0 044683 070004

04-46-83-07
(46.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1

Место проведения 04 Лесные Поляны
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Литвинцева Виталия Андреевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«05» марта 2023 года

Подпись участника

04-46-83-07 (46.1)

т. где встретятся:

черновик.

$a_1 = F_1 = \frac{3kx}{m} = 3\frac{kx}{m}$

$F_2 = \frac{kx}{3m}$

Зависимость координаты от времени для 1-го.

$m\ddot{x} = -3kx$

3k

$\ddot{x} + \frac{3k}{m}x = 0$

$\frac{L}{2}$ x

$\omega_1 = \sqrt{\frac{3k}{m}}$ $\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{3m}}$,

$x_1 = A\sin(\varphi_1 + \omega_1 t)$

v_0 $\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$.

$v_1 = A\,\cos$

$(A\sin(\varphi_0 + \omega t))' = A\cdot(\varphi_0 + \omega t)' \cdot \cos(\varphi_0 + \omega t) =$

$= A\omega\cos(\varphi_0 + \omega t)$.

$A\omega\cos(\varphi_0) = 0$.

$A\sin\varphi_0 = -\frac{L}{2}$.

$\cos\varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$.

$A = \frac{-L}{2}$ → амплитуда.

Для 2-го аналогично

$\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{3m}}$

$A\omega\cos\varphi_0 = 0$

$A\sin\varphi_0 = \frac{L}{2}$

$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

$A = \frac{L}{2}$

$\frac{L}{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2} + \sqrt{\frac{k}{3\pi}}t\right) = -\frac{L}{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2} + \sqrt{\frac{3k}{m}}t\right)$.

$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \sqrt{\frac{k}{3\pi}}t\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} + \sqrt{\frac{3k}{m}}t\right)$.

$\sin(a+b) + \sin(a-b) = 2\sin a\cos b$.

$\cos(a-b) - \cos(a+b) = 2\sin a\sin b$

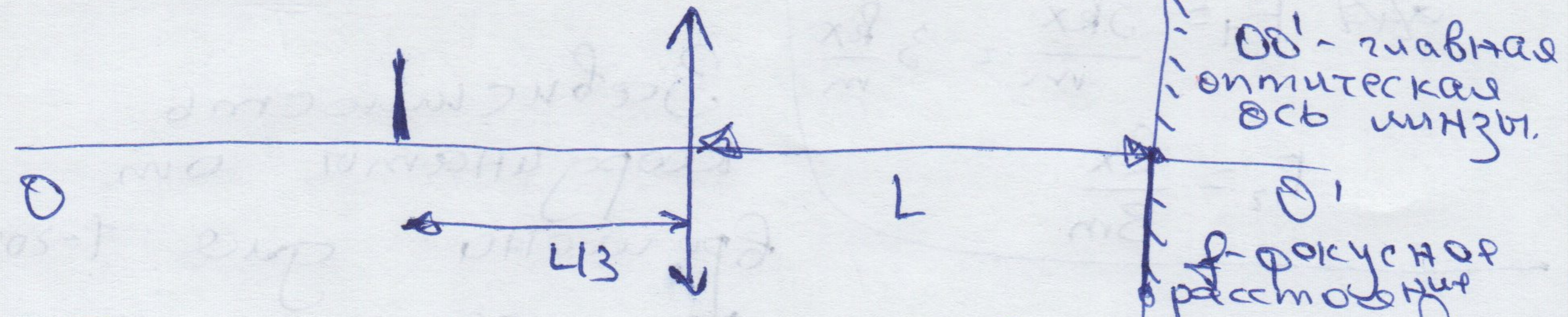
$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

Σ	1	2	3	4	5
73	7	20	20	6	20

73 (семьдесят три)

Нечитр.

~~15.1~~, Задача 4 — чистовик.



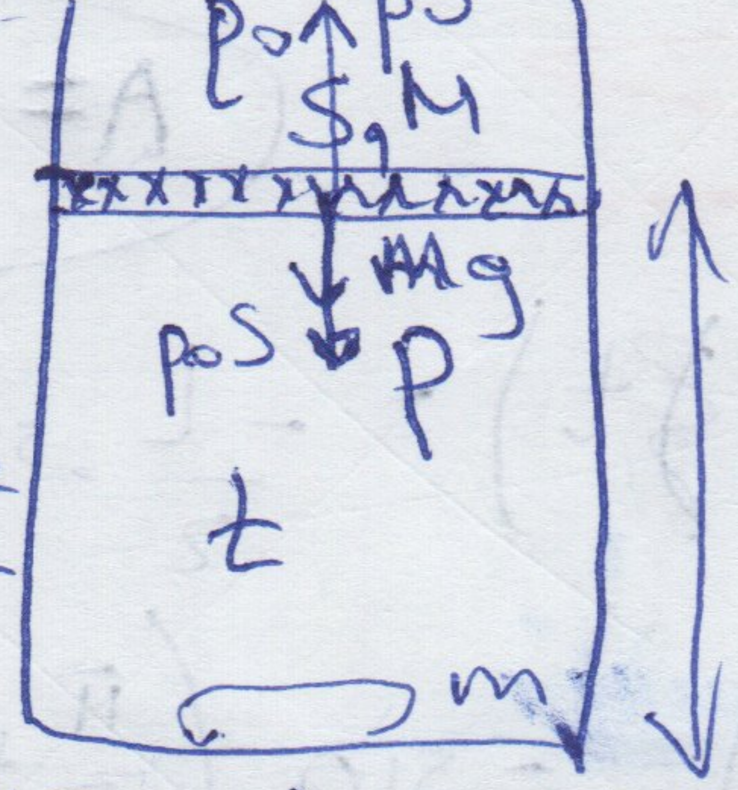
Т.к. на экране появляется изображение оно должно быть действительное (т.к. только сами лучи могут делать на экране изображение, а не их продолжения). ~~Тогда мы можем записать формулу~~ Также т.к. увеличение $Г=3$ и т.к. лучи, проходящие через оптический центр линзы не преломляются то расстояние от предмета до линзы равно $\frac{L}{3}$ (предмет находится с другой стороны от линзы т.к. в любом другом случае действительное изображение невозможно). Теперь запишем формулу тонкой линзы:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{L} + \frac{1}{\frac{L}{3}} = \frac{4}{L} \Rightarrow f = \frac{L}{4} = 20 \text{ см.}$$

$$D = \frac{1}{f} = \frac{1}{0{,}2\text{м}} = 5 \text{ дптр.}$$

Ответ: 5 дптр

Задача 2:



При 0° C вся вода находилась в твёрдом и/или жидком состоянии. Потом она растаяла. и ~~[illegible]~~ испарилась. ~~Вся вода испарилась т.к. давление насыщенных паров при t больше атмосферного и поршень всегда поднимался бы, а в состоянии равнове~~

В состоянии равновесия сумма сил,

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

04-46-83-07 (46.1)

Задача 2 (продолжение) чистовик

действующих на поршень равна 0 по 2 закону Ньютона. Найдём давление под поршнем в таком случае:

2ЗН: $p \cdot S = p_0 \cdot S + Mg \Rightarrow p = p_0 + \frac{Mg}{S} = 10^5 Па + \frac{100 кг \cdot 10 \frac{м}{с^2}}{0{,}01 м^2} =$

