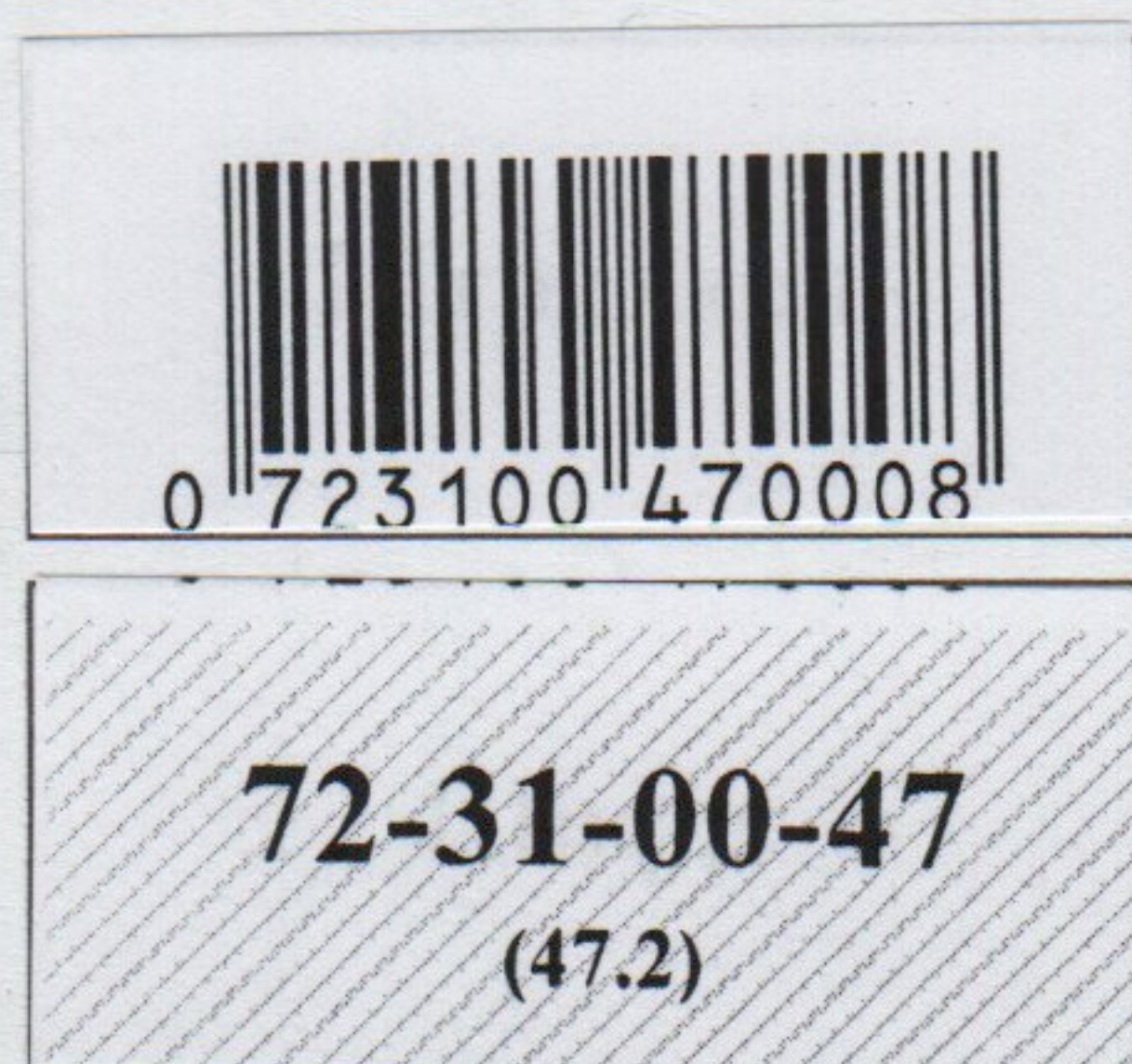




МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант I

Место проведения Москва  
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов  
наименование олимпиады

по ФИЗИКЕ  
профиль олимпиады

Сизова Евгения Валерьевича  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

15-10 работу сдать  
Рогожанина О.В.

Дата

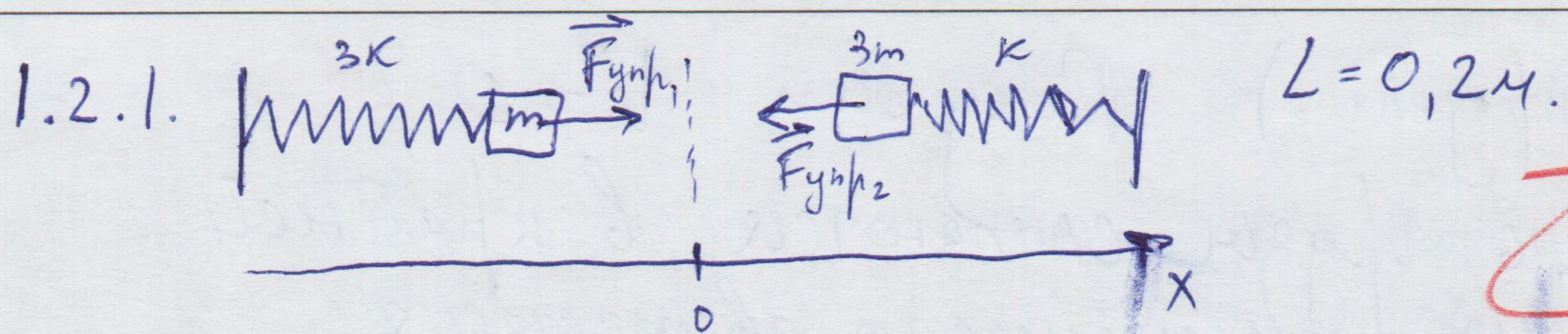
« 5 » 03 2023 года

Подпись участника

Сизов

72-31-00-47

(47.2)



Пусть  $x=0$  - координата середины между концами.  
 $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  - зависимости движения левого  
 и правого грузов от времени.

Найдём ур-ия движения грузов по  
 2-му закону Ньютона:

$$m \ddot{x}_1 = -3Kx_1, \quad x_1(0) = -\frac{L}{2}.$$

$$3m \ddot{x}_2 = -Kx_2, \quad x_2(0) = \frac{L}{2}.$$

Отсюда  $x_1(t) = -\frac{L}{2} \cos\left(\sqrt{\frac{3K}{m}} t\right); x_2(t) = \frac{L}{2} \cos\left(\sqrt{\frac{K}{3m}} t\right).$

Удобно ввести  $\omega = \sqrt{\frac{K}{3m}} \Rightarrow 3\omega = \sqrt{\frac{3K}{m}}.$

Найдём время  $t_0$  их сближения:

$$-\frac{L}{2} \cos(3\omega t_0) = \frac{L}{2} \cos(\omega t_0).$$

$$\Rightarrow \cos(3\omega t_0) = \cos(\pi + 2\pi n - \omega t_0), \quad n \in \mathbb{Z}.$$

$$3\omega t_0 = \pi + 2\pi n - \omega t_0$$

$$\Rightarrow t_0 = \frac{\pi + 2\pi n}{4\omega}. \quad \text{Встретятся при } n=0 \Rightarrow$$

$$t_0 = \frac{\pi}{4\omega}. \quad \text{⊕}$$

Найдём скорости тел  $V_1$  и  $V_2$  как производные  
 $x_1$  и  $x_2$  в момент  $t_0$ :

$$V_1 = \frac{L}{2} 3\omega \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{3\sqrt{2}}{4} L\omega; \quad V_2 = -\frac{L}{2} \omega \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{4} L\omega.$$

В момент сближения импульс системы сохра-  
 няется:

$$mV_1 + 3mV_2 = 4mV', \quad V' - \text{скорость } \Phi \text{ тел после}$$

сближения. Подставив в это уравнение  $V_1$  и  $V_2$ ,  
 (продолж.  $\rightarrow$ )

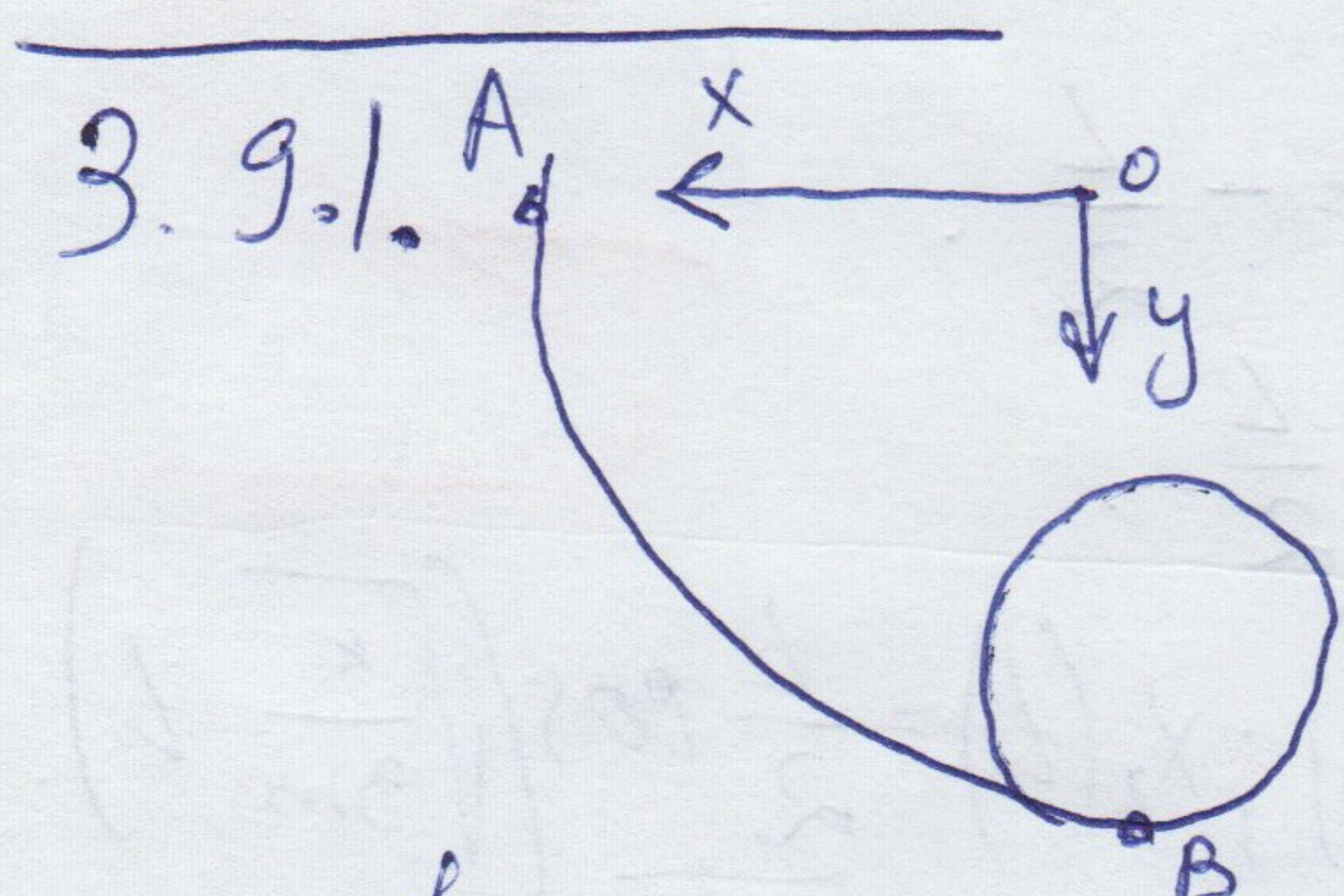
1.2.1. (продолж.) . Попробуем  $V' = 0$ . +

