



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 2

Место проведения Москва  
город

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Олимпиада школьников Ломоносов  
наименование олимпиады

по физике  
профиль олимпиады

Сиротина Алексея Сергеевича  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Вышел 14:04 Макарыш Р.А. *Рос*

Вернулся 14:07 Макарыш Р.А. *Рос*

15-02 Работу сдал Огине Н.И. *Н*

Дата

Подпись участника

«05» марта 2023 года

*С*

Чистовик

N1

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{3k}{m}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{3m}}$$



$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{3m}{k}}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{3k}}$$

⇒ они встретятся, как на рисунке

$$l = L - \Delta x_1 = 10 \text{ см}$$

$$x_1 = -l \cos \omega_1 t$$

$$x_2 = l \cos \omega_2 t$$

столкновение произойдет, когда  $x_1 = x_2$

$$-l \cos \omega_1 t = l \cos \omega_2 t$$

$$\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t = 0$$

$$\cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

(первое столкновение произойдет, когда они будут двигаться друг другу навстречу или

$$\frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

(т.к. нам нужно первое столкновение, берём наим. время.)

$$t = \frac{\pi}{\omega_1 + \omega_2} = \frac{\pi}{\sqrt{3}\sqrt{\frac{k}{m}} + \sqrt{\frac{k}{3m}}} = \pi \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$x = -l \cos\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot \pi \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = -l \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{l\sqrt{2}}{2}$$

Затем ЗСД где левая и правая кружочки по отдельности

спр:  $\frac{kl^2}{2} = \frac{3mV_1^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$

лев:  $\frac{3kl^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{3kx^2}{2}$

домк 1-е ур-е на 3 и вытем  $\Delta x$

$$\frac{9mV_1^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2}$$

$$9mV_1^2 = mV_1^2$$

$$3V_1 = -V_1 \text{ (минус т.к. от в разн. стороны)}$$

т.к. момент удара краток, кружочки не успевают сместиться и сила недействительна ⇒ ЗСД работает. заменим его.

$$3mV_1 + mV_1 = 4mU$$

$$-V_1 \cdot m + mV_1 = 4mU = 0$$

⇒  $U = 0$  ~~то есть удар произо~~   
 ~~и не происходит.~~   
 см. след. лист

Условие

Найдём  $PM \Rightarrow$

$$W = \frac{kx^2}{2} + 3 \frac{kx^2}{2} + \frac{4kx^2}{2} = 0$$

$$W = 2kx^2$$

$$k = \frac{W}{2x^2} = \frac{W}{2 \cdot \frac{l^2 \cdot 2}{4}} = \frac{W}{l^2} = \frac{3}{(10 \cdot 10^{-2})^2} = 300 \frac{H}{M}$$

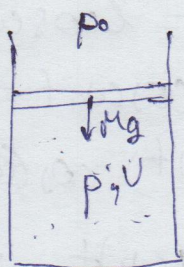
Ответ:  $300 \frac{H}{M}$  не верный

№2

По 2-му ЗН:

$$Mg + p_0 S = pS$$

$$p = \frac{Mg + p_0 S}{S} = \frac{Mg}{S} + p_0 z$$



$$S = 100 \text{ см}^2 = 10^{-2} \text{ м}^2$$

$$= \frac{100 \cdot 10}{10^{-2}} + 10^5 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па} < p_k \text{ при } t = 127^\circ \text{C}$$

$$T = 400 \text{ K}$$

т.к. давление паров воды меньше  $p_k$ ,  
 можно считать, что все вода испарится.  
 т.к. плотность вод пара  $\ll$  в 100 раз больше  
 плотности воды, мы можем пренебречь объёмом  
 воды по сравнению с объёмом пара.

