0 935786 110004

93-57-86-11
(48.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант № 1.

Место проведения О.Ц. Команда
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Леса Михаила Александровича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

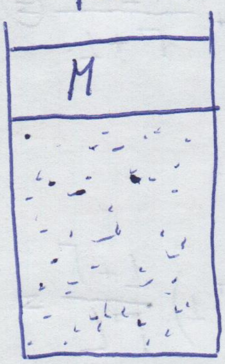
вышел 13^{56}, вернулся 13^{58}

Дата
«5» марта 2023 года

Подпись участника

93-57-86-11 (48.1)

№2.9.1. Без черновиков.



$$P_г = P_0 + \frac{Mg}{S} = 10^5 + \frac{100\cdot 10}{100\cdot 10^{-4}} = 2\cdot 10^5 \text{ (Па)}.$$

т.к. при температуре $t = 400K$; $p_н = 2{,}5\cdot 10^5 > P_г$, значит вся вода испарилась и в трубе остался только пар.

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{V_2}{S} - \frac{m}{\rho S}$$

$$p_г V_2 = \frac{m}{\mu} Rt \Rightarrow V_2 = \frac{m}{\mu p_г} Rt.$$

$\Delta h = \frac{mRt}{\mu p_г S} - \frac{m}{\rho S}$; Замечу, что объемом жидкости можно пренебречь.

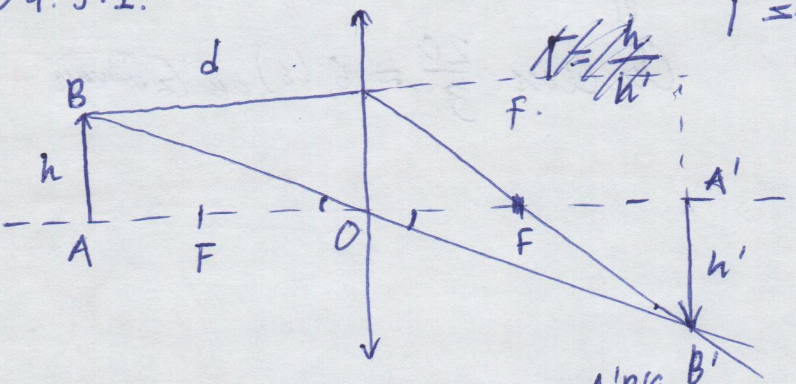
Решение и ответ верны 20 Кочки

$$\Delta h \approx \frac{mRt}{\mu p_г S} = \frac{\cancel{9\cdot 10^{-3}}\cdot 8{,}3\cdot \cancel{400}}{\cancel{18}\cdot \cancel{10^{-3}}\cdot 2\cdot 10^5\cdot \cancel{100}\cdot 10^{-4}} = \frac{8{,}3}{10} = 0{,}83 \text{ (м)}.$$

Ответ: 83 см.

№4.5.1.

$$\Gamma = \frac{h'}{h}$$



из подобия ΔABO и $\Delta A'B'O$:

$$\frac{h}{d} = \frac{h'}{f} \Rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{f}{d} = \Gamma$$

$$\begin{cases} L = f + d; \Rightarrow d = L - f \\ \Gamma = \frac{f}{d} \; : \Rightarrow f = \Gamma d = \Gamma(L - f) \\ \frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}; \text{ формула тонкой линзы.} \end{cases}$$

1	2	3	4	5	Σ
18	20	15	20	10	83

Восемьдесят три

Старокуров Кочки Потапов Незнакур

$f = \Gamma(L - f) = \Gamma L - \Gamma f$

$f = \dfrac{\Gamma L}{\Gamma + 1}$; $d = L - f = L - \dfrac{\Gamma L}{\Gamma+1} = L\,\dfrac{\Gamma+1-\Gamma}{\Gamma+1} =$

$= \dfrac{L}{\Gamma+1}$.

