

0 494305 320008
49-43-05-32
(47.7)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант № 1
Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Смирнова Артемия Ивановича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

15:05 Работу сдал Карпенков А.В. *[Signature]*

Дата
« 5 » марта 2023 года

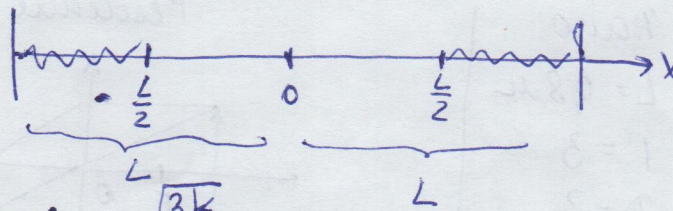
Подпись участника
[Signature]

Задача 1.2.1.

Дано:
 $L = 20 \text{ см}$
 $A = ?$
 одну



Решение:



$$\omega_1 = \sqrt{\frac{3k}{m}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{3m}} \quad \text{Закона движения:}$$

$$x_1 = -A_1 \cos(\omega_1 t) =$$

$$= -\frac{L}{2} \cos\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} t\right)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega_2 t) =$$

$$= \frac{L}{2} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} t\right)$$

т.к. масса
 единична,
 в опред. момент
 t их координаты
 будут равны,

$$x_1 = x_2 \Rightarrow$$

$$\cos\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} t\right) + \cos\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} t\right) = 0$$

$$2 \cos\left(\frac{4\sqrt{k}}{\sqrt{3m}} t\right) \cos\left(\frac{8\sqrt{k}}{\sqrt{3m}} t\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{4\sqrt{k}}{\sqrt{3m}} t\right) = 0$$

$$\frac{4\sqrt{k}}{\sqrt{3m}} t = \pi \Rightarrow$$

$$t = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\sqrt{3m}}{\sqrt{k}} \quad \checkmark$$

$$v_1 = x_1' = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{3k}{m}} \sin\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} t\right)$$

$$v_2 = x_2' = -\frac{L}{2} \sqrt{\frac{k}{3m}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} t\right)$$

По закону сопр. импульса:

$$m \cdot v_1 + 3m \cdot v_2 = 4m \cdot v_3$$

$$\frac{L}{2} \cdot \sqrt{3mk} \cdot \left(\sin\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} t\right) - \sin\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} t\right)\right) = 4m \cdot v_3$$

$$\frac{L\sqrt{3}}{8} \sqrt{\frac{k}{m}} \left(\sin\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} t\right) - \sin\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} t\right)\right) = v_3$$

$$\frac{L\sqrt{3}}{8} \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot 2 \cdot \sin\left(\frac{5\sqrt{k}}{\sqrt{3m}} t\right) \cdot \cos\left(\frac{4\sqrt{k}}{\sqrt{3m}} t\right) = v_3$$

Подставим t: $\cos\left(\frac{4\sqrt{k}}{\sqrt{3m}} t\right) = \cos \pi = 0 \Rightarrow$

$$v_3 = 0 \Rightarrow$$

т.к. скорость смещенного тела равна 0,
 то в этот момент - максим.
 отклонение.

Подставим t во все три закона движения:

$$A_{\text{общ}} = \frac{L}{2} \cdot \cos\left(\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{3m}} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\sqrt{3m}}{\sqrt{k}}\right) = \frac{L}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{L}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{L\sqrt{2}}{4} \quad \checkmark$$

$$A_{\text{общ}} = \frac{L\sqrt{2}}{4}$$

$$A_{\text{общ}} = \frac{20 \cdot \sqrt{2}}{4} = 7,05 \text{ см.}$$

Ответ: 7,05 см. \checkmark

49-43-05-32
(47.7)