То есть грузы слетают в крайней точке из дальнейшего движения.

$$\Rightarrow A = |x, \psi(t_0)| = \left| \frac{-L}{2} \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) \right| = \frac{L\sqrt{2}}{4}.$$

Ответ:

$$A = L \frac{\sqrt{2}}{4} \approx 7 \text{ см.}$$

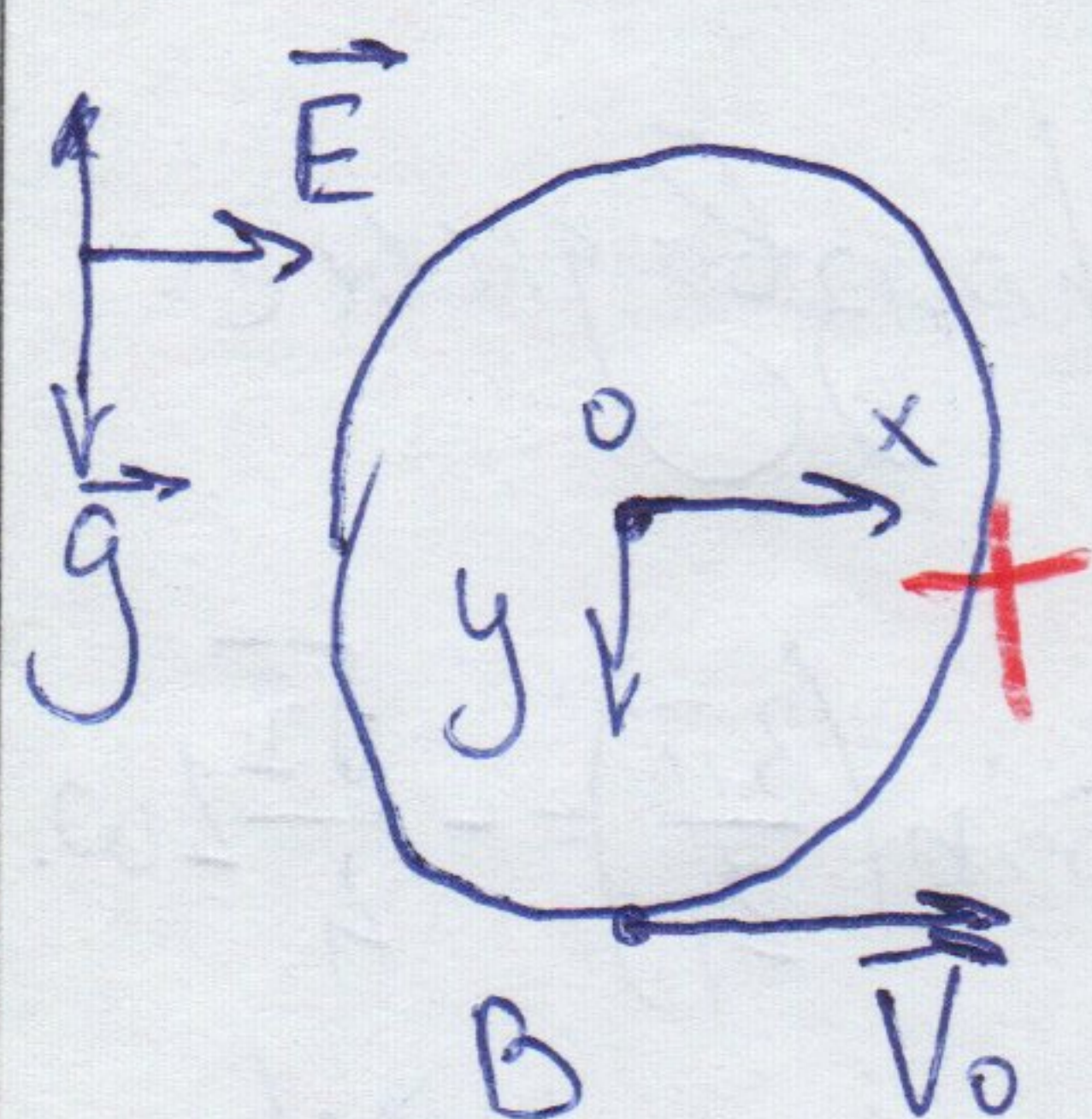


Рассмотрим движение шарика по большей окружности.

Работа по изменению проекции скорости на ось x совершает

электрическое поле, на ось y — гравитационное. Поскольку точка B ~~наибольшего~~ перехода одной окружности в другую совпадает с точкой максимального отдаления рассматриваемой окружности от точки A по обоим осям, то в ней будет максимальная скорость до перехода на малую окружность. +

Теперь рассмотрим движение по малой окружности.



В точке B бусинка имеет энергию

$$E_0 = \frac{1}{2} m V_0^2 = R(qE + mg).$$

Далее энергия зависит от x и y следующим образом:

$$E = E_0 + qEx - mg(R - y)$$

Из уравнения окружности следует, что на правой нижней четверти окружности

$$y = f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$$

3.9.1 (н/р/г).  $\Rightarrow E(x) = E_0 + qEx - mgr + mg\sqrt{r^2 - x^2}$ .  
В точке, где  $\frac{dE}{dx} = 0$  - наибольшая скорость.

$$\frac{dE}{dx} = qE - \frac{mgx}{\sqrt{r^2 - x^2}} \Rightarrow \sqrt{r^2 - x^2} = \frac{mgx}{qE}$$

$$r^2 - x^2 = \left(\frac{mg}{qE}\right)^2 x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{r^2}{1 + \left(\frac{mg}{qE}\right)^2}$$

$$x_0 = \frac{r}{\sqrt{1 + \left(\frac{mg}{qE}\right)^2}}$$

Подходящим значением является то, что с

плюсом, т.к. ~~все~~ координаты  $x < 0$  относятся к большей окружности.

$$E(x_0) = E_0 - mgr + qEx_0 + mg\sqrt{r^2 - x_0^2} = \frac{1}{2}mV_{\max}^2$$

$$V_{\max}^2 = 2 \left[ R \left( \frac{qE}{m} + g \right) - gr + \frac{qEr}{m\sqrt{1 + \left(\frac{mg}{qE}\right)^2}} + gr \frac{mg}{qE} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{mg}{qE}\right)^2}} \right]$$

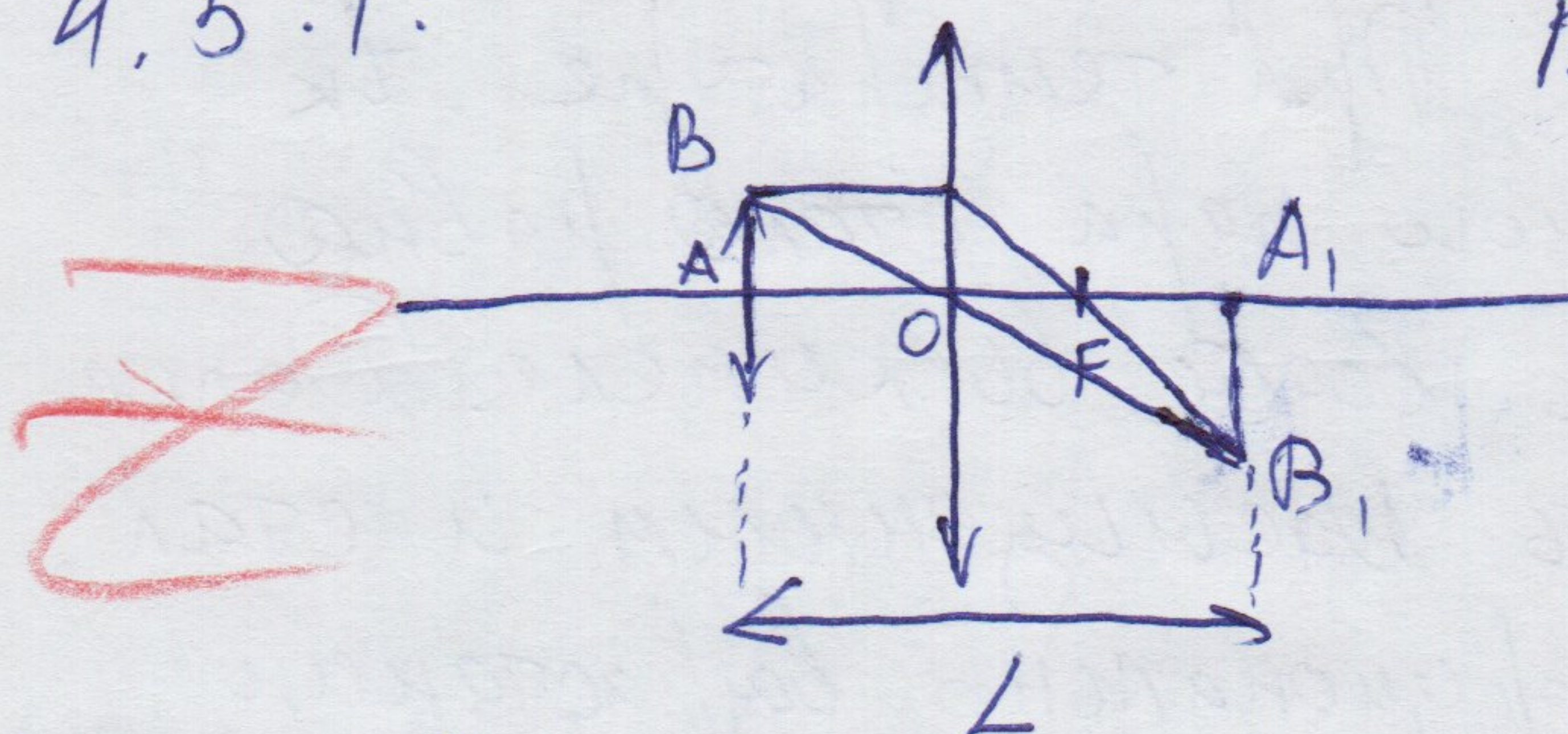
$$= 2 \left[ \frac{qE}{m} \left( R + \frac{r}{\sqrt{1 + \left(\frac{mg}{qE}\right)^2}} \right) + g \left( R - r + \frac{r}{\sqrt{\left(\frac{qE}{mg}\right)^2 + 1}} \right) \right] \approx 45 \text{ м}^2/\text{с}^2$$

$$\approx 22 \text{ м}^2/\text{с}^2. \quad V_{\max} \approx 4,7 \text{ м/с}$$

Ответ: ~~4,5 м/с~~ **4,7 м/с**

Замечание: это почти та же скорость, что и в точке B.