$= 2 \cdot 10^5 Па < p_н$, а это значит, что в состоянии равновесия ~~вся~~ вся H_2O испарится т.к. в противном случае она продолжит испаряться (т.к. пар не насыщенный). ~~Зна~~ Тогда можно записать для пара ур-ние Менделеева-Клайперона:

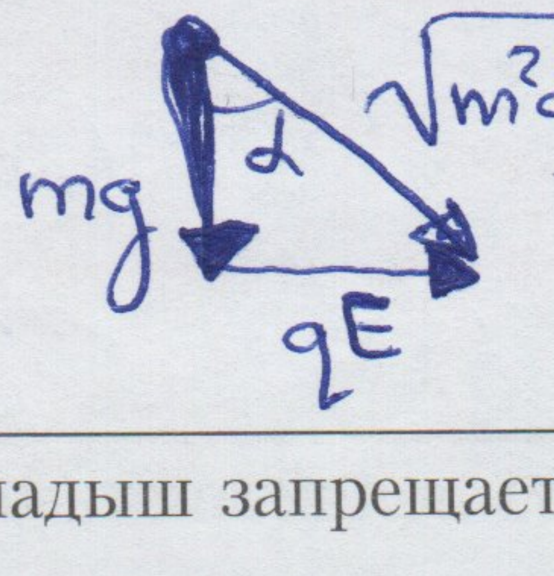
$$p \cdot S \cdot h = \frac{m}{\mu} R t \Rightarrow h = \frac{mRt}{pS\mu} =$$

$$= \frac{0{,}5 моль \cdot 8{,}3 \frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot (127+273) К}{2 \cdot 10^5 Па \cdot 0{,}01 м^2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{83}{10} \cdot 400}{2 \cdot 10^5 \frac{1}{100}} м =$$

$= \frac{1}{4} \cdot 83 \cdot 4 \cdot 10^{-2} м = 83 см$. У льда плотность значительно больше, чем у пара $\Rightarrow$ начальной высотой можно пренебречь по сравнению с h.

Ответ: 83 см

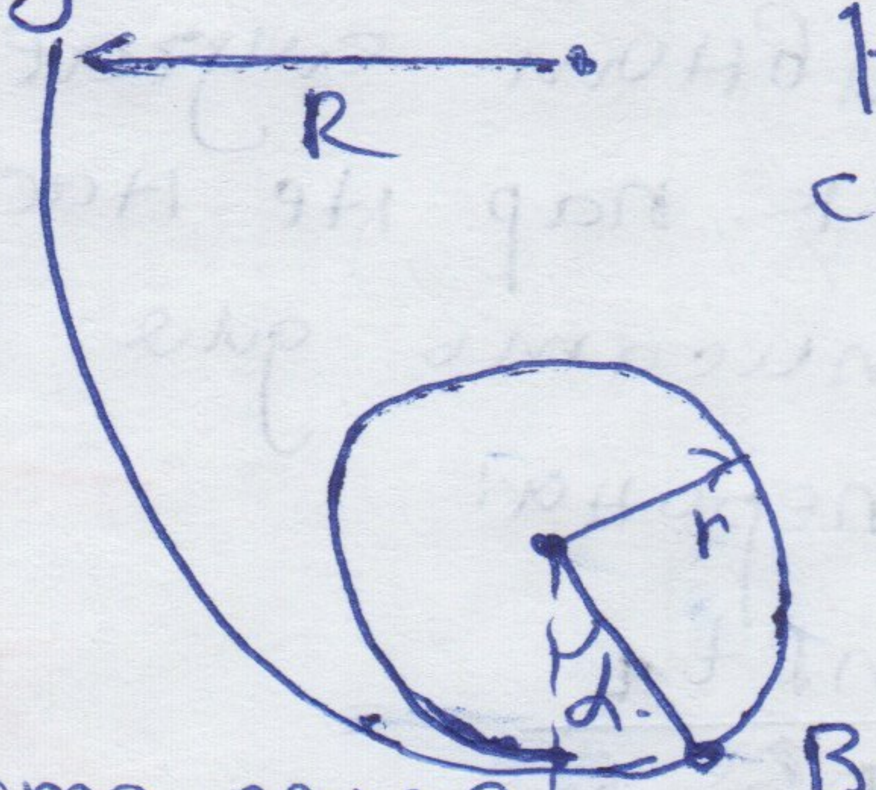
Задача 3: Сила реакции опоры со стороны стержня всегда направлена перпендикулярно направлению движения $\Rightarrow$ она не совершает работу над бусинкой, а работу совершают только электр поле и сила тяжести. Заменим их векторно на 1 силу (сумма векторов сил):



$tg\,\alpha = \frac{qE}{mg}$

Задача 3 (продолжение): чистовик

Т.к. изменение кинетической энергии равно работе, совершённой над телом, то максимальная скорость будет при max кин. энергии, что будет при max работе. Это будет тогда, когда шарик пройдёт max расстояние вдоль оси, расположенной под $\angle\alpha$ к вертикали, т.е. в следующей точке B:



Найдём в ней работу сил над шариком:

$$A_E = qE\cdot(R + r\sin\alpha)$$

$$A_g = mg\cdot(R - r(1-\cos\alpha)).$$

$$\sin\alpha = \frac{qE}{\sqrt{m^2g^2+q^2E^2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{mg}{\sqrt{m^2g^2+q^2E^2}}$$

A_E – работа поля E

A_g – работа силы тяжести.

Запишем изменение кин. энергии:

$$\cancel{\frac{mv_{max}^2}{2} = (qE+mg)R + \frac{q^2E^2 r}{\sqrt{m^2g^2+q^2E^2}} - \frac{m^2g^2 r}{\sqrt{m^2g^2+q^2E^2}}}$$

$$\cancel{= (qE+mg)R + r\left\{\frac{q^2E^2-m^2g^2}{\sqrt{m^2g^2+q^2E^2}}\right.}$$

$$\cancel{v_{max} = \sqrt{\frac{2\left[(qE+mg)R + r\frac{q^2E^2-m^2g^2}{\sqrt{m^2g^2+q^2E^2}}\right]}{m}}}$$

$R = 1$ м
$r = 0{,}25$ м
$m = 10^{-3}$ кг
$q = 10^{-6}$ Кл
$g = 10\ \frac{м}{с^2}$
$E = 10^3\ \frac{В}{м}$

$$\cancel{qE = 10^{-3}\ Н.}$$

$$\cancel{mg = 10^{-3}\ кг\cdot 10\ \frac{м}{с^2} = 10^{-2}\ Н}$$

$$\cancel{(qE+mg)R = (10^{-3}+10^{-2})\ Н\cdot 1\ м = 11\cdot 10^{-3}\ Дж.}$$

$$\cancel{(qE)^2\ (mg)^2 =}$$

04-46-83-07 (46.1)

Задача 3(продолжение):

~~черновик~~ чистовик

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = A_E + A_g = R(qE+mg) + qErsin\alpha - mgr + $$
$$+ mgrcos\alpha = R(qE+mg) + \frac{q^2E^2r}{\sqrt{m^2g^2+q^2E^2}} - mgr +$$
$$+ \frac{m^2g^2r}{\sqrt{m^2g^2+q^2E^2}} = R(qE+mg) - mgr + r\sqrt{m^2g^2+q^2E^2}$$

$$-mgr + R(qE+mg) = 1м \cdot (10^{-3}H + 10^{-2}H) - \frac{1}{4}м \cdot 10^{-2}H =$$
$$= 11 \cdot 10^{-3}H - 2{,}5 \cdot 10^{-3}H = 8{,}5 \cdot 10^{-3} Дж$$

