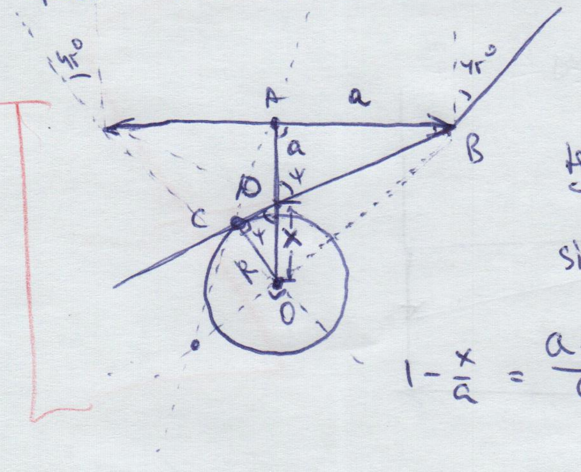


Нам нужно чтобы все 4 линзы перенаправляли свет в всех направлениях, то есть на 360°. В крайнем случае (нет пересечений), каждая линза должна обеспечивать хотя бы 90° распространения света.

Как ни странно, собирающая линза собирает световые пучки делая их уже → значит если мы рассмотриваем крайний случай мы должны взять луч который идет под максимальным углом к нормали линзы, а это луч который приходит в её

чистовик

крей и касается сфер. источника света.



$\angle ABO = 45° = \frac{90°}{2}$ в силу симметрии.

$ABD \sim OCD$ +

$tg\psi = \frac{a}{a-x}$

$ctg\psi = \frac{\cos\psi}{\sin\psi} = \sqrt{\frac{1-\sin^2\psi}{\sin^2\psi}}$

$\sin\psi = \frac{R}{x}$

$$1 - \frac{x}{a} = \frac{a-x}{a} = \frac{\sqrt{1-\left(\frac{R}{x}\right)^2}}{\frac{R}{x}} = \sqrt{\left(\frac{x}{R}\right)^2 - 1}$$

$$1 - \frac{2x}{a} + \left(\frac{x}{a}\right)^2 = \left(\frac{x}{R}\right)^2 - 1$$

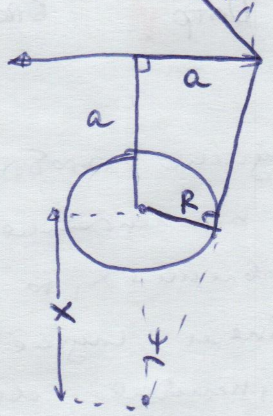
прим. здесь источником будет точка пересечения крайнего луча и ГОО, а ее мнимым изображением – центр сферы.

Ф-ла тонкой линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a-x} + \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \rightarrow \quad a - x = \frac{a}{2} \qquad x = \frac{a}{2}$$

$$1 - 1 + \frac{1}{4} = \left(\frac{a}{2R}\right)^2 - 1 \qquad \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{a}{2R} \qquad R = \frac{a}{\sqrt{5}}$$

Но это может быть не единств. крайний случай, т.к. линза ~~плоско~~ сужает пучок лучей ~~только~~ идущих от источников не ГОО ~~наход.~~ находящ. ближе фокуса, у нас может быть след. ситуация: ~~когда мы получим~~



Когда мы получим действ. изобр., для точки крайнего луча, которое строится лучом проходящим через край линзы и выход. под 45° к нормали, тогда:

$\cancel{\sin\psi = \frac{R}{x}}$

$\cancel{tg\psi = \frac{a}{a+x}}$

Ф-ла тонкой линзы:

$$\frac{1}{a+x} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F} = \frac{1}{a}$$

$a = -x$, что говорит нам о том, что такой случай невозможен.

Значит $R_{min} = R = \frac{a}{\sqrt{5}} = \frac{4,5}{2\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{20,25}{4\cdot 5}} = \sqrt{\frac{4,05}{4}} = \sqrt{1,0125} =$

$\left[1 + 0,0125\right]^{\frac{1}{2}} \approx 1 + 0,00625 \qquad R_{min} = 1,00625$ см ≈ 1 см

Ответ: $R_{min} = 1$ см   верно

(1) Решение: Чистовик 2010

пусть $l = 10$ (см) – начальное подъеме пружин.

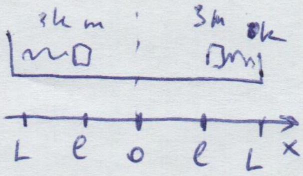
Запишем ур-я колебаний для каждого из грузиков:

левый:

$$\omega_л = \sqrt{\frac{3k}{m}} \qquad A_л = l = A \qquad x_л = A_л \cdot \sin\left(\omega_л t - \frac{\pi}{2}\right)$$

правый

$$\omega_п = \sqrt{\frac{k}{3m}} \qquad A_п = l = A \qquad x_п = A_п \cdot \sin\left(\omega_п t + \frac{\pi}{2}\right)$$



при столкновении $\qquad x_л = x_п$

$$\sin\left(\omega_л t - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\omega_п t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\cos \omega_л t = -\cos \omega_п t$$

$\alpha = \omega_п t$

из триг. окружн.:

$$\left[\begin{array}{l} \omega_л t - \omega_п t = \pi \\ \omega_л t + \omega_п t = \pi \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{\pi}{\omega_л - \omega_п} \\ t = \dfrac{\pi}{\omega_л + \omega_п} \end{array}\right.$$