4.5.1.



Из подобия

$\triangle ABO$  и  $\triangle A_1B_1O$  следует, что

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{OA_1}{OA} = \frac{L - OA}{OA}$$

Из условия  $\frac{A_1B_1}{AB} = \Gamma = 3 \Rightarrow \frac{L}{OA} = 4 \Rightarrow OA = \frac{L}{4} = 20 \text{ см.}$

(продолж.  $\rightarrow$ )

4.5.1. (продолк).

Из уравнения тонкой собирающей линзы:

$$\frac{1}{OA} + \frac{1}{OA_1} = \frac{1}{F} = D.$$

$$OA_1 = L - OA = 60 \text{ см.}$$

$$D = \frac{1}{0,2 \text{ м}} + \frac{1}{0,6 \text{ м}} = \left(5 + \frac{5}{3}\right) \text{ дптр} \approx 6 \frac{2}{3} \text{ дптр}$$

не получено выражение  
для опт-силы

Ответ: 6,67 дптр.  $\approx 6,67 \text{ дптр.}$

(-68)

2.9.1  $S = 0,01 \text{ м}^2$

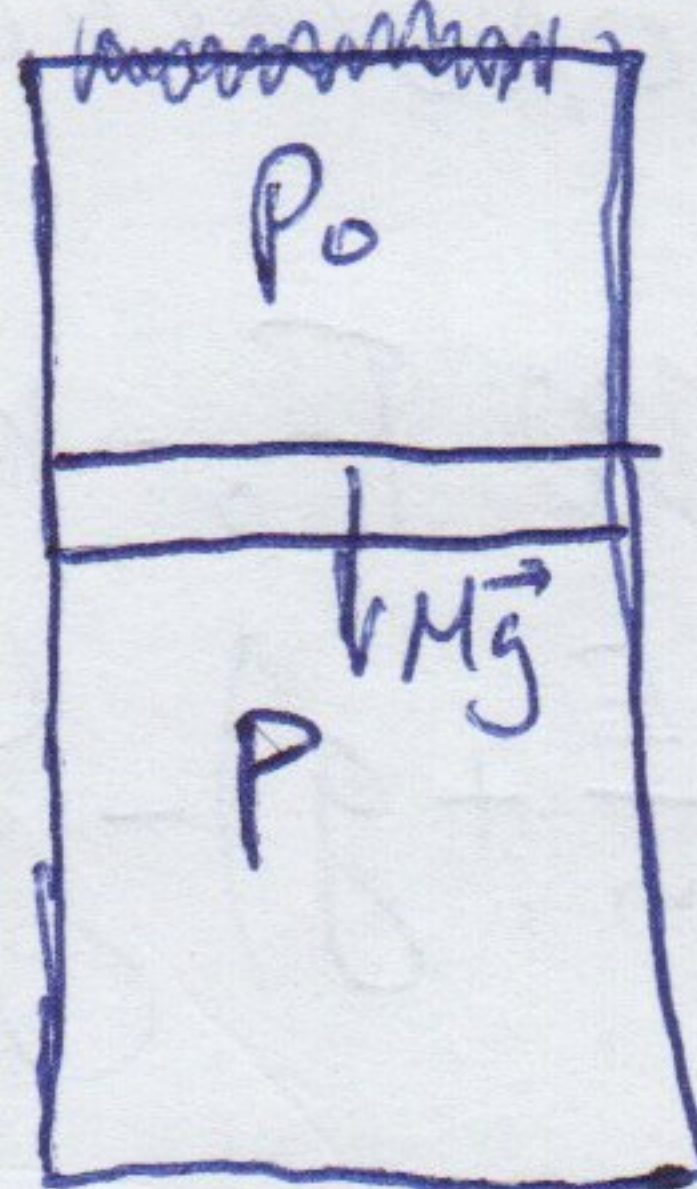
$M = 100 \text{ кг}$

$m = 9 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$

$t_0 \rightarrow 127^\circ \text{C} = 400 \text{ K} = T$

$p_n = 2,5 \cdot 10^5 \text{ Па}, p_0 = 10^5 \text{ Па}$

$\mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$

 $h = ?$ 

Давление под поршнем  $P = \frac{Mg}{S} + p_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$ .

До пересечения некой температуры  $t_k$  ( $100^\circ \text{C} < t_k < 127^\circ \text{C}$ ), под поршнем находилась только вода, поскольку при более низких температурах пар не мог бы выдержать поршень. При температуре  $t_k$  давление насыщенного пара стало равно

$2 \cdot 10^5 \text{ Па}$ , и вся вода выкипела. Далее

пар перестал быть насыщенным и стал расширяться пропорционально возрастанию температуры. Из уравнения Менделеева -

Клан.:  $p = \frac{\nu R T}{V} = \frac{\nu R T}{h S}$  продолжение  $\rightarrow$

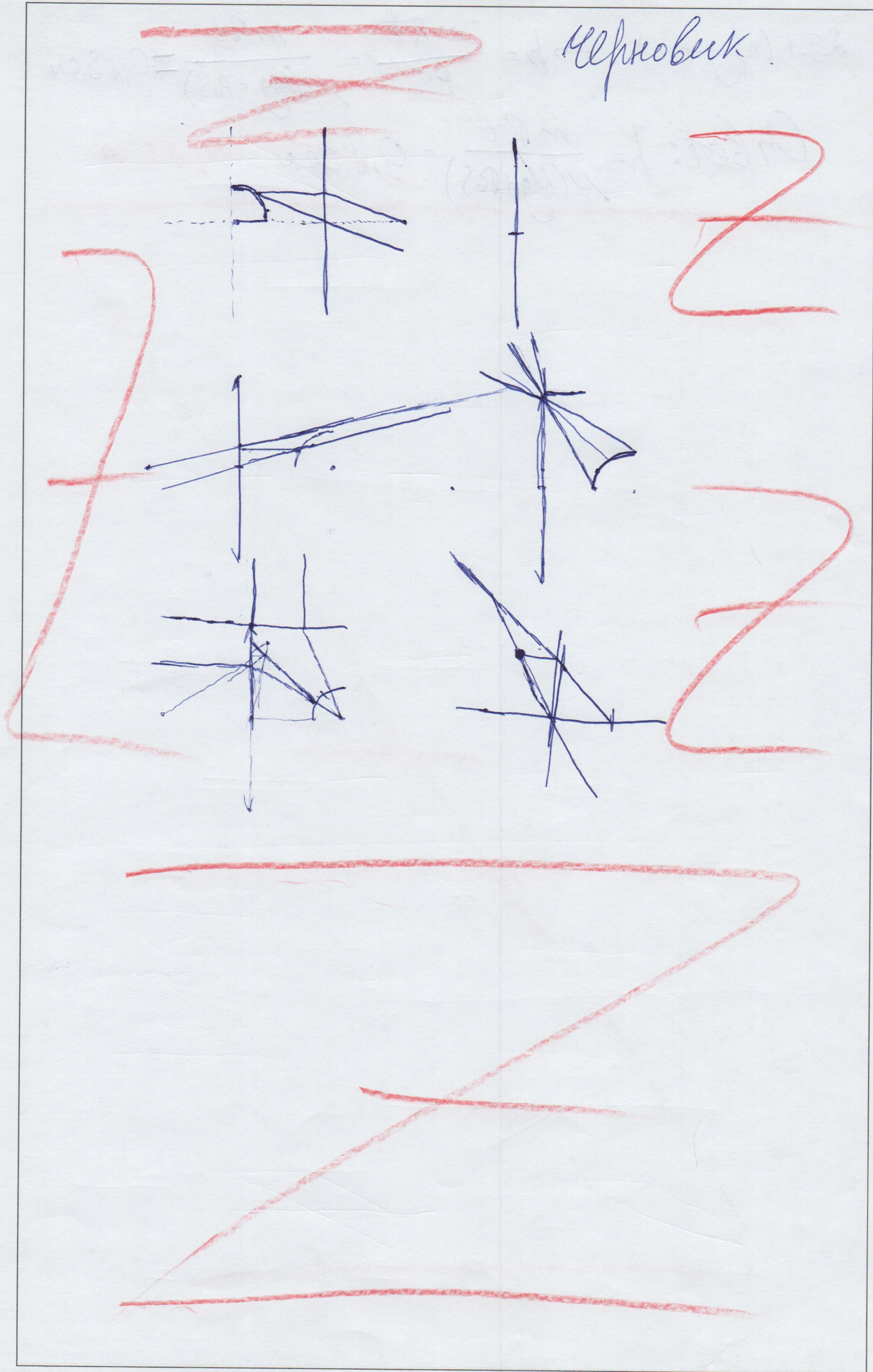
72-31-00-47

(47.2)