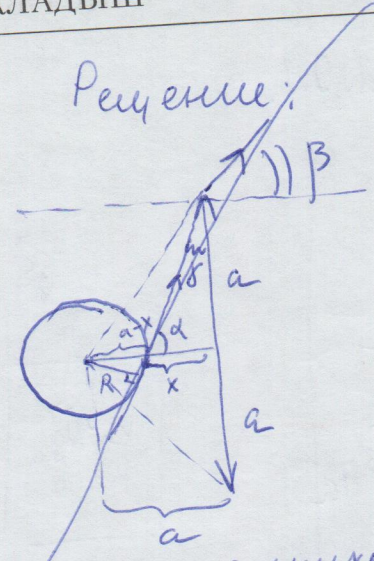
Задача 5.3.1

Дано:
2a = 4,5 см
R min - ?

Система будет излучать свет по всем направлениям, если $\beta \geq 45^\circ$.

Т.к. линза собирающая, угол должен быть наименьшим, это возможно, если угол отражает линза и касательная к сфере.

Решение:



из подобия треугольников:

$$\frac{a}{R} = \frac{a-x}{\sqrt{a^2+x^2}} \quad (1)$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+x^2}} = \frac{R}{a-x} \quad (2)$$

$$(1) \text{ и } (2): \left. \begin{aligned} \frac{a-x}{\sqrt{a^2+x^2}} &= \frac{a}{R} \\ \frac{a-x}{\sqrt{a^2+x^2}} &= \frac{R}{a} \end{aligned} \right\} \frac{a}{R} = \frac{R}{a}$$

$$R^2 = a^2 \Rightarrow R = \sqrt{a}$$

$$R = \sqrt{225} = 1,5 \text{ см.}$$

Ответ: 1,5 см.



Задача 2.2.1.

Дано:

$$S = 901 \text{ м}^2$$

$$M = 100 \text{ кг}$$

$$m = 0,009 \text{ кг}$$

$$T = 400 \text{ К}$$

$$p_{\text{н.п.}} = 2,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$p_0 = 10^5 \text{ Па}$$

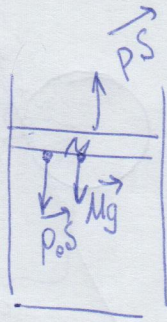
$$\mu = 4018 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

 $h = ?$

Решение:



По второму закону

Ньютона:

$$pS = Mg + p_0 S$$

$$p = \frac{Mg}{S} + p_0$$

Сравним p и $p_{\text{н.п.}}$:

$$p = \frac{100 \cdot 10}{901} + 10^5 = 2 \cdot 10^5 < p_{\text{н.п.}} \Rightarrow$$

все вода испарится.

Тогда, по уравнению Менделеева-

Клапейрона: $p \cdot V = \nu RT$

$$p_0 S \cdot h = \frac{m}{\mu} RT$$

$$\left(\frac{Mg}{S} + p_0 \right) S h = \frac{m RT}{\mu}$$

$$\mu (Mg + p_0 S) h = m RT$$

$$h = \frac{m RT}{\mu (Mg + p_0 S)}$$

$$h = \frac{0,009 \cdot 8,31 \cdot 400}{4018 (10^3 + 10^3)} =$$

$$= \frac{8,31 \cdot 400}{2 \cdot 1000} = \frac{8,31 \cdot 100}{1000} = 0,83 \text{ м.}$$

Ответ: 83 см.

49-43-05-32
(47.7)

Задача ~~5.3.1.~~
5.3.1.

Дано:

$2a = 4,5 \text{ см}$

$F = a$

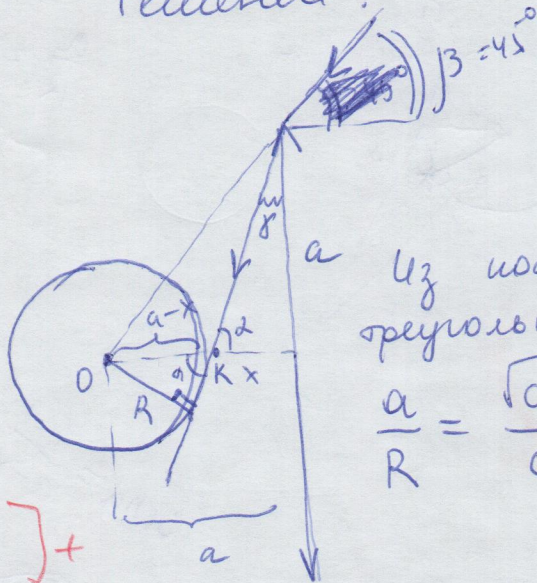
$R_{\text{min}} = ?$

Система будет излучать свет во всем направлении, если $\beta \geq 45^\circ$.

П.к. миза собирающая, угол $(180^\circ - \gamma)$ должен быть наибольшим $\Rightarrow \gamma$ должен быть наименьшим.

Это возможно, если угол γ образует касательная к сфере и миза.

Решение:



Из подобия треугольников:

$$\frac{a}{R} = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{a - x} \quad (1)$$

Воспользуемся обратностью свет. чтобы найти формулу т. мизы, считая центр сферы O линзой источником, а точку K - изображением.

$$+ \left[-\frac{1}{a} + \frac{1}{x} = \frac{1}{a} \quad (F = a \text{ по усл.}) \right]$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{a} \Rightarrow x = \frac{a}{2}$$

подставим в (1):

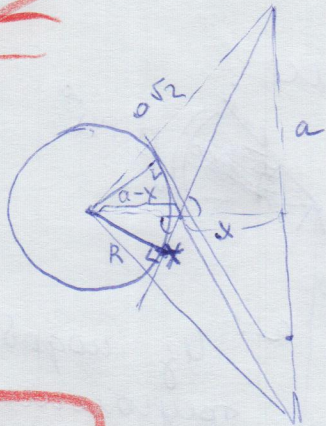
$$+ \left[\frac{a}{R} = \frac{\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}}}{a - \frac{a}{2}} ; \frac{a}{R} = \frac{\sqrt{5}a \cdot 2}{2 \cdot a} ; a = \sqrt{5}R \Rightarrow R = \frac{a}{\sqrt{5}} \right]$$

$$+ \left[R = \frac{225}{\sqrt{5}} \approx 1 \text{ см.} \right]$$

Ответ: 1 см.

Черновик

~~Z~~

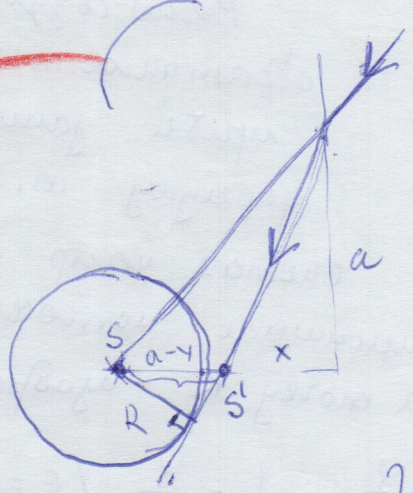


$$\frac{a}{R} = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{a - x}$$

~~Z~~

$$\sin \alpha = \frac{R}{a - x}$$

~~Z~~



$$\frac{a}{R} = \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{a - x}$$

$$2a^2 = \frac{a^2(a-x)^2}{x^2 + a^2} + x^2 + a^2 + \frac{(a-x)^2 - R^2}{a^2 - 2ax + x^2 - a^2(a-x)^2}$$

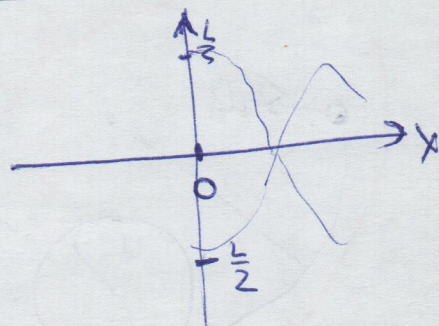
$$2a^2 = \frac{a^2(a-x)^2}{x^2 + a^2} + x^2 + a^2 +$$