$q = 10^{-6}$ Кл
$E = 10^3 \frac{В}{м}$
$qE = 10^{-3}$ Н
$m = 10^{-3}$ кг
$g = 10 \frac{м}{с^2}$
$mg = 10^{-2}$ Н

$$r\sqrt{m^2g^2+q^2E^2} = \frac{1}{4}м \cdot \sqrt{10^{-4}H^2 + 10^{-6}H^2} \approx$$

пренебрежимо мало по сравнению с 10^{-4}

$$\approx \frac{1}{4} \cdot \sqrt{10^{-4}H^2} = 2{,}5 \cdot 10^{-3} Дж$$

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = 11 \cdot 10^{-3} Дж \Rightarrow$$

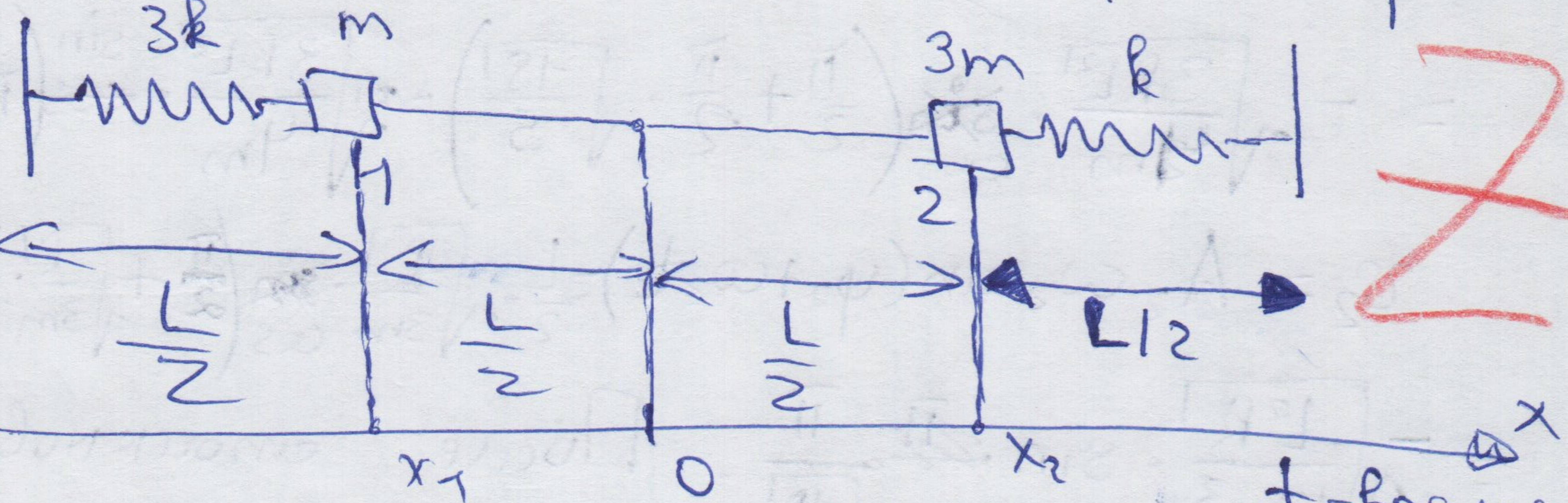
$$\Rightarrow v_{max}^2 = \frac{22 \cdot 10^{-3} Дж}{10^{-3} кг} = 22 \frac{м^2}{с^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{max} = \sqrt{22} \frac{м}{с}.$$

Ответ: $\approx\sqrt{22} \frac{м}{с}$

Задача 1: чистовик

~~Про~~ Найдём ~~чоро~~ частоту колебаний каждого в случае отсутствия другого:
$x=0 \rightarrow$ положение в центре стержня.



t - время с момента отпускания

$m\ddot{x}_1 = -3kx_1 \Rightarrow m\ddot{x}_1 + 3kx_1 = 0.$

Решением этого дифференциального ур-ния является $x_1 = A_1\sin\left(\varphi_1 + \sqrt{\frac{3k}{m}}t\right)$. Аналогично найдём $x_2 = A_2\sin\left(\varphi_2 + \sqrt{\frac{k}{3m}}t\right)$. Найдём величины $A_1, A_2, \varphi_1, \varphi_2$: при $t=0$ $v_1=v_2=0$, а т.к. $v_1=\dot{x}_1$ и $v_2=\dot{x}_2$ то $\cos\varphi_1=\cos\varphi_2=0 \Rightarrow \varphi_1=\varphi_2=\frac{\pi}{2}$. Аналогично находим $A_1=\frac{-L}{2}$ и $A_2=\frac{L}{2}$. Теперь найдём момент столкновения: $x_1=x_2 \Longrightarrow \frac{-L}{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}+\sqrt{\frac{3k}{m}}t\right)=\frac{L}{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}+\sqrt{\frac{k}{3m}}t\right)$

Наименьшим положительным корнем этого ур-ния является $\boxed{t=\frac{\pi}{2}\cdot\sqrt{\frac{6m}{5k}}}$?

Найдём координаты и скорости грузов в этот момент:

$$\cancel{x_1 = \frac{-L}{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}+\sqrt{\frac{3k}{m}}\cdot\sqrt{\frac{6m}{5k}}\cdot\frac{\pi}{2}\right) = \frac{-L}{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}\cdot\left(1+\sqrt{\frac{18}{5}}\right)\right) = \frac{L}{2}\cdot\cos\left(\sqrt{\frac{18}{5}}\cdot\frac{\pi}{2}\right) = \frac{L}{2}}$$

$$x_0 = \frac{L}{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}+\sqrt{\frac{k}{3m}}\cdot\sqrt{\frac{6m}{5k}}\cdot\frac{\pi}{2}\right) = \frac{L}{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}+\sqrt{\frac{1}{10}}\,\pi\right) = \frac{L}{2}\cdot\cos\frac{\pi}{\sqrt{10}}$$

Задача 1 (продолжение): ~~чистовик~~ чистовик

$v_1 = A_1 \omega_1 \sin(\varphi_1 + \omega_1 t) =$

$= \frac{-L}{2} \cdot \sqrt{\frac{3k}{m}} \cdot \frac{\cancel{\sin}}{\cos}\left(\frac{\pi}{2} + \sqrt{\frac{3k}{m}} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{6m}{5k}}\right) =$

$= -\sqrt{\frac{3kL^2}{4m}} \cdot \frac{\cancel{\sin}}{\cos}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{18}{5}}\right) = \sqrt{\frac{3kL^2}{4m}} \cdot \frac{\sin}{\cancel{\cos}}\left(\pi \cdot \sqrt{\frac{9}{10}}\right)$

$v_2 = A_2 \omega_2 \sin(\varphi_2 + \omega_2 t) = \frac{L}{2} \cdot \sqrt{\frac{k}{3m}} \cdot \frac{\cancel{\sin}}{\cos}\left(\frac{\pi}{2} + \sqrt{\frac{k}{3m}} \cdot \sqrt{\frac{6m}{5k}} \frac{\pi}{2}\right) =$