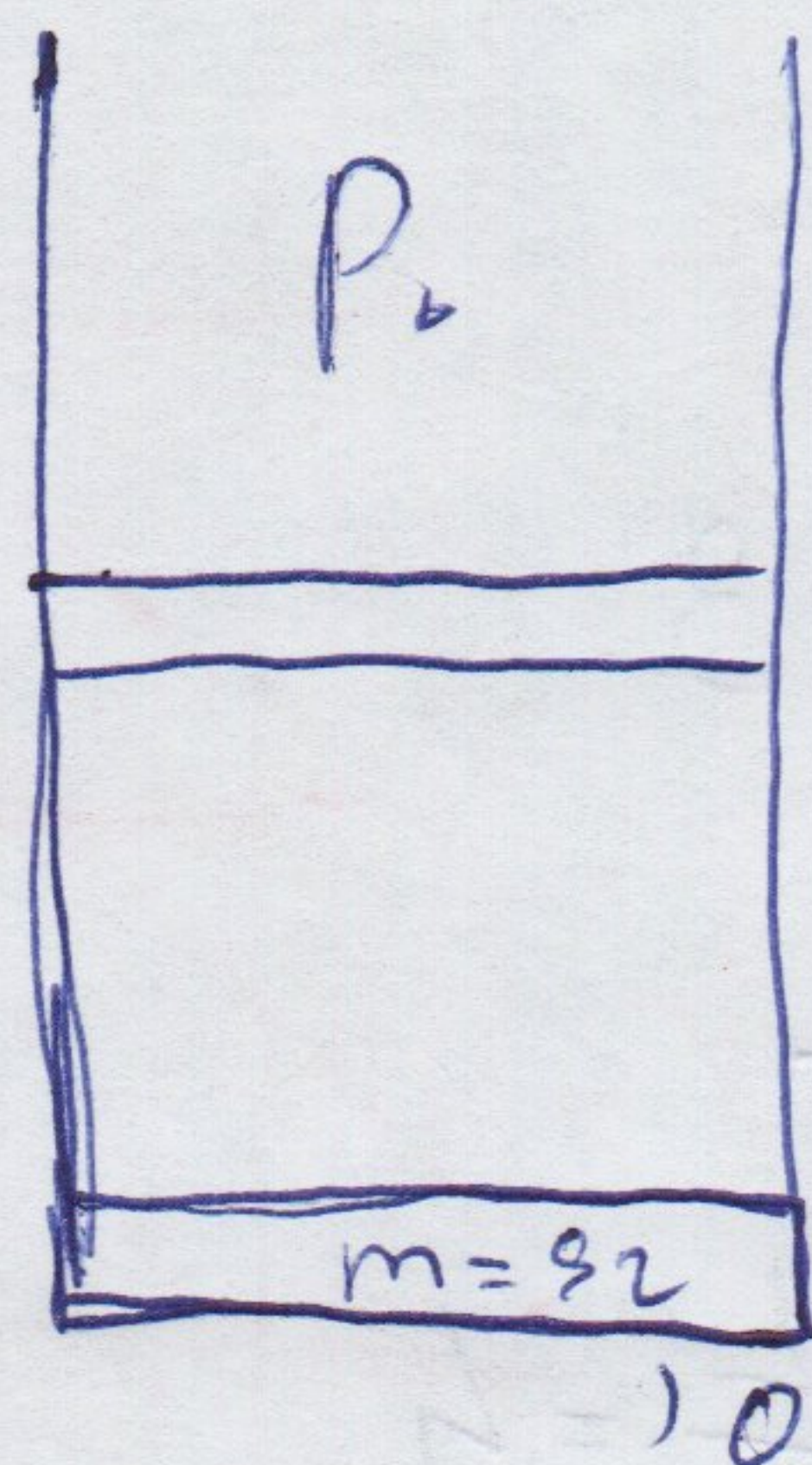
$$2.9.1. (\text{инфогонте}) \Rightarrow h = \frac{r R t}{P S} = \frac{m R t}{\mu (M g + P_0 S)} \approx 0,83 \text{ см.}$$

Ответ:  $h = \frac{m R t}{\mu (M g + P_0 S)} = 0,83 \text{ см.}$  ~~0,83 м~~

Черновик



Черновик.



$$S = 0,01 \text{ м}^2$$

$$M = 100 \text{ кг}$$

$$t: 0 \rightarrow 127^\circ \text{C}$$

$$P_H = 2,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$P_0 = 10^5 \text{ Па}$$

$$\mu_{\text{взв}} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$P = \text{const} = \frac{Mg}{S} + P_0 = 3,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$2,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$P = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$\varphi = 80\% \quad 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

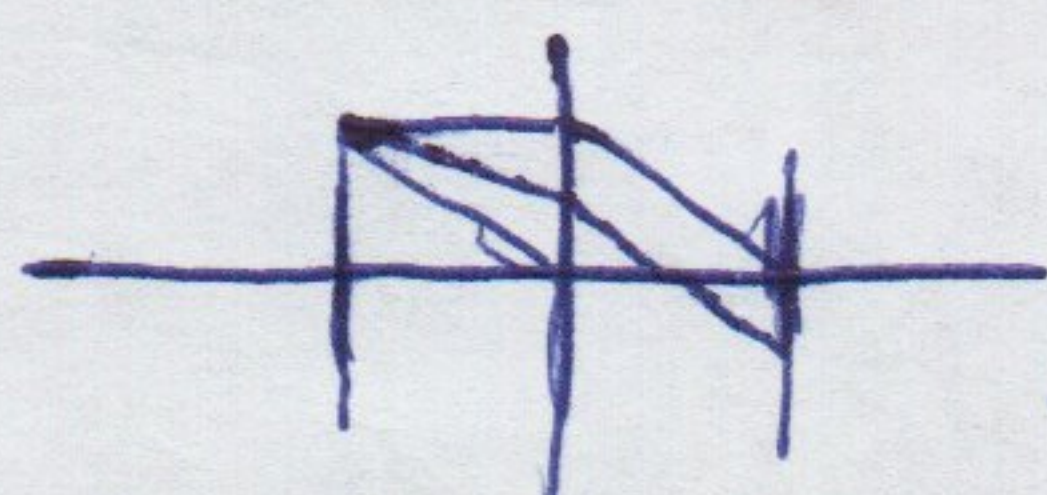
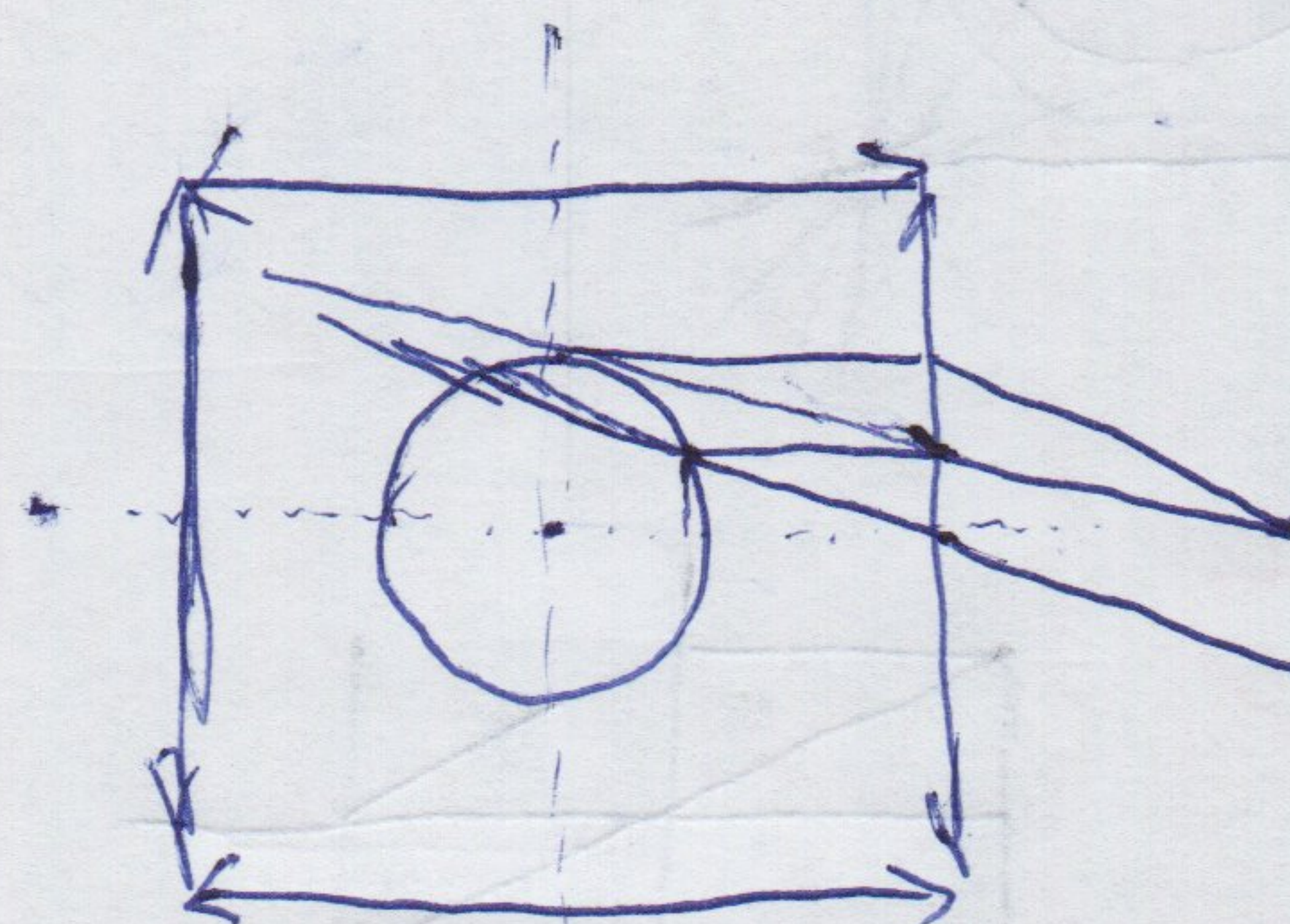
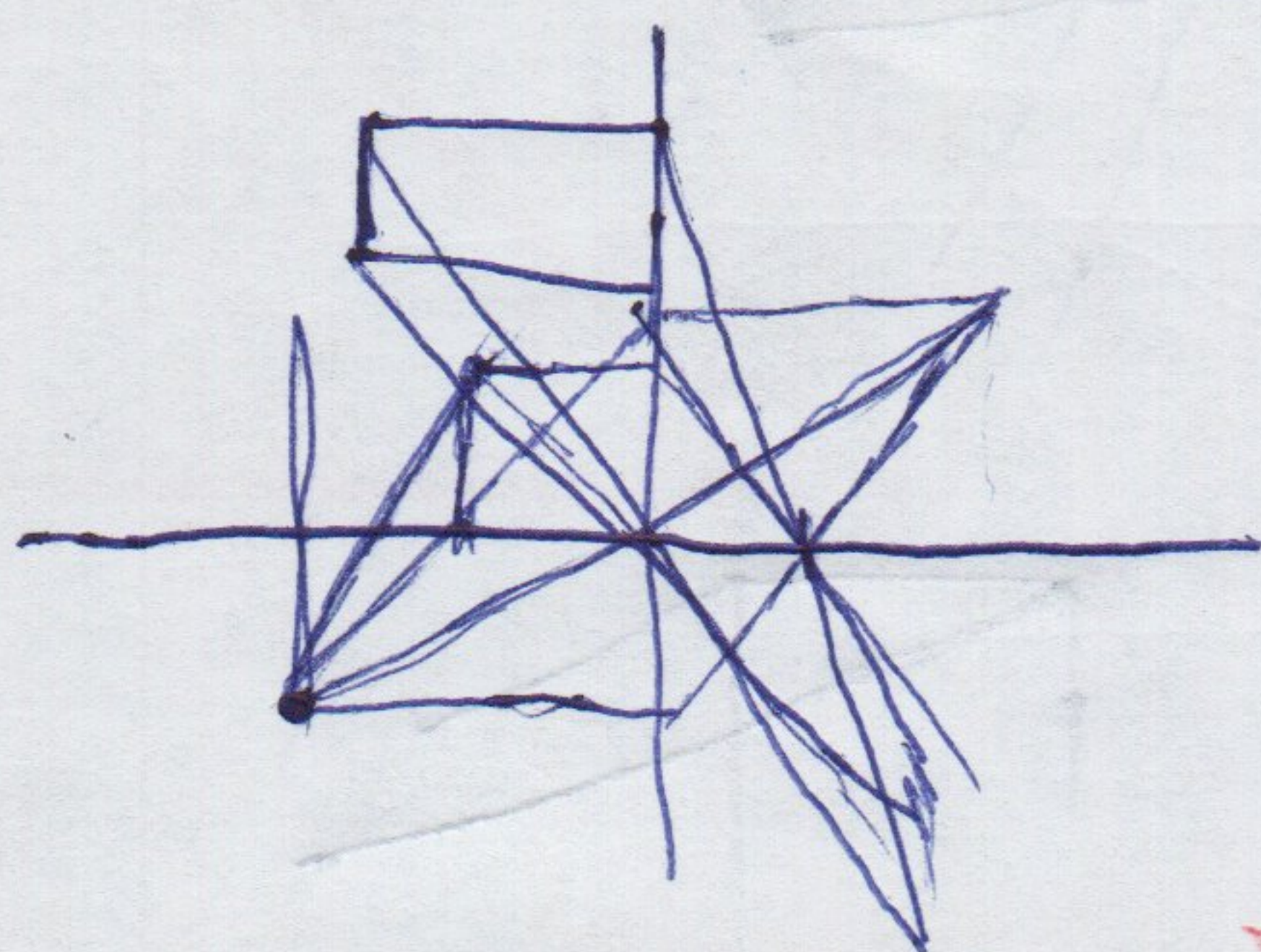
$$P = \frac{nRT}{Sh}$$