тогда  $V = Sh$

S-к Менделеева-Клапейрона

$$pV = \nu RT = \frac{m}{\mu} RT \quad m = \frac{pV \mu}{RT} = \frac{pSh \mu}{RT}$$

$$= \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-2} \cdot 0,018 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,3 \cdot 400} = \frac{2 \cdot 18}{4000} \text{ кг} = \frac{2 \cdot 18}{4} \text{ г}$$

$$= 9 \text{ г}$$

Ответ: 9 г

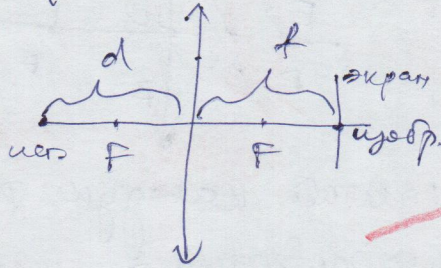
51-05-14-86  
(49.4)

Числовых

N4

$$\frac{1}{F} = D$$

~~д-р-е~~ ~~от источника до м~~



формула линзы:

$$\frac{1}{F} = D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$$

$$\Gamma = \frac{f}{d}$$

$$f = d\Gamma$$

$$D = \frac{1}{d} + \frac{1}{d\Gamma} = \frac{1}{d} \left(1 + \frac{1}{\Gamma}\right)$$

$$\frac{1}{d} = \frac{D}{1 + \frac{1}{\Gamma}} \quad d = \frac{1 + \frac{1}{\Gamma}}{D} \quad \frac{\Gamma + 1}{D\Gamma}$$

$$f = d\Gamma = \frac{\Gamma + 1}{D}$$

$$L = f + d = \frac{\Gamma + 1}{D} + \frac{1 + \frac{1}{\Gamma}}{D} = \frac{\Gamma + 1 + 1 + \frac{1}{\Gamma}}{D}$$

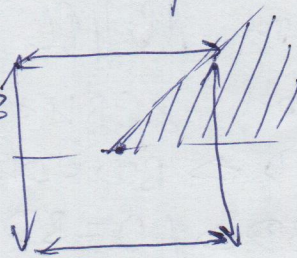
$$= \frac{\Gamma + \frac{1}{\Gamma} + 2}{D} = \frac{3 + \frac{1}{3} + 2}{6} = \frac{9 + 1 + 6}{18} = \frac{16}{18} = \frac{8}{9} \text{ м}$$

N5.

Ответ:  $\frac{8}{9}$  м

Мы можем рассмотреть  $\frac{1}{8}$  плоскости, т.к. остальные части ей равносильны

Будем рассматривать заштрихованную часть м-ти

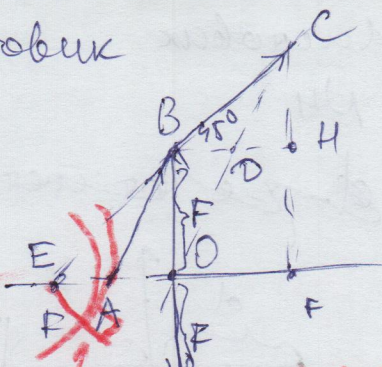


$$2a = 2F$$

$$\Rightarrow a = F$$

См. ур-е на след. листе

Источник



каждого угла

мы можем считать каждую точку на поверхности шарообразного источника светом

объект собирающая линза уменьшает угол между лучом, прох через неё и горизонталь, значит

Растёт крайний луч, когда все области будут затоплена лучами, но самый крайний верхний луч выйдет из линзы под углом  $45^\circ$  к гориз.

(т.к. лучей со много, ими будет затоплена все площадь м-ду крайними лучами)

крайний луч снизу - идущий горизонтально, а крайний луч сверху - тот, который вошел в линзу под наибольшим углом. Камертин на рисунке ход этого луча - ABC

B - верхняя точка линзы, A - точка перес. источника и ГСО линзы, C - точка пересечения луча и фокального м-ти AB || OC по построению.