$= -\sqrt{\frac{L^2 k}{12m^2}} \cdot \sin \frac{\pi}{\sqrt{10}}$. После столкновения они слипаются и дальше двигаются как одно целое, найдём их скорость по закону сохранения импульса:

$4mv_0 = mv_1 + 3mv_2 = \sqrt{\frac{3kL^2 m}{4}} \cdot \sin\frac{3\pi}{\sqrt{10}} - 3\sqrt{\frac{L^2 km}{12}} \times$

$\times \sin\frac{\pi}{\sqrt{10}} = \sqrt{\frac{3kL^2 m}{4}}\left(\sin\frac{3\pi}{\sqrt{10}} - \sin\frac{\pi}{\sqrt{10}}\right) =$

$= \sqrt{\frac{3km}{4}} L \cdot 2 \cdot \sin\frac{\pi}{\sqrt{10}} \cdot \cos\frac{2\pi}{\sqrt{10}} =$

$= \sqrt{3km} L \sin\frac{\pi}{\sqrt{10}} \cos\frac{2\pi}{\sqrt{10}}$ $\quad v_0 = L \cdot \sqrt{\frac{3k}{16m}} \sin\frac{\pi}{\sqrt{10}} \cos\frac{2\pi}{\sqrt{10}}$

Аналогично тому как находили ω_1 и ω_2 находим $\omega = \sqrt{\frac{4k}{4m}} = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

τ – время после столкновения

~~Запишем~~ $x = A\sin(\varphi_0 + \omega\tau)$

$v = A\omega\cos(\varphi_0 + \omega\tau)$.

$x_0 = \frac{L}{2}\cos\frac{\pi}{\sqrt{10}}$

$v_0 = \sqrt{\frac{3k}{16m}} L \cdot \sin\frac{\pi}{\sqrt{10}} \cos\frac{2\pi}{\sqrt{10}}$

$\frac{v_0}{x_0} = \frac{\sqrt{\frac{3k}{16m}} \cdot L \cdot \sin\frac{\pi}{\sqrt{10}} \cos\frac{2\pi}{\sqrt{10}}}{\frac{L}{2}\cos\frac{\pi}{\sqrt{10}}} = \omega \operatorname{ctg} \varphi_0$

Задача 1 (продолжение): чистовик

$$\operatorname{ctg}\varphi_0 = 2\cdot\sqrt{\frac{3k}{16m}}\cdot\operatorname{tg}\frac{\pi}{\sqrt{10}}\cdot\cos\frac{2\pi}{\sqrt{10}}\cdot\sqrt{\frac{m}{k}} =$$

$$= \sqrt{\frac{3}{4}}\operatorname{tg}\frac{\pi}{\sqrt{10}}\cdot\cos\frac{2\pi}{\sqrt{10}}$$

$$\varphi_0 = \operatorname{arcctg}\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\operatorname{tg}\frac{\pi}{\sqrt{10}}\cos\frac{2\pi}{\sqrt{10}}\right)$$

$$\frac{L}{2}\cos\frac{\pi}{\sqrt{10}} = A\sin\left(\operatorname{arcctg}\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\operatorname{tg}\frac{\pi}{\sqrt{10}}\cos\frac{2\pi}{\sqrt{10}}\right)\right)$$

$$A = \frac{L}{2}\cdot\cos\frac{\pi}{\sqrt{10}}\cdot\sqrt{1+\frac{3}{4}\cdot\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{\sqrt{10}}\cos^2\frac{2\pi}{\sqrt{10}}}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } 10\text{ см}\cdot\cos\frac{\pi}{\sqrt{10}}\sqrt{1+\frac{3}{4}\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{\sqrt{10}}\cos^2\frac{2\pi}{\sqrt{10}}}}$$

v_1, v_2 – скорости 1 и 2 при столкновении.

x_0 – координата ~~после~~ в момент столкновения

v_0 – скорость сразу после столкновения.

A – искомая амплитуда

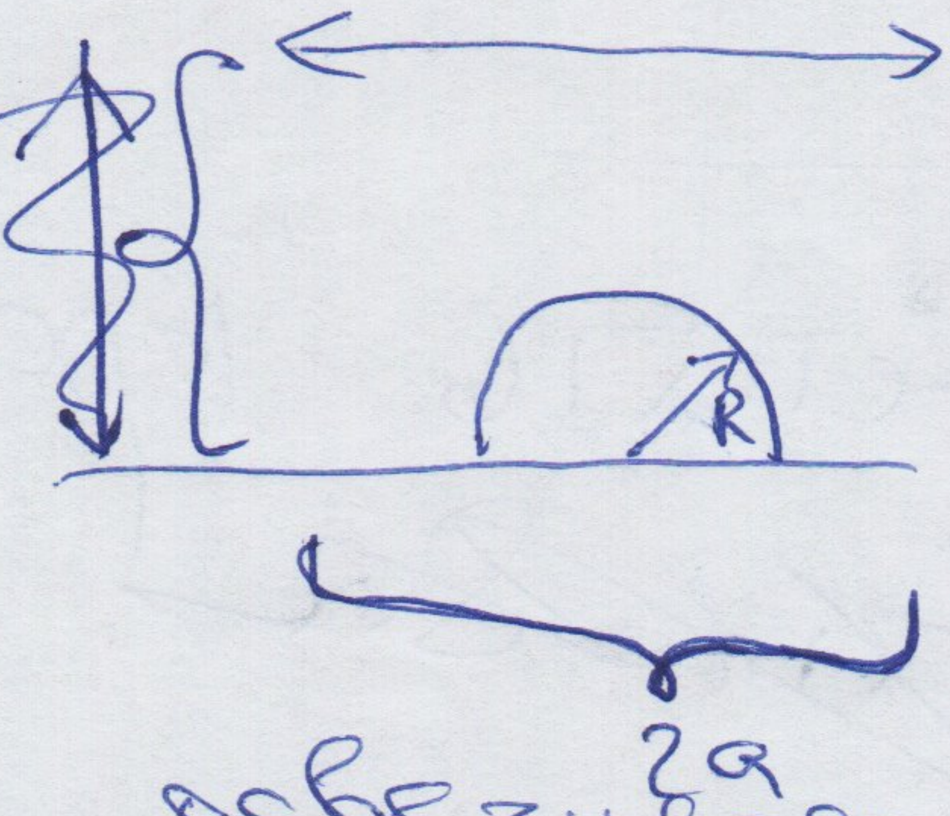
ω_1, ω_2 – частота колебаний 1 и 2 грузов в отсутствии других.