$$h = \frac{nRT}{SP} = \frac{mRT}{\mu SP} = \frac{mRT}{\mu S \left( \frac{Mg}{S} + P_0 \right)} = \frac{mRT}{\mu (Mg + P_0 S)}$$

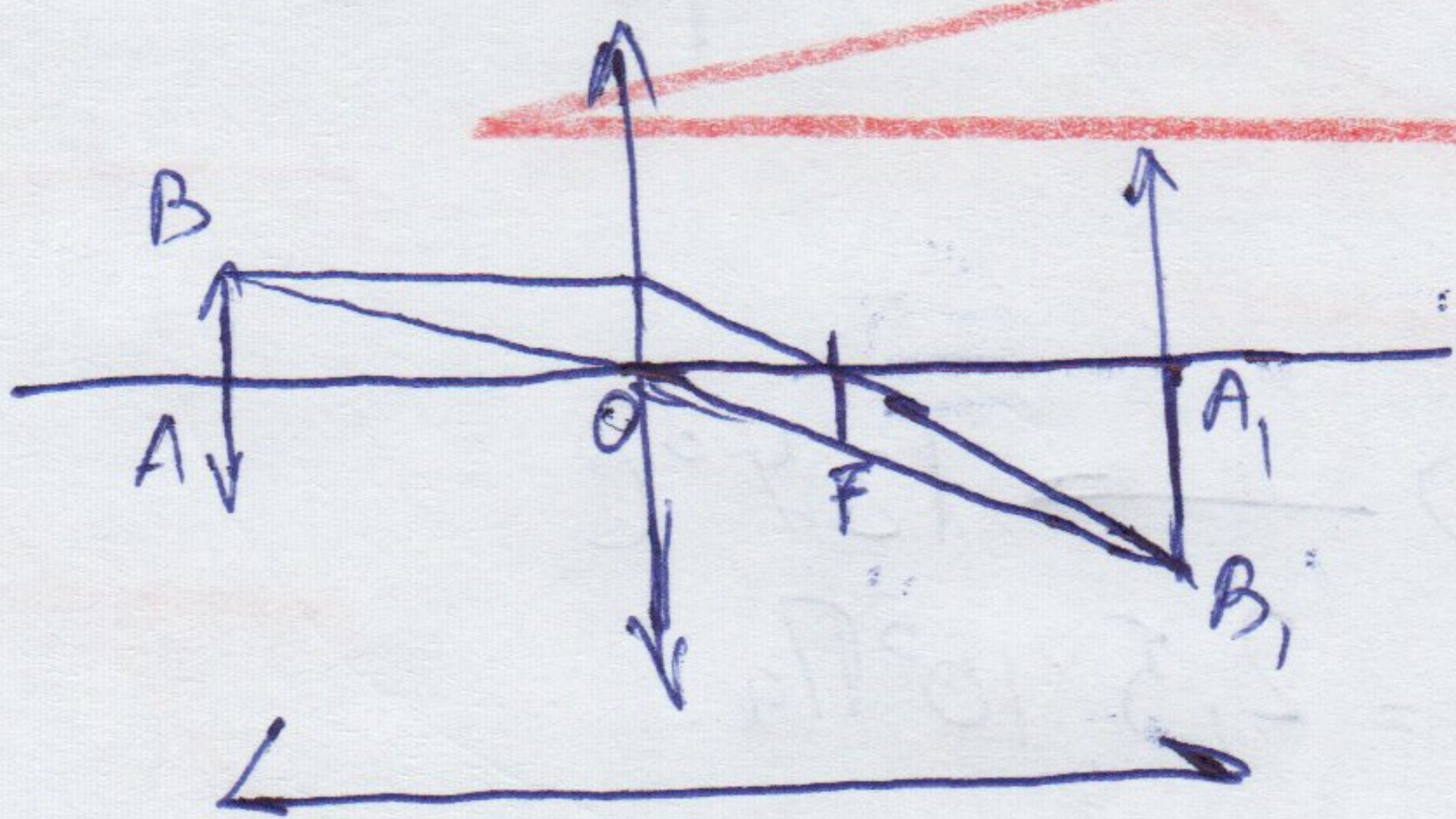
$$= \frac{9 \cdot 10^{-3} \cdot 8,3 \cdot 400}{18 \cdot 10^{-3} (10^3 + 10^3)} = \frac{8,3 \cdot 400}{10^6} = \frac{16,6 \cdot 10^2}{10^6} \text{ м} =$$

$$0,83 \text{ см}$$

$$= 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 1,6 \text{ мм}$$



Черновик.



$$L = 0,8 \text{ м.}$$

$$\Gamma = 3.$$

$$\frac{AO}{OA_1} = \frac{OA_1}{OA} = 3.$$

$$OA_1 + OA = L$$

$$\frac{L - OA}{OA} = 3 \Rightarrow \frac{L}{OA} = 4.$$

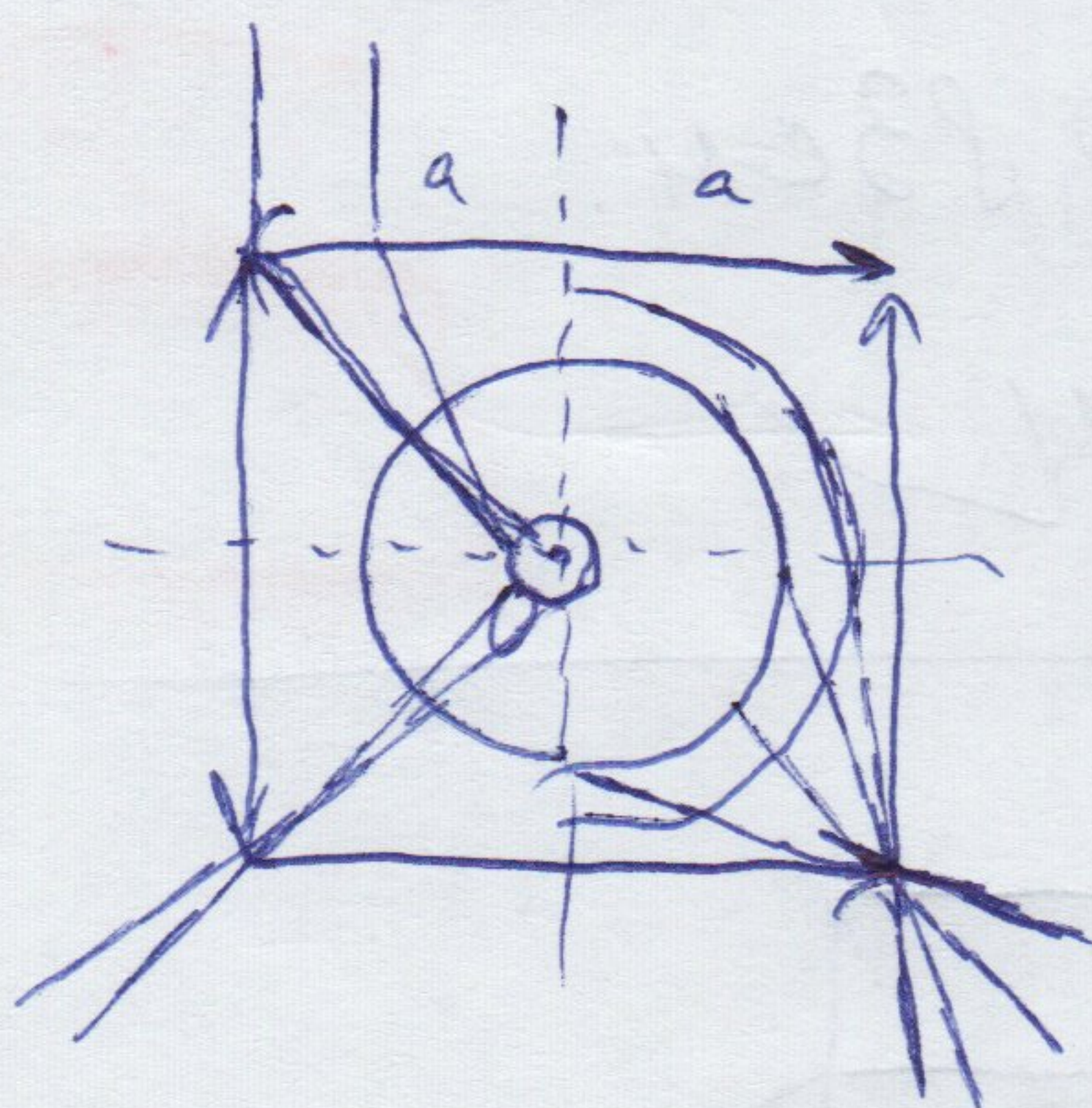
$$L = 4 OA \Rightarrow OA = 20 \text{ см.}$$

$$\frac{1}{OA} + \frac{1}{OA_1} = D = \frac{1}{0,2} + \frac{1}{0,6} = 5 + \frac{5}{3} = 5 \cdot \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$$

$$x = 6 \frac{2}{3} \text{ (гнтр)}. \quad F = \frac{3}{20} \text{ м} = 0,15 \text{ м.}$$