$\dfrac{1}{F} = D = \dfrac{1}{f} + \dfrac{1}{d} = \dfrac{\Gamma+1}{\Gamma L} + \dfrac{\Gamma+1}{L} = (\Gamma+1)\,\dfrac{1+\Gamma}{\Gamma L} =$

$= \dfrac{(1+\Gamma)^2}{\Gamma L} = \dfrac{4^2}{3 \cdot 0{,}8} = \dfrac{\cancel{16}^{\,20}}{3 \cdot \cancel{0{,}8}} = \dfrac{20}{3}$.

Проверка:

$\dfrac{20}{3} = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{f}$ $\Rightarrow$. $\dfrac{1}{0{,}2} + \dfrac{1}{0{,}6} = 5 + \dfrac{10}{6} = 5 + \dfrac{5}{3} = \dfrac{20}{3}$

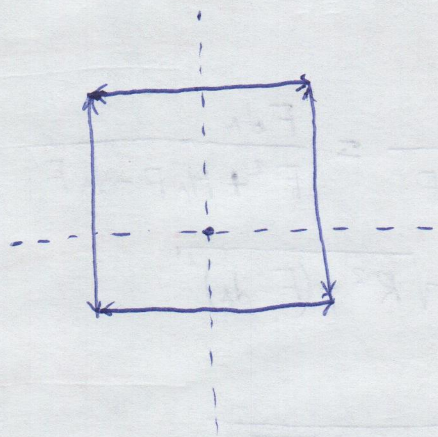
$f + d = 0{,}8$

$\Gamma = \dfrac{f}{d} = 3$ ✓

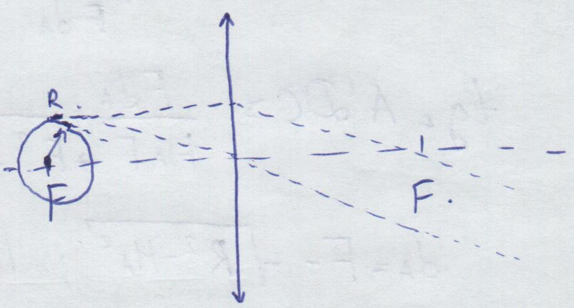
$\Downarrow$

Ответ: $\dfrac{20}{3} = 6,(6)$ ~~см~~ Дптр +

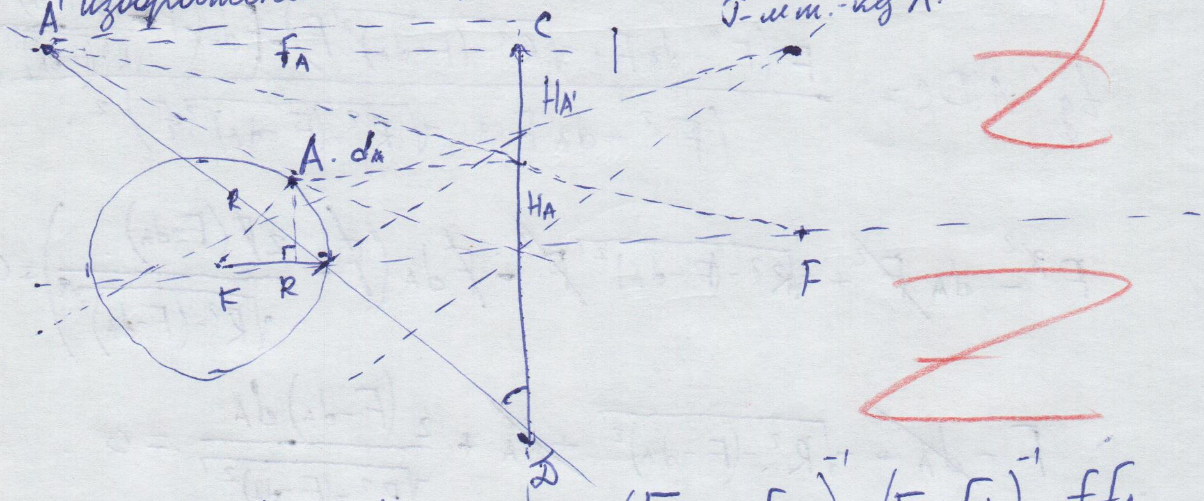
№5.3.1.