A_1, A_2 – соответствующие амплитуды,

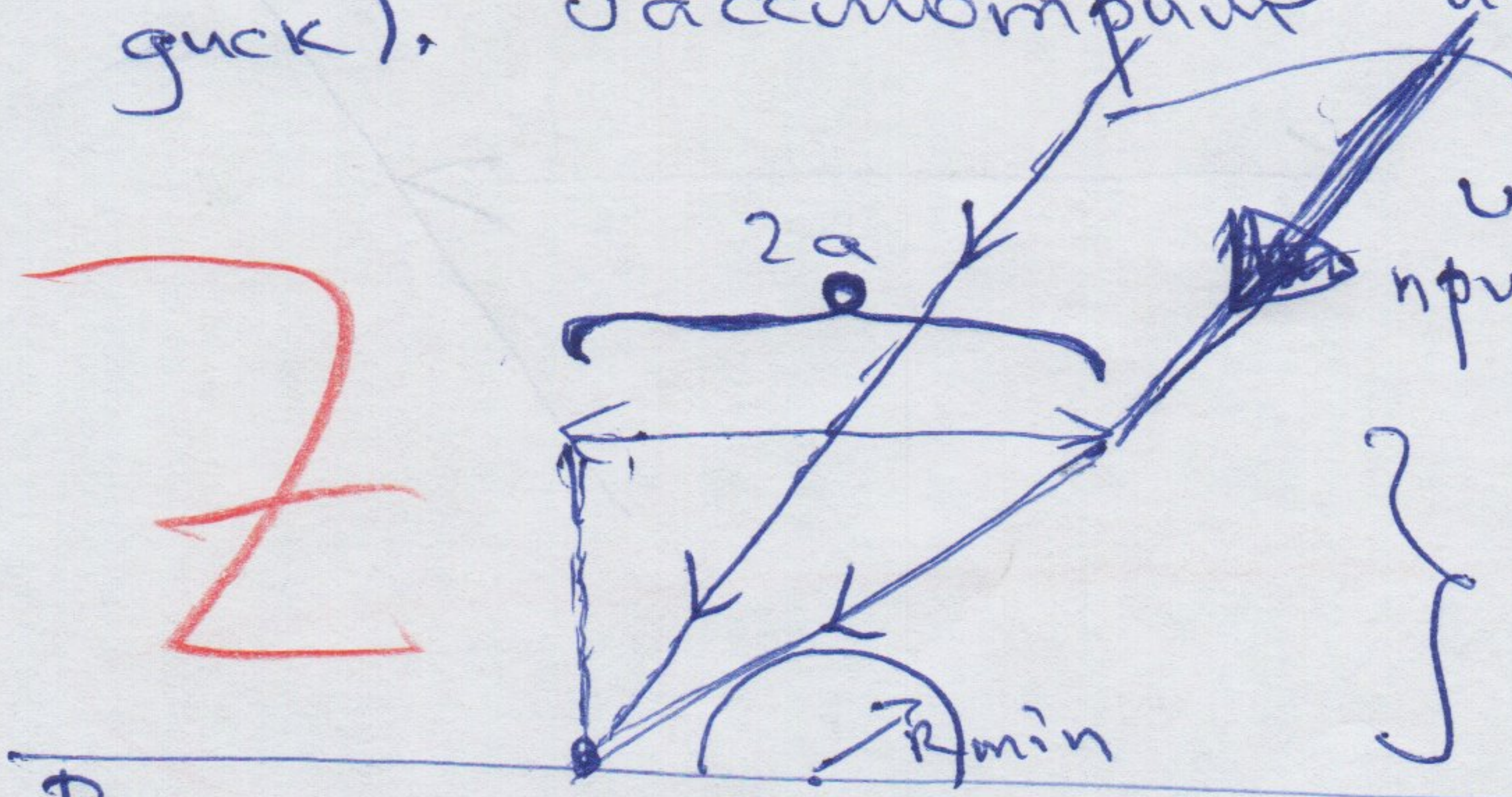
ω – частота колебаний после слипания.

Задача 5:

~~Т.к.~~ Только точки, лежащие в нужной нам плоскости будут ~~создавать~~ создавать лучи в этой же плоскости, поэтому мы можем рассматривать только светящееся кольцо. ~~Если~~ Рассмотрим только 1 линзу и полукольцо: если радиус очень мал то освещается только некая область в центре, а при приближении мнимые изображения придвигаются ближе к линзе и отъезжают в бок, что освечивает более широко.



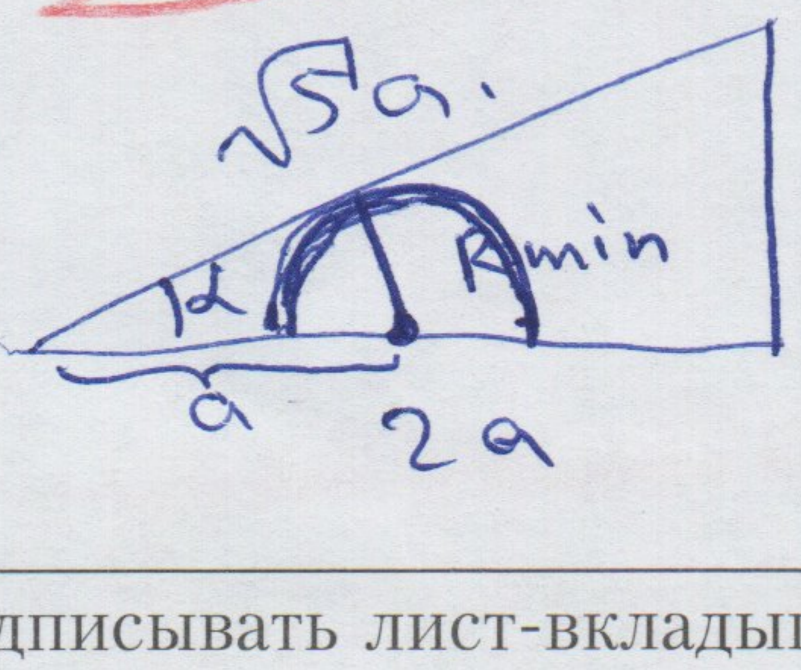
Значит, нам надо найти момент когда будет освещена ровно четверть пл-ти через 1 линзу (может быть и больше, но в этот момент будет впервые появляется луч, идущий через край линзы ровно под $\angle 45^\circ$ к линзе если мы медленно расширяем наш диск). Рассмотрим именно этот луч:



этот луч $\parallel$ нашему и не преломляется при проходе через центр линзы $\Rightarrow$ наш луч пересекает фокальную плоскость в той же точке.

В крайнем случае наша окр-ть касается этого луча, посчитаем её радиус:

$$\sin\alpha = \frac{R_{min}}{a} = \frac{a}{\sqrt{5}a} \Rightarrow \boxed{R_{min} = \frac{\sqrt{5}a}{5}}$$



$a = 2{,}25$ см

$$R_{min} = \frac{2{,}25\text{ см}}{\sqrt{5}} = \frac{9\text{ см}}{4\cdot\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{81}{5\cdot 16}} = \sqrt{\frac{81}{80}} \approx 1\text{ см}$$

~~Ответ: $\frac{\sqrt{5}a}{5}$~~

Ответ: 1 см

$A_1 = -\frac{L}{2}$ $\omega_1 = \sqrt{\frac{3k}{m}}$ $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ черновик

$A_2 = \frac{L}{2}$ $\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{3m}}$ $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$.

Найдём время столкновения:

$\sin(a+b) - \sin(a-b) = 2\sin b \cos a$

$x = A_1 \sin(\varphi_1 + \omega_1 t)$

$x_2 = A_2 \sin(\varphi_2 + \omega_2 t)$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$,

$\sin^2 + \cos^2\alpha = 1$

$\frac{1}{\sin^2} = ctg^2 + 1$

$A_1 \sin(\varphi_1 + \omega_1 t) = A_2 \sin(\varphi_2 + \omega_2 t)$.