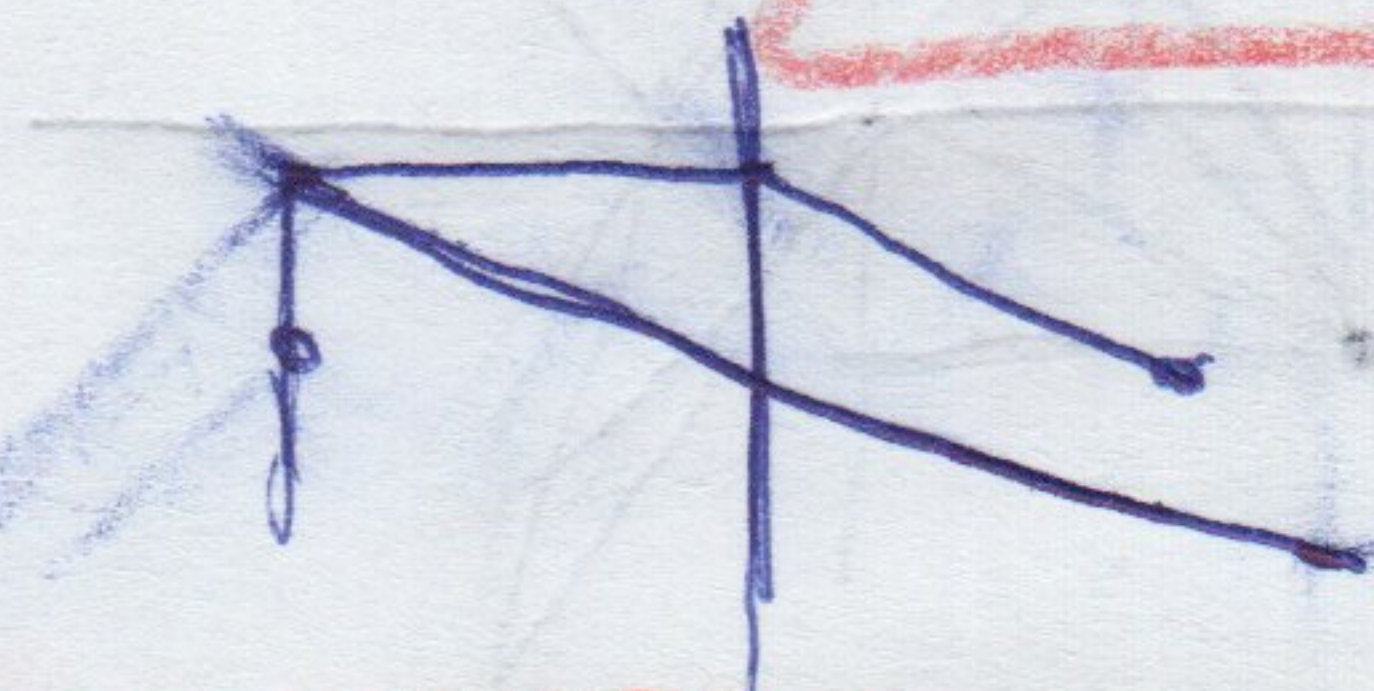
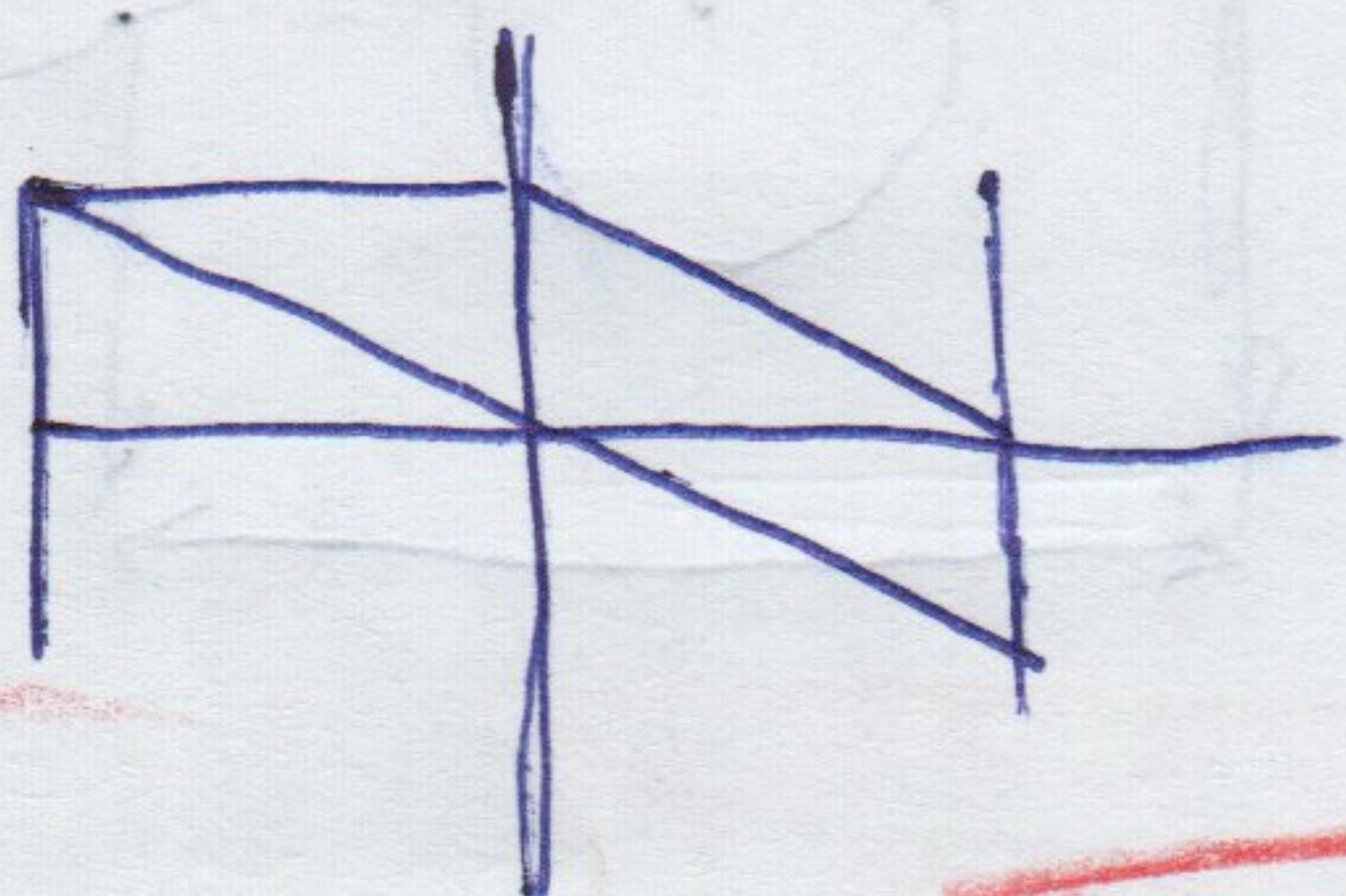
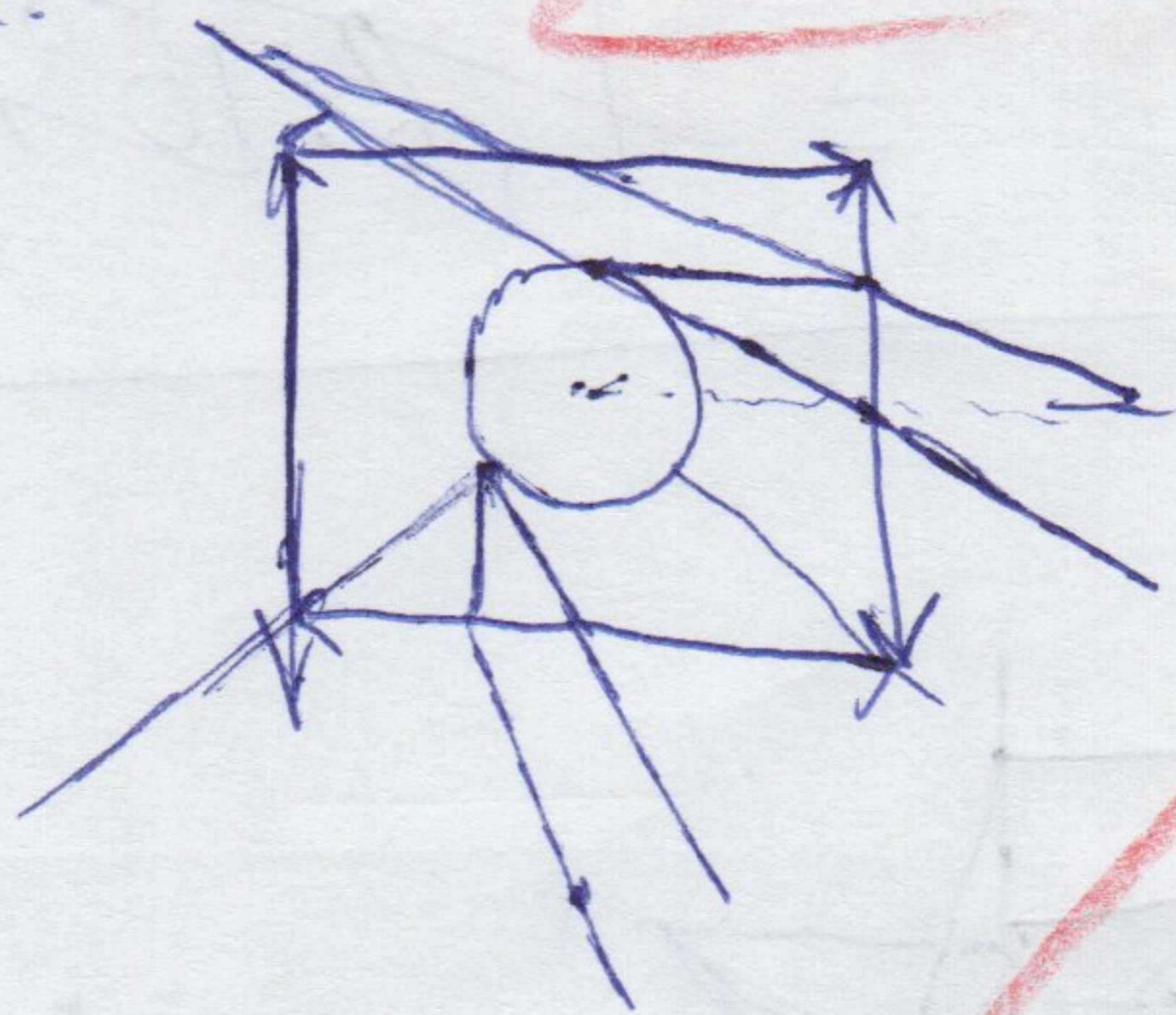
$$\frac{F}{OA_1} = \frac{AB}{A_1B_1} \Rightarrow \frac{AB}{2AB_1} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3}.$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{F}{OA_1 - F} \Rightarrow 3 = \frac{OA_1}{F} - 1 \Rightarrow F = \frac{OA_1}{4}.$$



$$2a = 4,5 \text{ см.}$$

O - фокус.