$OB = a = F = BN \quad \angle CBN = 45^\circ \Rightarrow BN = CN = F$

$\triangle OBD = \triangle OCN \Rightarrow BD = CN = \frac{F}{2}$

$\triangle ABO = \triangle OBD \Rightarrow AO = BD = \frac{F}{2} \Rightarrow EA = \frac{F}{2} = R$

Значит  $F_{max} = 2R$  где все  $F_{obj} < F_{max}$   
 $max \in$  внад в линзу будет больше  $\Rightarrow$  верхний луч выйдет еще выше  $\Rightarrow$  все м-ть будет затоплена

$\Rightarrow F \in [R; 2R] \quad F \in [2, 2.5 \text{ см}; 4, 5 \text{ см}]$   
 Ответ: [2 см; 5 см]

не угол  
 все что  
 угол

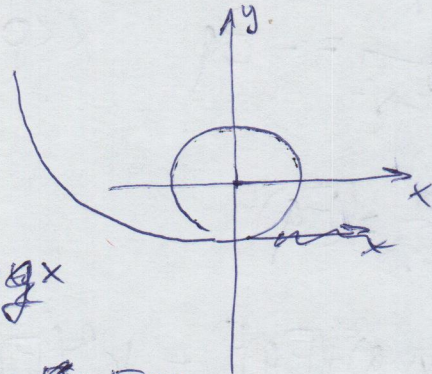
Чистовик

№3

$F_e = qE_z$   $F_e$  совершает работу только по горизонтальному перемещению, а  $mg$  только по вертикальному

$v_0$  - скорость при переходе с больш. дуги на меньш. дугу  
ЗСД:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgr + qER$$



ЗСД на ~~всех~~ дугах:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - mg(r+y) + Eqx$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - mgr - mgy + Eqx$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$Eqx - mgy$  нужно минимизировать

$$y = \pm \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$f(x) = Eqx - mg\sqrt{r^2 - x^2} \quad \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - mgr + f(x)$$

$$f'(x) = Eq - mg \cdot \left( \frac{1}{2\sqrt{r^2 - x^2}} \cdot (-2x) \right) =$$

$$= Eq + \frac{mgx}{\sqrt{r^2 - x^2}}$$

$$f'(x) \leq 0$$

$$\frac{mgx}{\sqrt{r^2 - x^2}} \leq -Eq$$

$$x = -\frac{Eq}{\sqrt{r^2 - x^2}} = x_0$$

точка экстремума функции

в ней  $f(x)$  минимально  $\Rightarrow V$  тоже мин.

см след лист

Числовые  
 рассматривая  $y = -\sqrt{r^2 - x^2}$  нет смысла,  
 т.к.  $Eg + mg\sqrt{r^2 - x^2}$

$$f'(x) = Eg + \frac{mgx}{\sqrt{r^2 - x^2}} = 0$$

$$\frac{mgx}{\sqrt{r^2 - x^2}} = -Eg \quad x < 0.$$

$$\frac{(mg)^2 x^2}{r^2 - x^2} = (Eg)^2$$

$$x^2 (mg^2 + (Eg)^2) = r^2 (Eg)^2$$

$$x = -\frac{rEg}{\sqrt{(mg)^2 + (Eg)^2}} = x_0 \text{ — точка min } \Rightarrow f \text{ min в } x_0$$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0 \text{ — min в } x_0 \Rightarrow \text{min в } x_0$

рассматривая  $y = -\sqrt{r^2 - x^2}$  нет смысла,  
 т.к.  $Eg + mg\sqrt{r^2 - x^2} \geq Eg - mg\sqrt{r^2 - x^2}$

$$f(x_0) = \frac{Eg \cdot (-rEg)}{\sqrt{(mg)^2 + (Eg)^2}} - \frac{mg\sqrt{r^2 - r^2(Eg)^2}}{(mg)^2 + (Eg)^2}$$

$$= \frac{-r(Eg)^2 - rmgEg}{\sqrt{(mg)^2 + (Eg)^2}} = -\frac{rEg(Eg + mg)}{\sqrt{(mg)^2 + (Eg)^2}}$$

см след лист

$$\frac{mV_{\text{min}}^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2} - mgr + A(x_0)$$

числовым

$$\frac{mV_{\text{min}}^2}{2} = (qE + mg)R - mgr + A(x_0)$$

$$V_{\text{min}} = \sqrt{\frac{2R(qE + mg)}{m} - \frac{2gr}{m} + \frac{2A(x_0)}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{2R(qE + mg)}{m} - 2gr - \frac{2vEq(Eq + mg)}{m\sqrt{(mg)^2 + (Eq)^2}}$$

Но такой ответ в бауеи буге.