$-\sin\left(\frac{\pi}{2} + \sqrt{\frac{3k}{m}}t\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \sqrt{\frac{k}{3m}}t\right)$

$\sin a + \sin b = 2\sin\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$

$\sin\frac{\frac{\pi}{2} + \sqrt{\frac{3k}{m}}t + \sqrt{\frac{k}{3m}}t + \frac{\pi}{2}}{2} \cos\frac{\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} + \sqrt{\frac{k}{3m}}\right)t}{2} = 0$

$\frac{\pi}{2} + \frac{\sqrt{\frac{3k}{m}} + \sqrt{\frac{k}{3m}}}{2} t = \pi n. \to$ 1 случай.

$\sqrt{\frac{3k}{m}} + \sqrt{\frac{k}{3m}} = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \sqrt{3 + \frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{k}{m}} \sqrt{\frac{10}{3}}$ 2 случай:

$\frac{\pi}{2} + \sqrt{\frac{k}{m}} \sqrt{\frac{10}{12}} t = \pi n.$

$\frac{\sqrt{\frac{3k}{m}} + \sqrt{\frac{k}{3m}}}{2} t = \sqrt{\frac{k}{m}} \sqrt{\frac{5}{6}} \cdot t = \frac{\pi}{2} + \pi n$

$t \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \sqrt{\frac{5}{6}} = \frac{\pi}{2}.$

$t = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{6}{5}} \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}.$

$t = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \sqrt{\frac{6}{5}}$

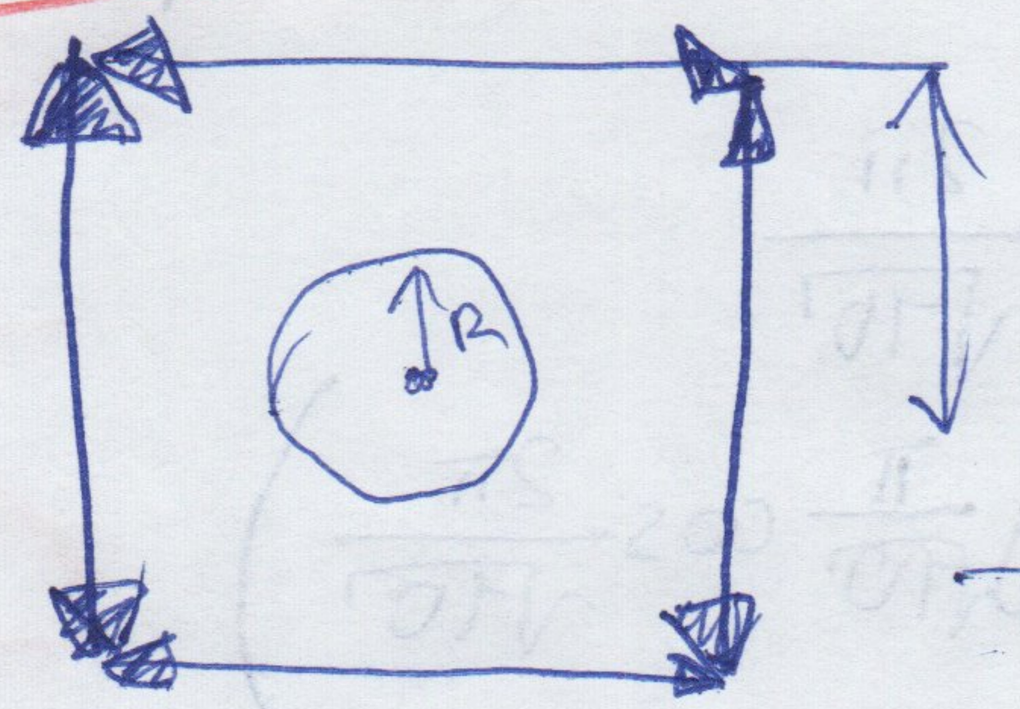
$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha$

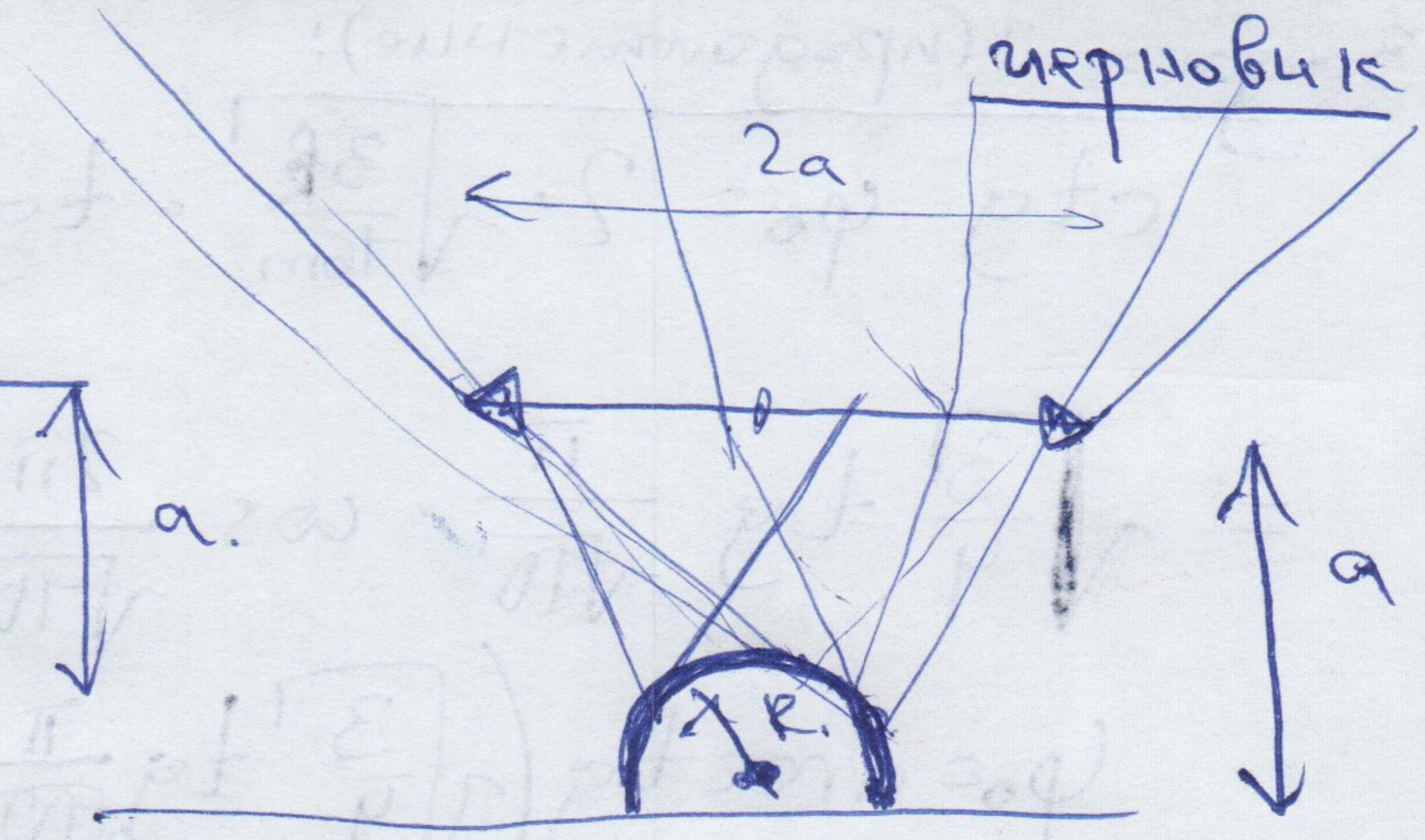
$x = A_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{6}{5}}\right.$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin\alpha$