$$q=10^{-6}, m=10^{-3}, R=1, r=0,25, E=10^3$$

Черновик

$$2 \left[ \frac{qE}{m} \left( R + \frac{r}{\sqrt{1 + \left( \frac{mg}{qE} \right)^2}} \right) + g \left( R - r + \frac{r}{\sqrt{\left( \frac{qE}{mg} \right)^2 + 1}} \right) \right] =$$

$$= 2 \left[ 10^{-6} \left( 1 + \frac{0,25}{\sqrt{1 + \left( \frac{10^{-2}}{10^{-3}} \right)^2}} \right) + 10 \left( 0,75 + \frac{0,25}{\sqrt{\left( \frac{10^3}{10^{-2}} \right)^2 + 1}} \right) \right] =$$

$$= 2 \left[ 10^{-6} \left( 1 + \frac{1}{4\sqrt{101}} \right) + 7,5 + \frac{2,5}{\sqrt{1,01}} \right] \approx$$

$$\approx 2 \left[ 10^{-6} + \frac{10^{-6}}{40} + 7,5 + 2,5 \right] \approx 2 \cdot 10 = 20.$$

$$\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\begin{array}{r} \times 2,3 \\ 2,3 \\ \hline + 69 \\ 46 \\ \hline 5,29 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 2,25 \\ 2,25 \\ \hline + 1125 \\ 450 \\ \hline 5,0625 \end{array}$$

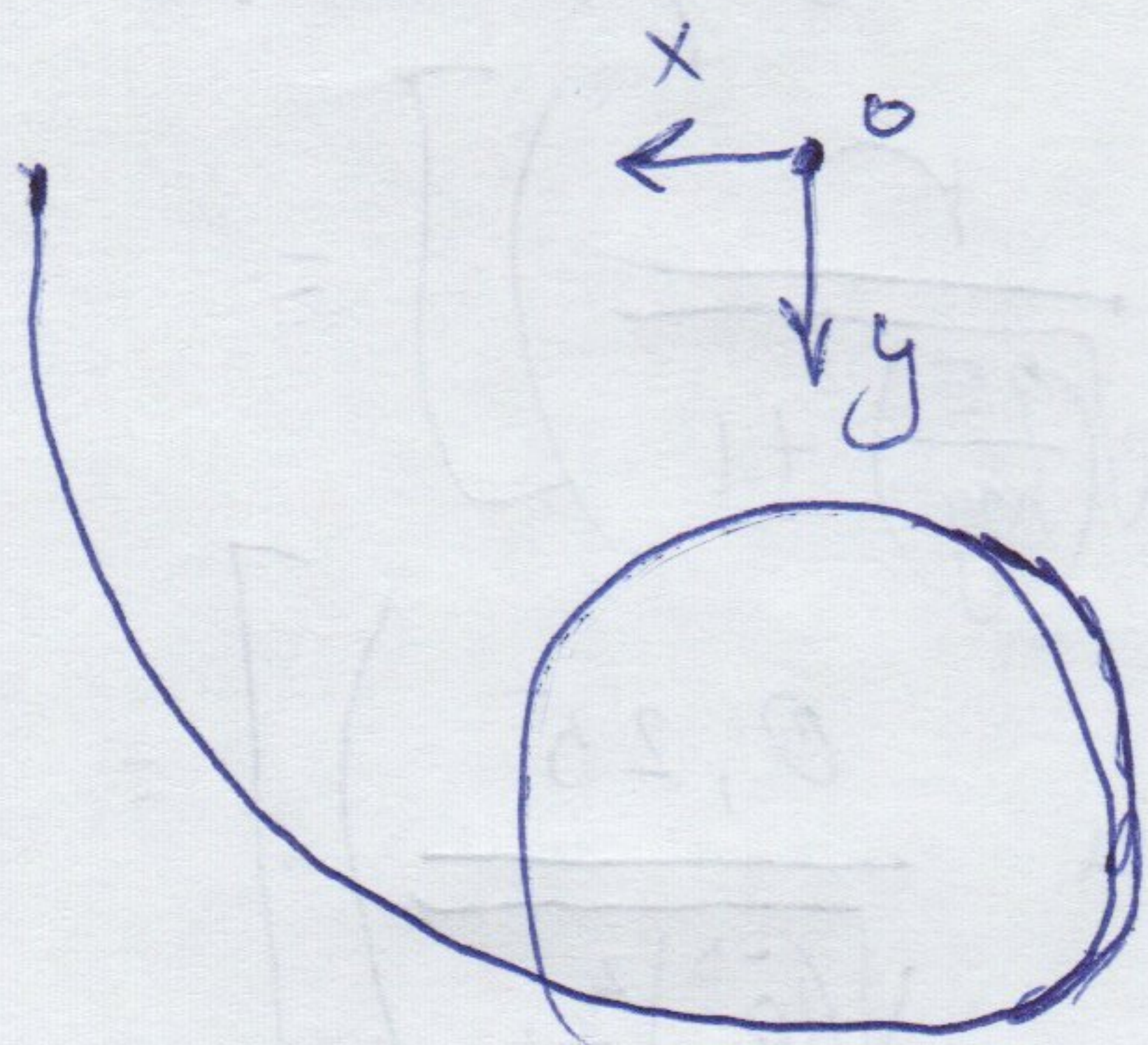
$$\begin{array}{r} \times 4,5 \\ 4,5 \\ \hline + 225 \\ 180 \\ \hline 20,25 \end{array}$$

$$\frac{1}{40} = \frac{5}{200} = \frac{25}{1000}$$

$$2 \left[ 1 + \frac{1}{40} \right] 2(1,025 + 10) = 22,05$$

$$\begin{array}{r} \times 4,7 \\ 4,7 \\ \hline + 329 \\ 188 \\ \hline 22,09 \end{array}$$

Черновик



$$E = qE(R-x) + mgy$$

$$y = f(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$$

$$x \leq R \quad x \geq 0.$$

$$E = \cancel{qER} - qER - qEx + \sqrt{R^2 - x^2} \cdot mg$$

$$\frac{dE}{dx} = -qE + \frac{-2xmg}{2\sqrt{R^2 - x^2}} = -\left(qE + \frac{xmg}{\sqrt{R^2 - x^2}}\right)$$

$$\frac{dE}{dx} = 0 : qE + \frac{xmg}{\sqrt{R^2 - x^2}} = 0$$

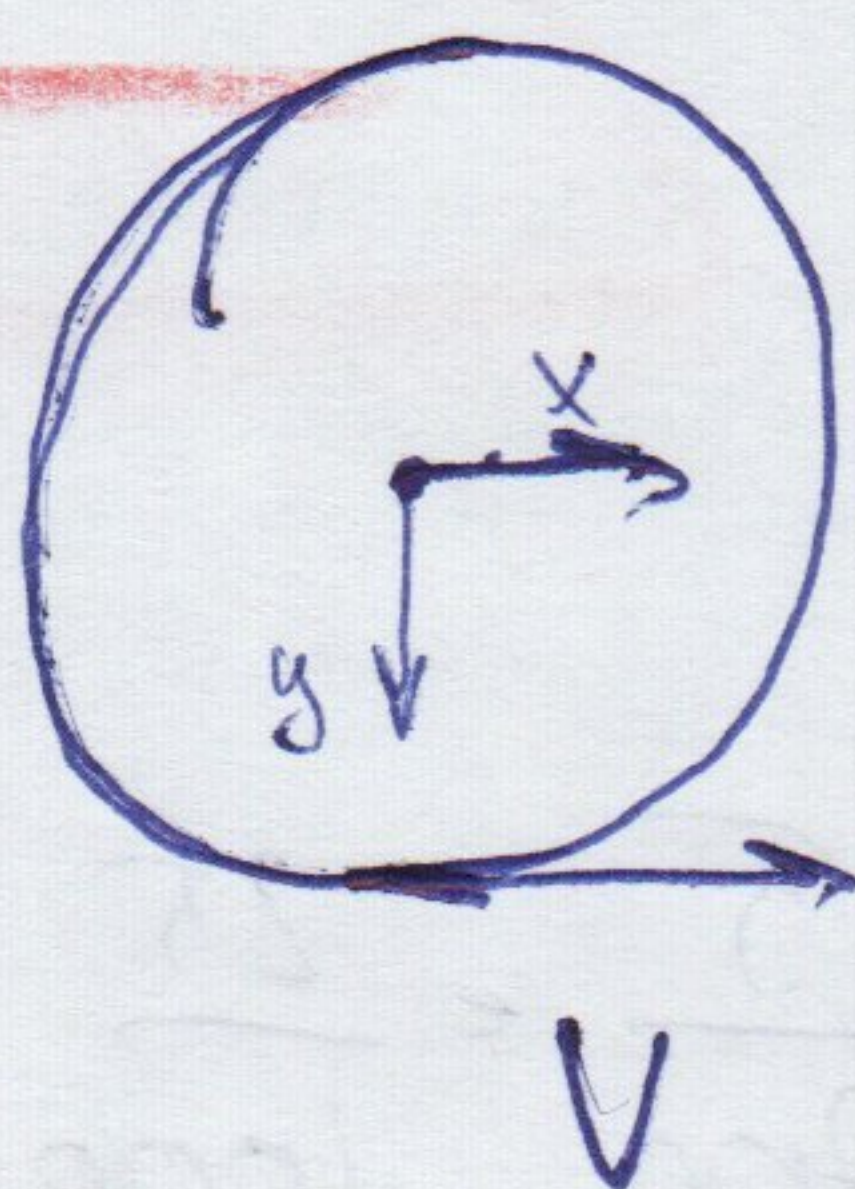
$$R^2 - x^2 = \frac{m^2 g^2}{(qE)^2} x^2 \Rightarrow R^2 = x^2 \left(1 + \frac{m^2 g^2}{q^2 E^2}\right)$$

$$x = R \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{mg}{qE}\right)^2}}$$

$$\frac{1}{2} m V_0^2 = qER + mgr$$

$$V_0^2 = \frac{2R}{m} (qE + mg) = \frac{2RqE}{m}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{2RqE}{m}}$$



$$y = \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$E = \frac{1}{2} m V_0^2 + qEx - mg(yR - y)$$

$$E = \frac{1}{2} E_0 + qEx - mgr + mg\sqrt{r^2 - x^2}$$

$$\frac{dE}{dx} = qE - \frac{mgx}{\sqrt{r^2 - x^2}} = 0$$

$$r^2 - x^2 = \left(\frac{mg}{qE}\right)^2 x^2 \Rightarrow x^2 \left(1 + \left(\frac{mg}{qE}\right)^2\right) = r^2 \Rightarrow x = \pm r \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{mg}{qE}\right)^2}}$$