Нам нужен ближайший момент времени, значит (+)

$t = \dfrac{\pi}{\omega_л + \omega_п}$ (по этой же причине я нигде не пишу $+2\pi k$)

$$v_{л_x}(t) = \dot{x}_л(t) = A\omega_л \cos\left(\omega_л t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$v_{п_x}(t) = \dot{x}_п(t) = A\omega_п \cos\left(\omega_п t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$p_{л_x}(t) = \sqrt{3km}\, l \cdot \cos\left(\omega_л \cdot \frac{\pi}{\omega_л + \omega_п} - \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{3km}\, l \cdot \overbrace{\cos \pi \cdot \frac{\omega_л - \omega_п}{2(\omega_л + \omega_п)}}^{\alpha} = \sqrt{\frac{3km}{2}}\, l$$

$$p_{п_x}(t) = \sqrt{3km}\, l \cdot \cos\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{\omega_п \cdot 2}{\omega_л + \omega_п} + 1\right)\right] = \sqrt{3km}\, l \underbrace{\cos \pi \cdot \frac{3\omega_п + \omega_л}{2(\omega_п + \omega_л)}}_{\beta} = -\sqrt{\frac{3km}{2}}\, l \ (+)$$

$$\alpha = \cos \pi \cdot \frac{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{2\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \cos \pi/2 \cdot \frac{3-1}{3+1} = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\beta = \cos\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\frac{3}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}}{\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \cos\frac{\pi}{2}\, \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \cos\frac{\pi}{2} \cdot \frac{2}{1 + \frac{1}{3}} = \cos\frac{\pi}{2} \cdot \frac{3}{2} = \cos\frac{3\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

ЗСИ для момента удара: на ~~проекц~~ ось Ox:

$$p_{л_x}(t) + p_{п_x}(t) = p_к = 0 \ (+) \Rightarrow$$ они остановятся после соударения.

Найдем их положение. значит в этот момент отклон. от полож. равн. макс. то есть $x_л = x_п = A'$

$$A' = x_п(t) = l \cdot \sin\left(\frac{\omega_п \pi}{\omega_л + \omega_п} + \frac{\pi}{2}\right) = l \cdot \sin\frac{3}{4}\pi = \frac{l}{\sqrt{2}}$$

Чистовик

Далее они будут колебаться с цикл. частотой

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ * c $A' = \frac{l}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\,5 = 5\sqrt{2}$ (см)

Ответ: $5\sqrt{2}$ см

Черновик ~~$\sqrt{16{,}6}$~~ | 1,1

$$\frac{k_i \Delta L^2}{2} = \frac{p_i^2}{m_i \cdot 2}$$

$$p_i = \Delta L \sqrt{m_i k_i}$$

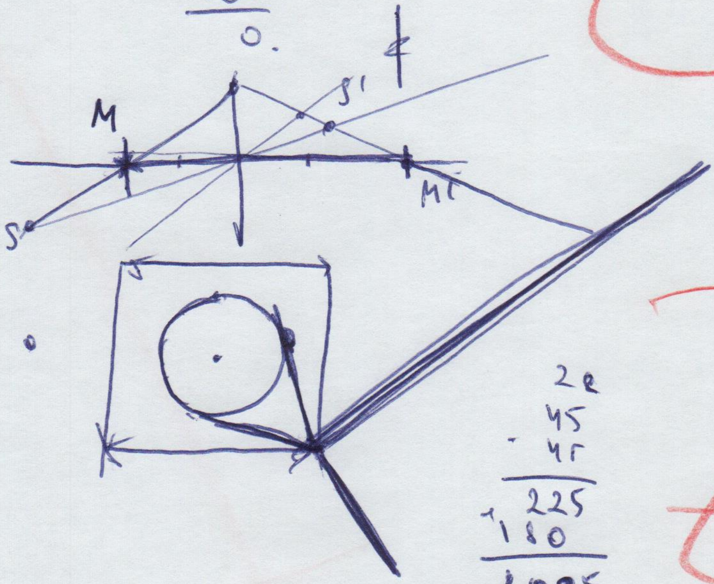
$$p_n = \Delta L \sqrt{m \cdot 3k}$$

$$p_n = \Delta L \sqrt{3mk}$$

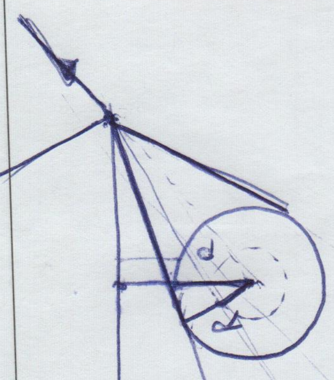
341 | 4
-32 | 85,25
21
-20
10
-8
20
-20
0.

166 | 11
-11 | 15,0909
56
-55
10
-0
100
-99
1

1705 | 5
341



2
45
45
225
180
2025



$$\frac{1}{F} = -\frac{1}{F-R} + \frac{1}{R}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{R-F} + \frac{1}{R}$$

$$F = \frac{R^2 - RF}{2R - F}$$

$$2RF - F^2 = R^2 - RF$$

$$R^2 + RF + F^2 = 0$$

$$R^2 - RL + F^2 = 0$$

$$-F = \frac{RF - R^2}{F}$$

$$-F^2 = RF - R^2$$