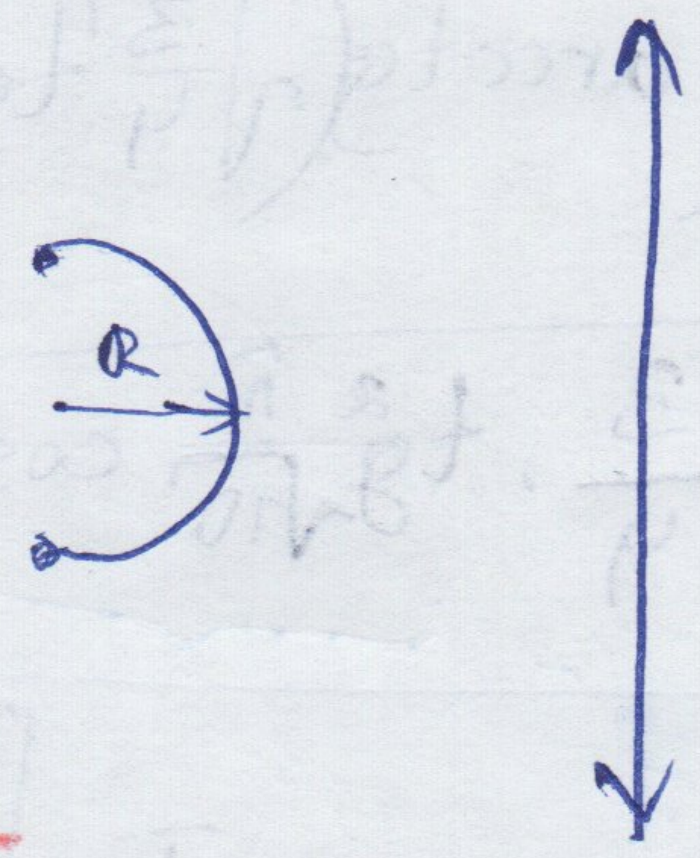
Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

черновик





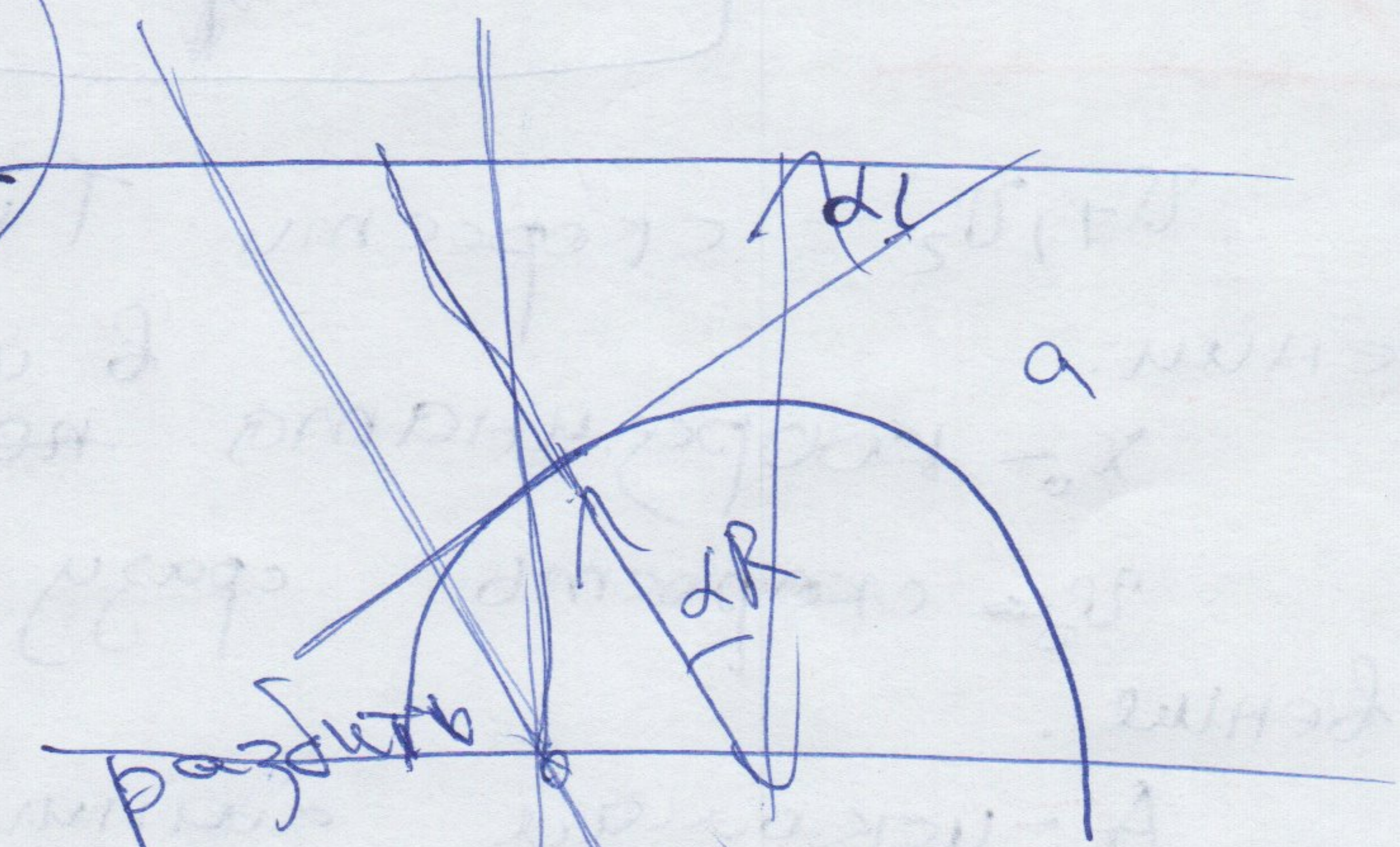
Все изображения мнимые.