Черновик

$$V_1(t_1) = \frac{3}{2} L \omega \frac{\sqrt{2}}{2}; V_2 = -\frac{1}{2} L \omega \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$3m \frac{3}{4} \frac{3\sqrt{2}}{4} L \omega m$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{4} L \omega m - \frac{3\sqrt{2}}{4} L \omega m = 0$$

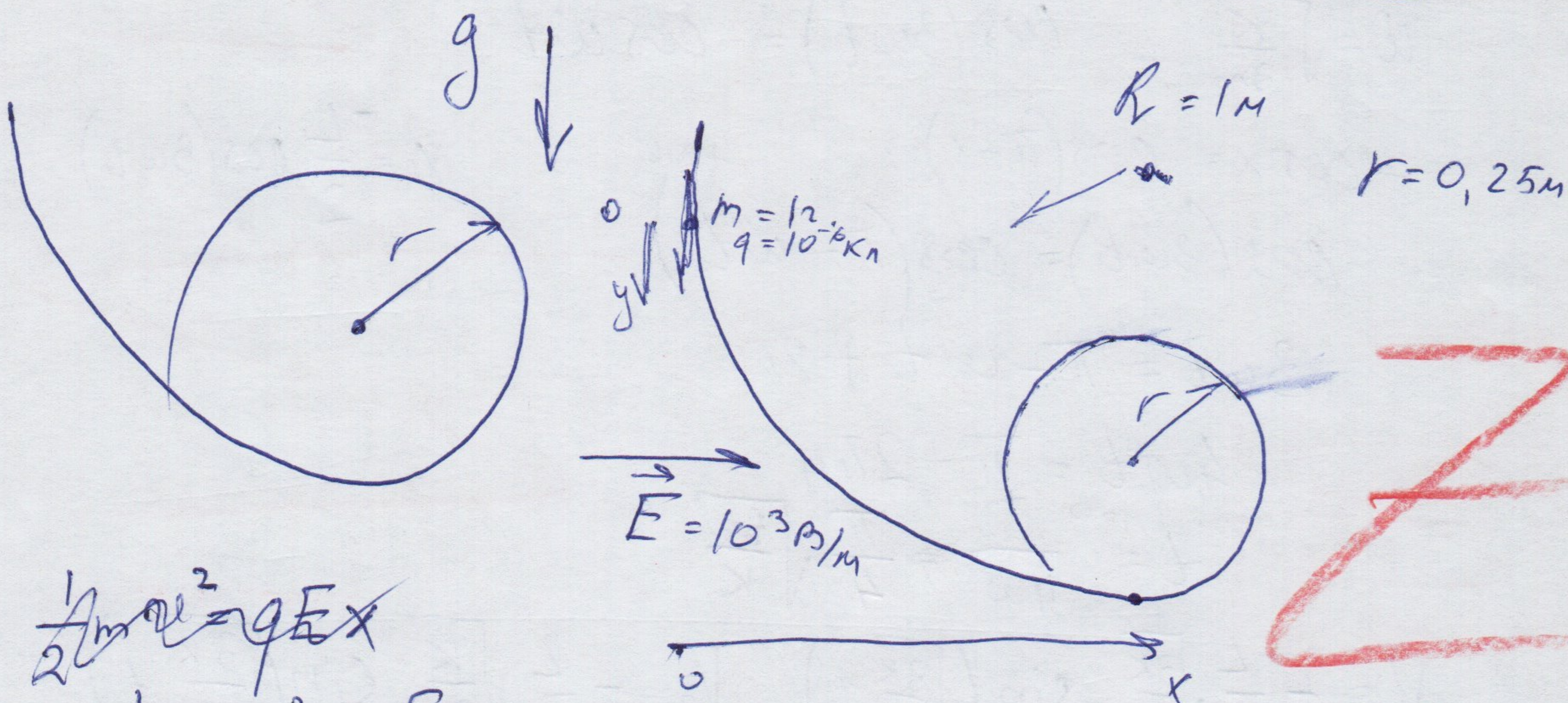
$$x(t_1) = -\frac{L}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{L\sqrt{2}}{4}$$

$$4m\ddot{x} = -3kx + -4kx$$

$$\ddot{x} = A \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t. \quad A = \frac{L\sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{20\text{cm}}{4} = 5\text{cm} \quad 5\sqrt{2}\text{cm}$$

$$\begin{array}{r} 1,41 \\ \times 5 \\ \hline 7,05 \end{array}$$



$$\frac{1}{2} m v^2 = qEx$$

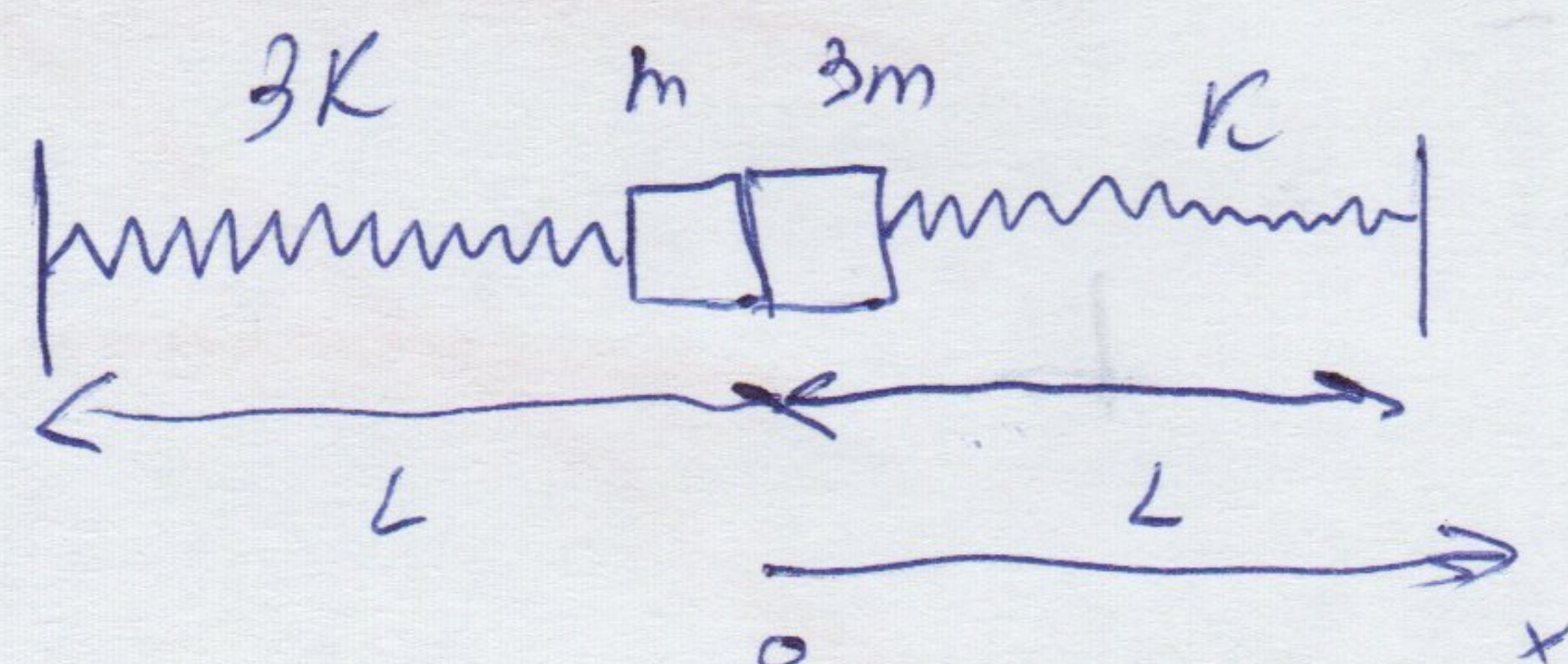
$$\frac{1}{2} m v_x^2 = qEx$$

$$\frac{1}{2} m v_y^2 = mgy$$

$$E = qEx + mgy$$

$$y = f(x) = -\sqrt{\dots}$$

Черновик



$$L = 0,2 \text{ м}$$

Амплитуда - ?



$$E_{\text{упр}} = \frac{KL^2}{8} + \frac{3KL^2}{8} = \frac{KL^2}{2}$$

$$m\ddot{x}_1 = -3Kx_1; \quad m\ddot{x}_2 = -Kx_2$$

$$x_1 = \beta_1 \cos\left(\sqrt{\frac{3K}{m}} t\right); \quad \beta_1 = -\frac{L}{2}$$

$$x_2 = \frac{L}{2} \cos\left(\sqrt{\frac{K}{3m}} t\right)$$

$$e^{ipt} + e^{-ipt} = -e^{iqt} + e^{-iqt}$$

$$\cos\left(\sqrt{\frac{3K}{m}} t\right) = -\cos\left(\sqrt{\frac{K}{3m}} t\right)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{3m}} \quad \cos(3\omega t) = -\cos \omega t$$

$$-\cos x = \cos(\pi - x)$$

$$\cos(3\omega t) = \cos(\pi - \omega t)$$

$$3\omega t = \pi - \omega t + 2\pi n$$

$$4\omega t = \pi + 2\pi n$$

$$t_1 = \frac{\pi}{4\omega} = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{3m}{K}}$$

$$V_1 = +\frac{L}{2} \sqrt{\frac{3K}{m}} \sin\left(\sqrt{\frac{3K}{m}} t\right); \quad V_2 = -\frac{L}{2} \sqrt{\frac{K}{3m}} \sin\left(\sqrt{\frac{K}{3m}} t\right)$$

$$\frac{L}{2} \sqrt{\frac{3K}{m}} = 3\omega$$

$$V_1 = \frac{3}{2} L \omega \sin(3\omega t); \quad V_2 = -\frac{1}{2} L \omega \sin(\omega t)$$

$$V_1(t_1) = \frac{3}{2} L \omega \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{3}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} L \omega; \quad V_2 = -\frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} L \omega$$