~~Проверю надо проверить, что дельта не может~~

проверим, что  $\frac{2R(qE + mg)}{m} \geq 2gr + \frac{2vEq(Eq + mg)}{m\sqrt{(mg)^2 + (Eq)^2}}$

$$R\sqrt{(mg)^2 + (Eq)^2} \geq mgr\sqrt{(mg)^2 + (Eq)^2} + Eqv$$

$$R\sqrt{(mg)^2 + (Eq)^2} \geq \frac{R(Eq + mg)}{mg + \frac{Eq(Eq + mg)}{\sqrt{(mg)^2 + (Eq)^2}}}$$

$$V_{\text{min}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (10^{-3} + 10^{-2})}{10^{-3}} - 2 \cdot 10 \cdot 0,25 - \frac{2 \cdot 0,25 \cdot 10^{-3} \cdot (10^{-3} + 10^{-2})}{10^{-3} \cdot \sqrt{10^{-2} + 10^{-6}}}}$$

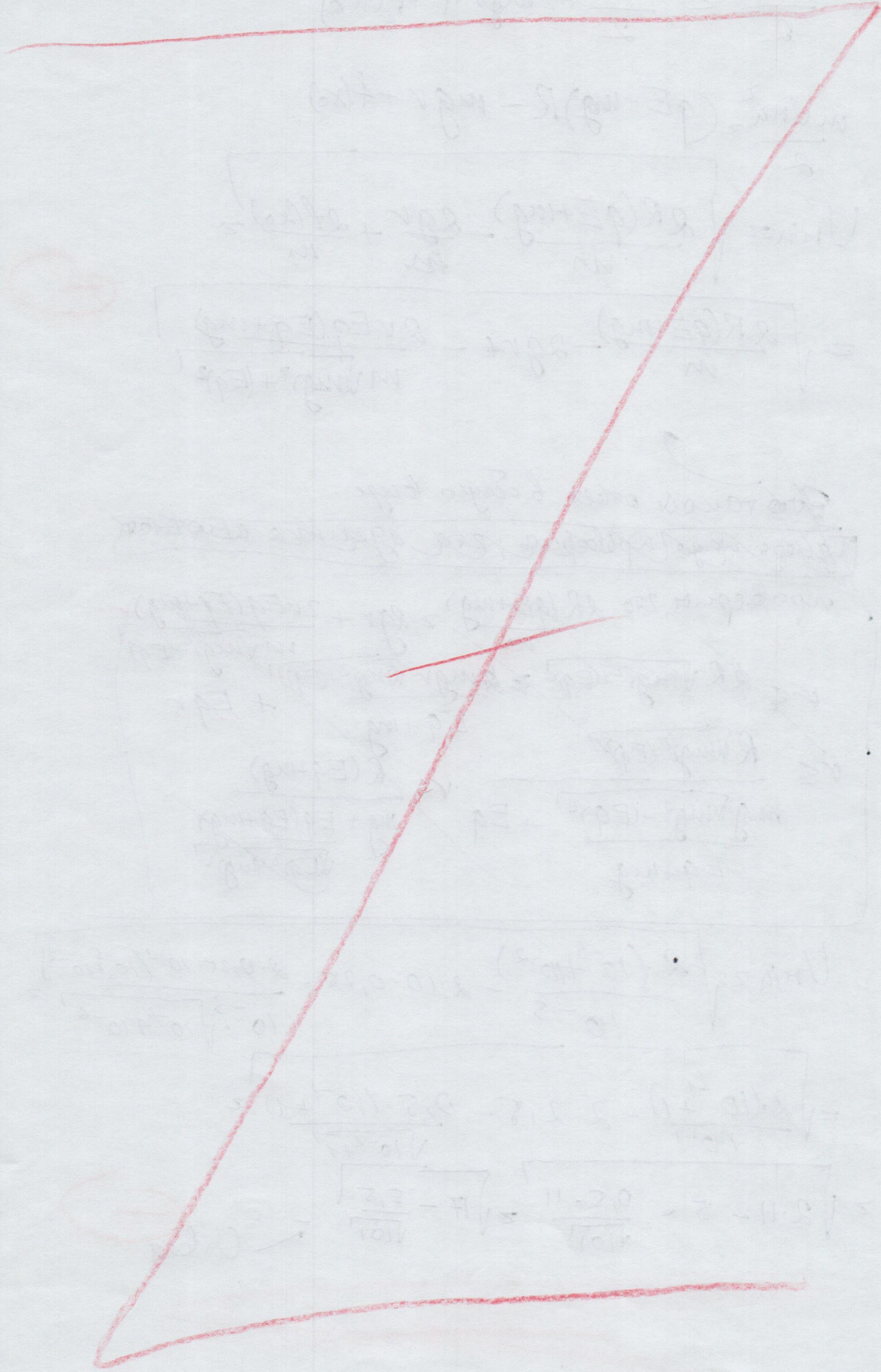
$$= \sqrt{\frac{2 \cdot (10^{-1} + 1)}{10^{-1}} - 2 \cdot 2,5 - \frac{0,5 \cdot (10^{-1} + 1)}{\sqrt{10^{-2} + 1}}}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 11 - 5 - \frac{0,5 \cdot 11}{\sqrt{101}}} = \sqrt{17 - \frac{5,5}{\sqrt{101}}}$$