Р-м линзу и шарик.



Лучи, излучаемые „задней“ стороной шарика на линзу не попадут, „передняя“ половина шарика находится в области перед фокусом, значит ее изображение получится мнимым.



$$\frac{1}{d_A} - \frac{1}{f_A} = \frac{1}{F} \Rightarrow d_A = \left(\frac{F}{Ff_A} + \frac{f_A}{Ff_A}\right)^{-1} = \left(\frac{F+f_A}{Ff_A}\right)^{-1} = \frac{Ff_A}{F+f_A}.$$

из подобия: $\frac{H_A}{H_A'} = \frac{d_A}{f_A}$; $\angle A'DC = \operatorname{arctg}\frac{f_A}{H_A'+F}$

$$H_A' = \frac{f_A}{d_A} H_A = \frac{\cancel{f_A}(F+f_A)}{F\cancel{f_A}} H_A = \frac{F+f_A}{F} H_A.$$

$$\frac{1}{f_A} = \frac{1}{d_A} - \frac{1}{F} = \frac{F-d_A}{Fd_A} \Rightarrow H_A' = H_A + \frac{\cancel{F}d_A}{(F-d_A)\cancel{F}} H_A =$$

$$= H_A \frac{F-d_A+d_A}{F-d_A} = \frac{F}{F-d_A} H_A.$$

$$\angle A'DC = \operatorname{arctg} \frac{\frac{F d_A}{F-d_A}}{H_A \frac{F}{F-d_A} + F}$$

$$tg\angle A'DC = \frac{F d_A}{H_A F + F^2 - d_A F} = \frac{F d_A}{F^2 + H_A F - d_A F}$$

$$d_A = F - \sqrt{R^2 - H_A^2}\ ; \quad H_A = \sqrt{R^2 - (F-d_A)^2}$$

$$tg\angle A'DC = \frac{F d_A}{F^2 - d_A F + \sqrt{R^2-(F-d_A)^2}\, F}$$

Т.к. на $[0; \frac{\pi}{2}]$ tg возрастает вместе с углом, то найдем максимум tg, чтобы найти макс. угла.

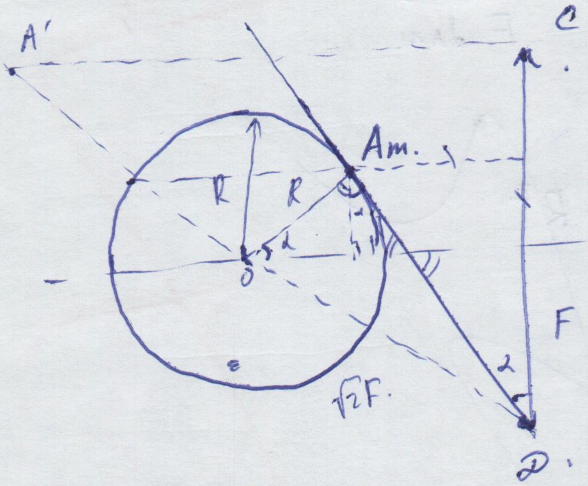
$$tg'\angle A'DC = \frac{F\left(F^2 - d_A F + \sqrt{R^2-(F-d_A)^2}\,F\right) - F d_A\left(-F + \frac{F 2(F-d_A)}{\sqrt{R^2-(F-d_A)^2}}\right)}{\left(F^2 - d_A F + \sqrt{R^2-(F-d_A)^2}\,F\right)^2} = 0$$

$$F^{\cancel{3}2} - d_A \cancel{F^2} + \sqrt{R^2-(F-d_A)^2}\,\cancel{F^2} + \cancel{F} d_A\left(\cancel{F} + \frac{2\cancel{F}(F-d_A)}{\sqrt{R^2-(F-d_A)^2}\cdot\cancel{2}}\right) = 0$$

$$F - \cancel{d_A} + \sqrt{R^2-(F-d_A)^2} + \cancel{d_A} + \frac{2(F-d_A)d_A}{\sqrt{R^2-(F-d_A)^2}} = 0$$