~~Z~~

Серишки

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{3k}{m}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{3m}}$$



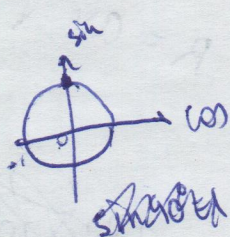
$$x_1 = A \cos\left(\sqrt{\frac{3k}{m}}t\right) \quad ; \quad A = \frac{L}{2}$$

$$x_2 = A$$

$$x_1 = -\frac{L}{2} \cos\left(\sqrt{\frac{3k}{m}}t\right) \Rightarrow v_1 = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{3k}{m}} \sin\left(\sqrt{\frac{3k}{m}}t\right)$$

$$x_2 = \frac{L}{2} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{3m}}t\right) \Rightarrow v_2 = -\frac{L}{2} \sqrt{\frac{k}{3m}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{3m}}t\right)$$

$$\frac{L}{2} \sqrt{3km} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{3k}{m}}t\right) - \frac{L}{2} \left(\sqrt{3m}\right) \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{3m}}t\right) =$$



$$= 4m \cdot v$$

$$\frac{L}{2} \frac{(\sqrt{3km})}{4m v} = \sin\left(\sqrt{\frac{3k}{m}}t\right) - \sin\left(\sqrt{\frac{k}{3m}}t\right)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin 60^\circ + \sin 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{3+1}}{2}$$

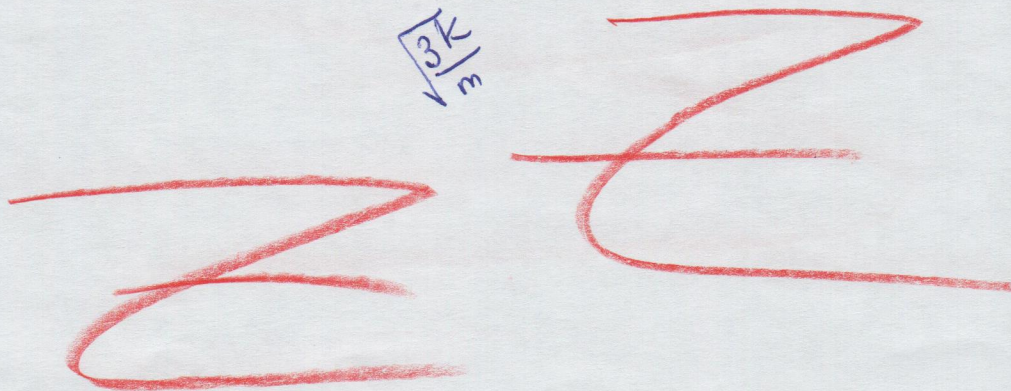
$$\sin 60^\circ - \sin 30^\circ =$$

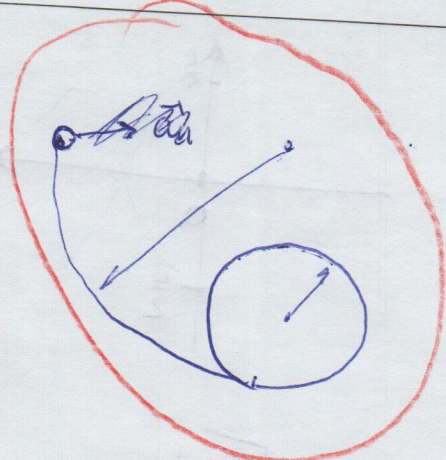
$$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