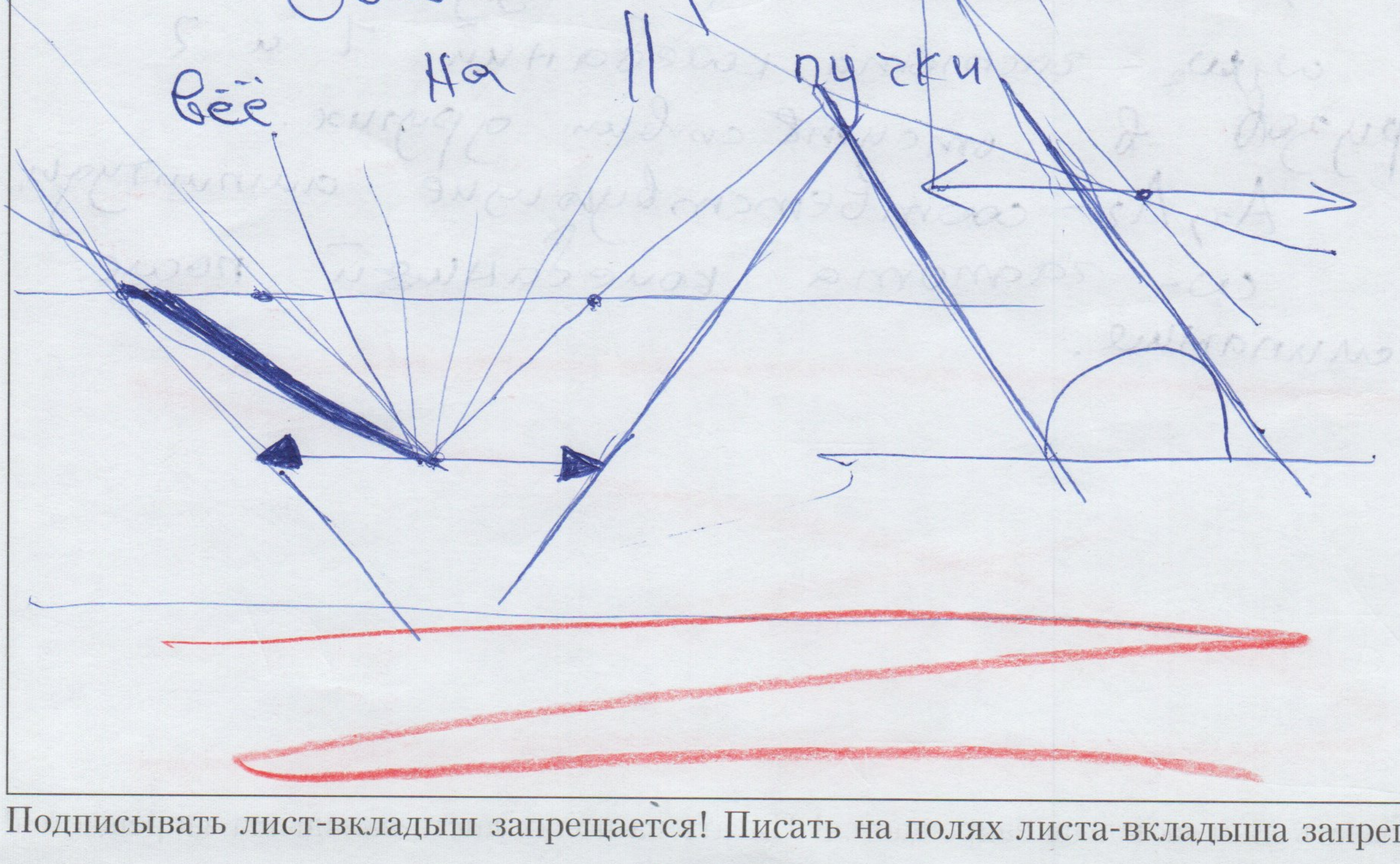
$$\frac{1}{f}=\frac{1}{x}-\frac{1}{d}.$$

$$\frac{1}{d}=\frac{1}{x}-\frac{1}{f}=\frac{f-x}{xf}$$

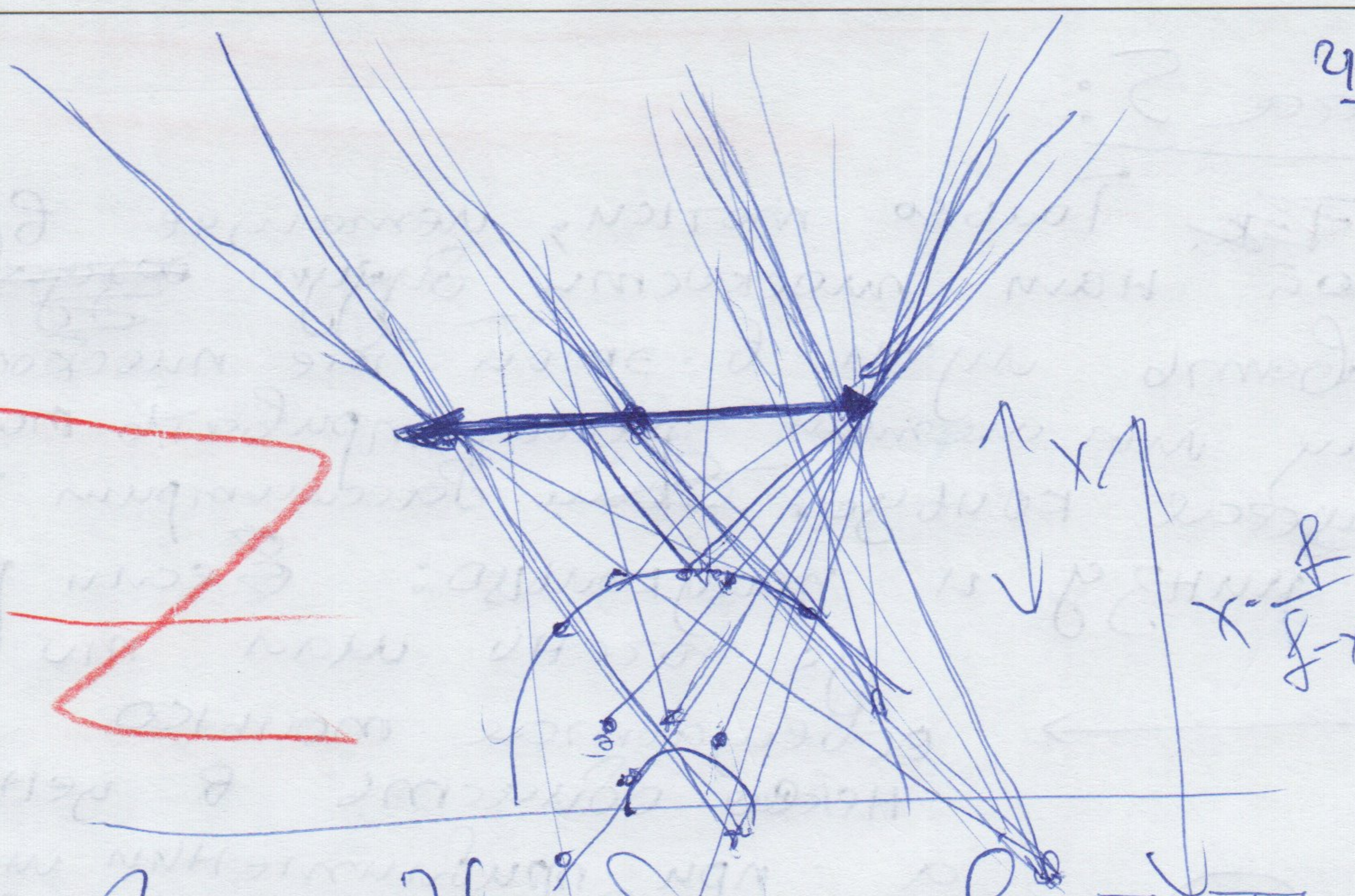
$$d=\frac{xf}{f-x}$$



Можно разбить всё на || пучки



черновик



~~Ах~~ Чтобы осветить крае нам нужно ~~чтоб~~

Нужно подсветить крае области!!