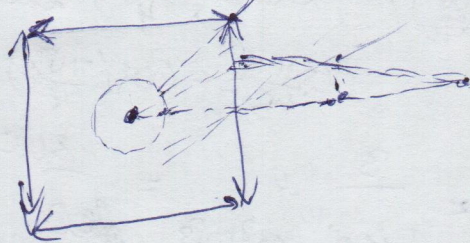
← Ответ



Черновик



Условия

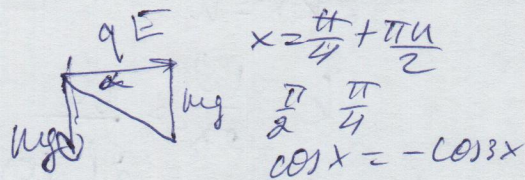


$$\cos x + \cos 3x = 0$$

$$2 \cos 2x \cos x + \cos x = 0$$

$$2 \cos 2x \cos x + \cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$



$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} \quad \frac{\pi}{4}$$

$$\cos x = -\cos 3x$$

$$F = \sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 2$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 2 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{qE}{F} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$F = \frac{qE}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{5}}{2} qE$$

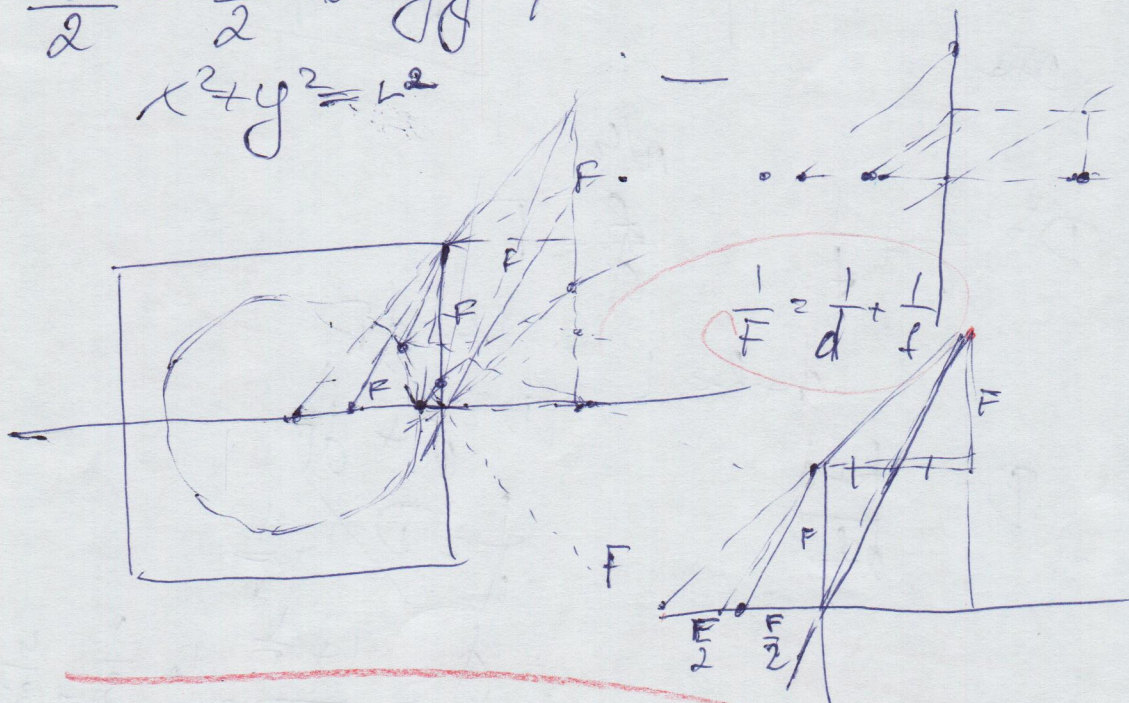
$$F = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{mg}{qE}\right)^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{10^{-2} \cdot 10}{10^{-6} \cdot 10^3}\right)^2 + 1}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{10^{-2} \cdot 10}{10^{-3}}\right)^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{101}} = \frac{10}{\sqrt{101}}$$

$$\frac{mv^2}{2} = \cos \alpha \cdot mg \cdot R + qE \cdot R$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mg y + qE x$$

$$x^2 + y^2 = L^2$$



$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$$