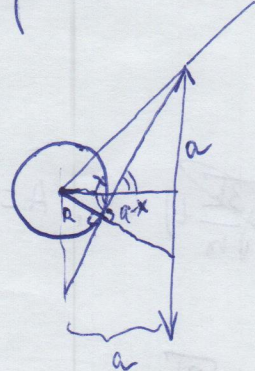
$$\sqrt{\frac{3k}{m}} + \sqrt{\frac{k}{3m}} = \frac{\sqrt{10k}}{\sqrt{3m}}$$

$$\sqrt{\frac{3k}{m}}$$





Чертежи



$$\frac{a}{R} = \frac{a-x}{\sqrt{x^2-R^2}}$$

$$a^2 x^2 - a^2 R^2 = R^2 a^2 - R^2 2ax + R^2 x^2$$

$$a^2 x^2 + R^2 2ax - R^2 x^2 = R^2 a^2$$

$$R^2 = \frac{a^2 x^2}{2a^2 - 2ax + x^2}$$

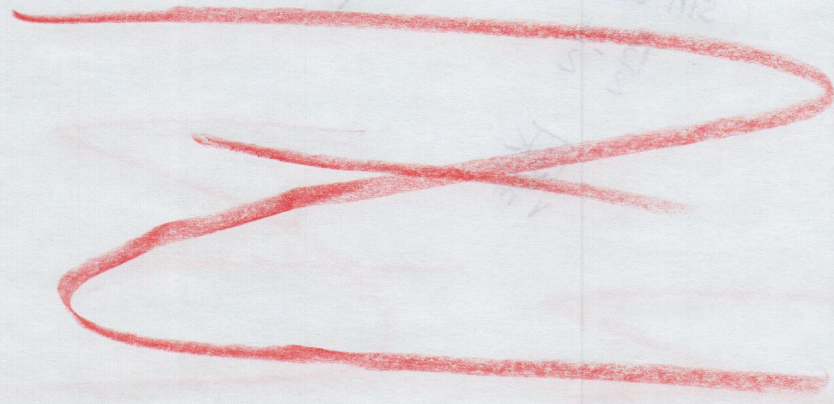
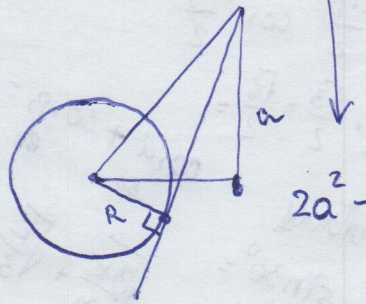
$$R = ax \sqrt{\frac{1}{2a^2 - 2ax + x^2}}$$

$$x = \frac{a}{2a^2 - 2a}$$

$$2a^3 = R^2 + \left(\sqrt{x^2 - R^2} + \frac{a + (a-x)^2}{2a^2 - 2ax + x^2} \right)^2$$