Заметим, что производная всегда больше нуля, это значит, что максимум достигается тогда, когда d_A - макс.

Однако лучи точки A ограничены касательной к окружности шара, значит точка, из которой лучи ~~будут~~ ~~проко~~ выходить из точки D под наибольшим углом - точка касательной к окр-сти. (A_m).



$R\cos\alpha = F - d_{Am}$ $\Rightarrow$ $\cos\alpha = \frac{F - d_{Am}}{R}$

$F\,tg\,\alpha = d_{Am}$

$F\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}} = d_{Am}$

$F^2\frac{(F-d_{Am})^2}{R^2} = d_{Am}^2 - d_{Am}^2\frac{(F-d_{Am})^2}{R^2}$

т.к. фокус линзы a; $\Rightarrow$ для того, чтобы R был минимален, $\angle A'DC = 45°$

$\Downarrow$

$H_A' = f_A \Rightarrow H_A = d_A = x$

$F + H_A = d_{Am}\cdot tg\,\alpha$

$R\cos\alpha = F - x$ $H_A' + F = f_A$

$H_A = R\sin\alpha$

$d_{Am} = F - R\cos\alpha$

$R\sin\alpha = x$

$H_A' = H_A\frac{f_A}{d_A}$

$\frac{H_A}{F}$

$tg\,\alpha = \frac{x}{F-x} = \frac{x}{F+x}$

$\sqrt{(F+H_A)^2 + d}$

$f_A = \frac{Fd_A}{F-d_A}$

$(F+H_A)^2 + d_A^2 = (\sqrt{2}F - R)(\sqrt{2}F + R) = 2F^2 - R^2$

$H_A\frac{f_A}{d_A} + F = f_A$

$H_A\frac{F}{F-d_A} = \frac{Fd_A}{F-d_A} - F$

$H_A' = H_A\frac{f_A}{d_A}$

$\frac{1}{d_A} + \frac{1}{f_A} = \frac{1}{F}$

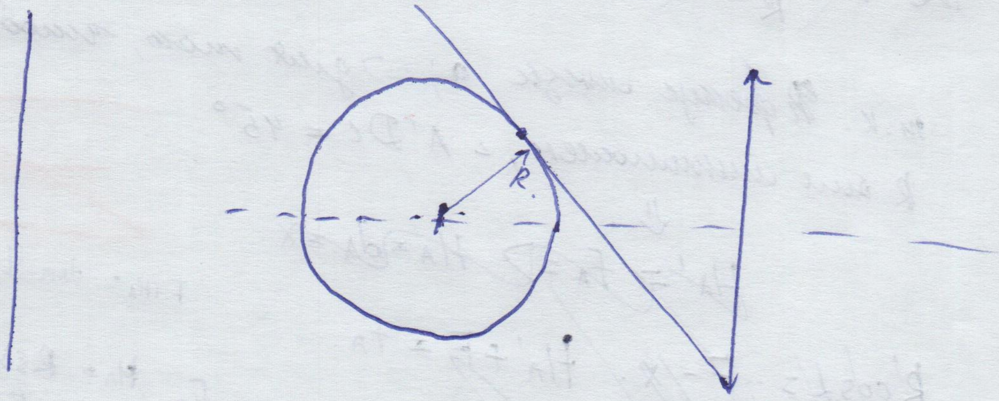
$H_A' + F = f_A$

$(F+H_A)^2 + d_A^2 = 2F^2 - R^2$

$$\begin{cases} \frac{1}{f_{Am}} + \frac{1}{d_{Am}} = \frac{1}{F} \Rightarrow f_{Am} = \frac{F d_{Am}}{F - d_{Am}} \\ H_{Am}^2 = R^2 - (F - d_{Am})^2 \\ (F + H_{Am})^2 + d_{Am}^2 = 2F^2 - R^2 \\ H_A' + F = f_{Am} \\ \frac{H_{Am}}{H_{A'm}} = \frac{d_{Am}}{f_{Am}} \end{cases}$$