герновик

$$x = -l \cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}} \cdot \frac{\pi}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{l}{g}}\right) = -l \cos\left(\frac{\pi\sqrt{3}}{4}\right) = l \cos\left(\frac{\pi}{4\sqrt{3}}\right)$$

$$2kx^2 = W$$

$$\cos\frac{\pi}{4\sqrt{3}} = -\cos\left(\frac{\pi\sqrt{3}}{4}\right)$$

$$k = \frac{W}{2x^2} = \frac{W}{2l^2 \cos^2\left(\frac{\pi\sqrt{3}}{4}\right)}$$

$$= \frac{3}{2 \cdot 100 \cdot 10^{-4} \cdot \cos^2\frac{\pi\sqrt{3}}{4}} = \frac{300}{2 \cos^2\frac{\pi\sqrt{3}}{4}}$$

$F = kx$

$N_2$

$$S = 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$Mg + p_0 S = 1000 + 10^5 \cdot 10^{-2} = 2000 = p_n \cdot S =$$

$$= 10^{-2} p_n \quad p_n = 200000 = 2 \cdot 10^5 \Rightarrow$$

газ не насыщенный  $\Rightarrow$  все вода испарилась

$$p_n \cdot V = \nu RT$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

$$m = \frac{p_n \cdot V \cdot \mu}{RT}$$

~~0.53~~

$$D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$$

$N_2$

$$\frac{f}{d} = \Gamma$$

$$d + f = L$$

$$f = d\Gamma$$

$$D = \frac{1}{d} + \frac{1}{d\Gamma}$$

$$D = \frac{f+d}{df}$$

$$f = \frac{D}{1 + \frac{1}{\Gamma}}$$

$$d = \frac{1 + \frac{1}{\Gamma}}{\Gamma} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{9}$$