$$\frac{\sqrt{R^2 - (F - d_{Am})^2}}{\frac{F d_{Am}}{F - d_{Am}} - F} = \frac{d_{Am}}{\frac{F d_{Am}}{F - d_{Am}}}$$

$$\sqrt{R^2 - (F - d_{Am})^2}\, F = (F - d_{Am}) \left(\frac{F d_{Am}}{F - d_{Am}} - F \right)$$

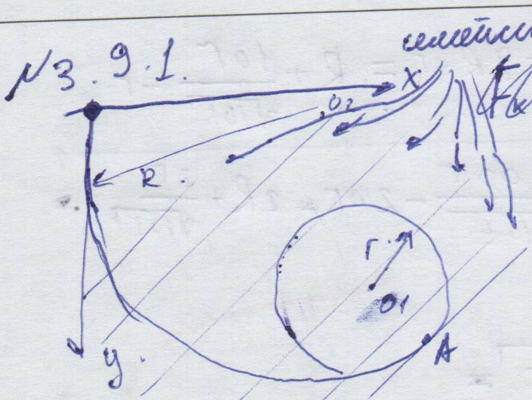


$$\begin{cases} F + H_{Am} = d_{Am} \operatorname{tg} \alpha = \frac{d_{Am} H_{Am}}{\sqrt{R^2 - H_{Am}^2}} \\ H_{Am} = R \sin \alpha \\ d_{Am} = F - R \cos \alpha = F - \sqrt{R^2 - H_{Am}^2} \end{cases}$$

$$\sin \alpha = \frac{H_{Am}}{R} \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{H_{Am}^2}{R^2}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{H_{Am}}{\sqrt{R^2 - H_{Am}^2}}$$

№3.9.1.



$E = \frac{F_к}{q} \Rightarrow F_к = Eq$

$m \cdot \vec{a}_к = \vec{E} q$ +

$a_к = \frac{Eq}{m} = \frac{10^3 \cdot 10^{-6}}{10^{-3}} = 1$ м/с².

Запишем З.С.Э.

$\cancel{m}gy + \cancel{m}a_к x = \frac{\cancel{m}v^2}{2}$ +

$y = \frac{\cancel{m}v^2}{2g} - \frac{a_к}{g} x$

как видно, в наших координатах точки, где скорость будет равной удовлетворяют ~~нав~~ уравнению:

$y = \frac{v^2}{20} - \frac{x}{10} \Rightarrow$ $dy = -\frac{dx}{10} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{10}$

Заметим, что максимальная скорость будет в точке A т.к. прямая лежит выше остальных.

уравнение окр. O_1:

$(x-R)^2 + (y-R+r)^2 = r^2$

$2(x-R)\,dx = -2(y-R+r)\,dy$

$\frac{dy}{dx} = -\frac{x-R}{y-R+r} = -\frac{1}{10} \Rightarrow 10x - 10R = y - R + r$

$y = 10x - 9R - r$

$(x-R)^2 + (10x-10R)^2 = r^2$

$x - R = \frac{r}{\sqrt{101}}$

$x = R + \frac{r}{\sqrt{101}}$

$\cancel{-10x + 10R = y - R + r}$

$\cancel{y = 11R - 10x - r}$

$\cancel{x^2 - 2R + R^2 + (10R - 10x)^2 = r^2}$

$\cancel{101(R-x)^2 = r^2 \Rightarrow R - x = \frac{r}{\sqrt{101}}}$

$\cancel{x = R - \frac{r}{\sqrt{101}}}$

$$y = 10x - 9R - r = 10R + \frac{10r}{\sqrt{101}} - 9R - r = R + \frac{10r}{\sqrt{101}} - r.$$

$$v = \sqrt{20y + 2x} = \sqrt{20R + \frac{200r}{\sqrt{101}} - 20r + 2R + \frac{2r}{\sqrt{101}}} =$$

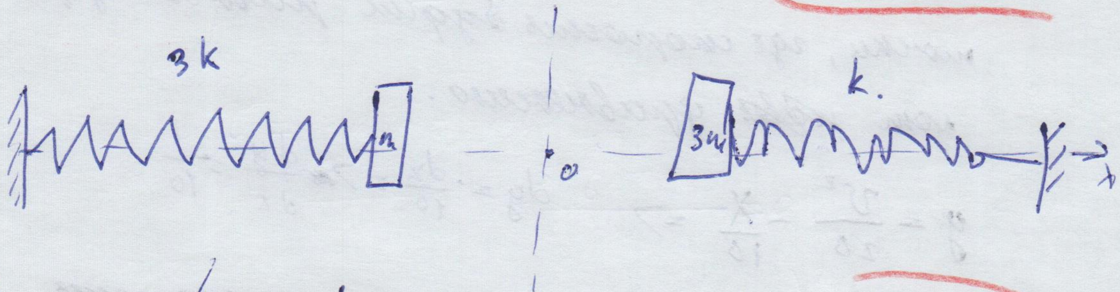
$$= \sqrt{22R + 2\cdot\sqrt{101}\cdot r - 20r} =$$

$$= \sqrt{22 - 5 + \frac{2}{4}\sqrt{101}} =$$

$$= \sqrt{17 + \sqrt{\frac{101}{4}}}.$$

Ответ: $\sqrt{17 + \sqrt{\frac{101}{4}}}$ м/с.

№1.2.1.



$ma = -kx$

$\omega_1^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, $\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{3m}}$

$mv = 3mv'$

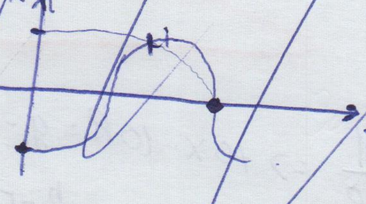
$\frac{mv^2}{2} = \frac{3mv'^2}{2}$

$\frac{v}{2} = \frac{v'}{\sqrt{2}}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$

$A\cos(\pi + \sqrt{\frac{k}{m}}$

$-A\cos(\sqrt{\frac{k}{m}}t) = A\cos(\sqrt{\frac{k}{3m}}t)$



T:

$\cos\alpha = -\cos(\frac{\alpha}{\sqrt{3}})$

$\pi - \sqrt{\frac{k}{m}}t = \sqrt{\frac{k}{3m}}t$

$$t = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)}$$

+

−

−

$ma_1 = -3kx$

$3ma_2 = -kx$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} w_1 = \sqrt{\frac{3k}{m}} \\ w_2 = \sqrt{\frac{k}{3m}} \end{cases}$

$-A_1\cos\left(\sqrt{\frac{3k}{m}}t\right) = A_1\cos\left(\sqrt{\frac{k}{3m}}t\right)$. (+)

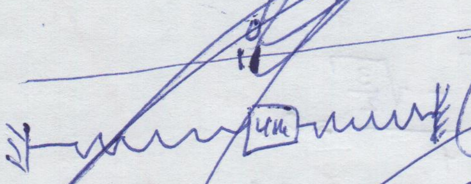
$k\pi + \sqrt{\frac{3k}{m}}t = \pm\sqrt{\frac{k}{3m}}t$; где k - нечетное; $k \in Z$.