$$f = \frac{4}{3} L = \frac{2}{9} + \frac{4}{3} = \frac{14}{9} \text{ m}$$

Чертовик

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos 2\alpha + \cos 2\beta = 2 \cos \frac{2\alpha + 2\beta}{2} \cos \frac{2\alpha - 2\beta}{2} = 2 \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$= 2(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta - 1)$$

$$\sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) = \left(\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} + \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) = \left(\cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}\right)$$

$$2\left(\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} + \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} + \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}\right)$$

$$= \sin \alpha \cdot \cos^2 \frac{\beta}{2} + \sin \beta \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin \alpha \sin \beta \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2} + \sin \alpha \sin \beta \cdot \cos^2 \frac{\beta}{2}$$

$$= \sin \alpha (\cos^2 \frac{\beta}{2} + \sin^2 \frac{\beta}{2}) + \sin \beta (\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2}) =$$

$$= \sin \alpha \cdot 1 + \sin \beta \cdot 1 = \sin \alpha + \sin \beta$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\beta}{2} = (1 - \cos \alpha)(1 - \cos \beta) =$$

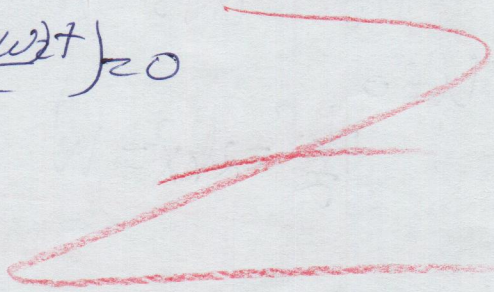
$$= \cos^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\beta}{2} - 1 + \cos \alpha + \cos \beta = \cos^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\beta}{2}$$

$$2(1 + \cos \beta + 1 + \cos \alpha) =$$

$$2 \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) = 0$$

$$\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t = \frac{\pi}{2} + \pi n$$



Чертовик

$$x = l \cdot \cos(\omega t)$$

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{m}{3k}} \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{3k}{m}} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{3m}}$$

~~$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{3m}{k}} = 3T_n$$~~

$$x_1 = -l \cdot \cos(\omega_1 t)$$

по 3ct

$$x_2 = l \cdot \cos(\omega_2 t)$$

$$\frac{3kx^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{4mU^2}{2} + \frac{3kx^2}{2} + \frac{k(l-x)^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

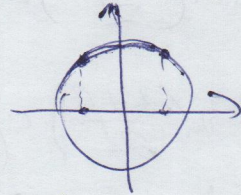
$$2kl^2 = 2mU^2 + 2kx^2$$

$$kl^2 = mU^2 + kx^2 \quad -\cos(\omega_1 t) = \cos(\omega_2 t)$$

$$kl^2 = \frac{3mV_n^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

$$\frac{3kl^2}{2} = \frac{mV_n^2}{2} + \frac{3kx^2}{2}$$

$$V_n = \sqrt{3k} l \cos$$



~~$$3mV_n = mV_n$$~~

$$3mV_n - mV_n = 4mU$$

$$4mU^2 + kx^2 = 3mV_n^2 + mV_n^2 + 4kx^2$$

$$4U^2 = 3V_n^2 + V_n^2$$

$$kl^2 = mU^2 + kx^2$$

$$kl^2 = 3mV_n^2 + kx^2$$

$$3kl^2 = mV_n^2 + 3kx^2$$

$$3mV_n - V_n = 4U$$

$$U\sqrt{3} - U\sqrt{3} = 4U$$

$$U = 0$$

$$\frac{4kx^2}{2} = 2kx^2 = W$$

~~$$3V_n^2 = U^2$$~~

~~$$V_n^2 = 3U^2$$~~

~~$$V_n = \frac{U}{\sqrt{3}}$$~~

~~$$V_n = \sqrt{3}U$$~~

$$9V_n^2 = V_n^2$$

$$3V_n = V_n$$

$$3V_n + V_n = 4U$$

$$4V_n = 4U$$

$$3V_n - V_n = 4U$$