+: $t = \frac{\pi k}{\sqrt{\frac{k}{3m}} - \sqrt{\frac{3k}{m}}} = \frac{n\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}\left(\frac{1}{\sqrt3}+\sqrt3\right)} \Rightarrow t_{min} = \frac{\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}{\sqrt3 - \frac{4}{\sqrt3}}$ (+)

−: $t = -\frac{n\pi}{\sqrt{\frac{k}{3m}} + \sqrt{\frac{3k}{m}}} = \frac{-n\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}\left(\frac{1}{\sqrt3}+\sqrt3\right)} \Rightarrow t_{min} = \frac{\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}{\sqrt3+\frac{1}{\sqrt3}}$ (+)

$x_1 = -A_1\cos\left(\frac{\sqrt3\pi}{\sqrt3-\frac{1}{\sqrt3}}\right) \Rightarrow 0$

$x_2 = A\cos\left(\frac{\pi}{3-1}\right) = A\cos\frac{\pi}{2} = 0$



$3k\frac{x^2}{2} + k\frac{x^2}{2} + 4m\frac{v^2}{2} = 2k\frac{x^2}{2} + 4m\frac{v^2}{2} = 4k\frac{(L-10)^2}{2} = 2k(L-10)^2$

$2kx^2 = 4m\frac{v^2}{2}$

~~Выполнение н-ея~~

В крайних положениях: $v=0$

$x = \pm L - 10$

$\Downarrow$

$A = 20$ см.

Ответ: 20 см.

$x_1 = -A_1\cos\frac{\sqrt3\pi}{\sqrt3+\frac{1}{\sqrt3}} = -A_1\cos\frac{5}{4}$

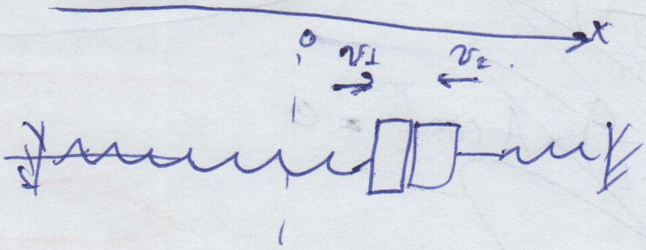
$x_2 = A_1\cos\frac{\pi}{4}$ $\Rightarrow x_c = A_1\frac{\sqrt2}{2} = (L-10)\frac{\sqrt2}{2}$.

$\frac{mV_1^2}{2} + \frac{3kx^2}{2} = 0 \Rightarrow V_1^2 = \frac{3k}{m} \cdot \frac{(L-10)^2}{2}$

$\frac{3mV_2^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = 0 \Rightarrow V_2^2 = \frac{k}{3m}(L-10$

$\frac{mV_1^2}{2} + \frac{3kx^2}{2} = \frac{3k(L-10)^2}{2} \Rightarrow V_1 = \frac{3k(L-10)^2}{2m}$

$\frac{3mV_2^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{k(L-10)^2}{2} \Rightarrow V_2^2 = \frac{k(L-10)^2}{6m}$



$4mV = 3mV_2 - mV_1$

$V_0 = \frac{3V_2 - V_1}{4} = \frac{3\sqrt{\frac{3}{6}} - \sqrt{\frac{3}{2}}}{4} = 0$ ±

$\frac{4mV^2}{2} + 2kx^2 = \frac{4mV_0^2}{2} + 2k\frac{(L-10)^2}{2}$

в крайних точках $V=0$.

$x = \pm\frac{L-10}{\sqrt{2}} \Rightarrow A = \frac{2}{\sqrt{2}}(L-10)$ ±

общий вид отсутствует

Ответ: $\frac{20}{\sqrt{2}}$ см. ±