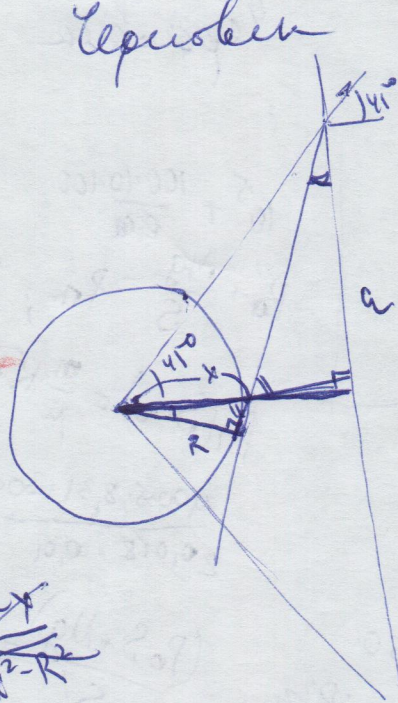
$$2a^3 = R^2 + \dots$$

$$\sqrt{2a^3 - R^2} = \sqrt{x^2 - R^2} + \sqrt{2a^2 - 2ax + x^2}$$

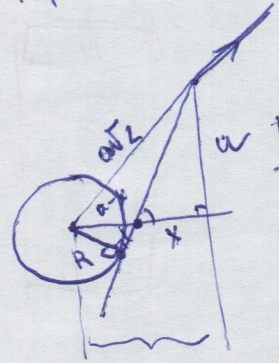


Сервис

7



$$(\Gamma+1)/5 + (\Gamma+1)/1$$

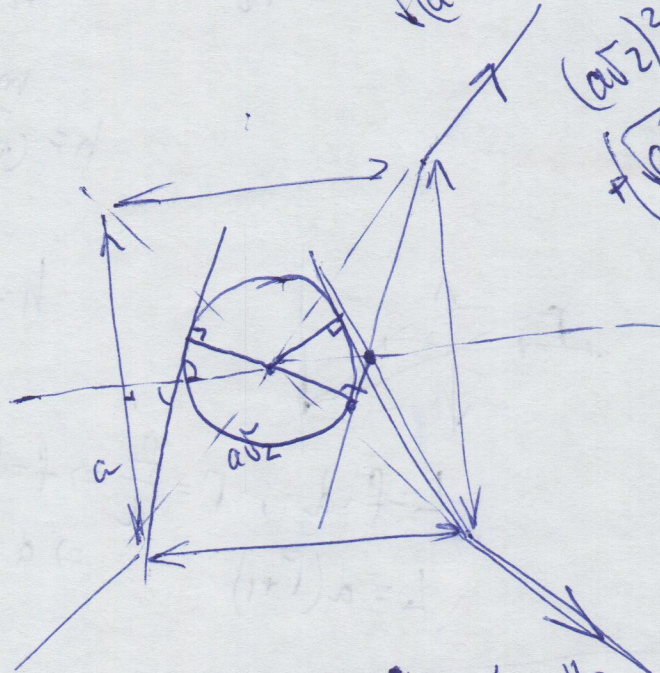
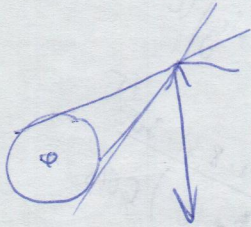


$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 98} \\ -0 \\ \hline 160 \\ -20 \\ \hline 20 \\ -16 \\ \hline 40 \\ -40 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{R}{a} = \frac{a-x}{\sqrt{x^2 - R^2}}$$

$$\sqrt{(a-x)^2 - R^2} = x$$

$$\begin{aligned} & \frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{a-x}{R} \\ & \sqrt{a^2 + x^2} = \frac{aR}{a-x} \end{aligned}$$

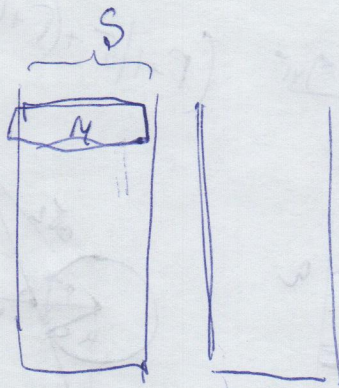


$$2a^2 = R^2 + \left(\left(\frac{xR}{a} \right)^2 + \frac{a(a-x)}{R} \right)^2$$

$$2a^2 = R^2 + xR^2 + a$$

Handwritten scribbles at the bottom of the page.

Сервисик



$$10^5 + \frac{100 \cdot 10 \cdot 100}{\text{area}}$$

$$P_0 + \frac{Mg}{S} = P_n ; 10^5 + \frac{10^2 \cdot 10}{901}$$

$$P_n(S \cdot h) = \frac{mRT}{\mu}$$

$$\frac{9009.831 \cdot 300}{29018 \cdot 901} = 150$$

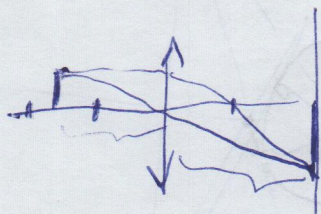
$$\frac{(P_0 S + Mg)}{S} = \frac{mRT}{\mu S \cdot h}$$

$$h = \frac{mRT}{(P_0 S + Mg) \mu}$$

$$h = \frac{9009.831 \cdot 300}{4 \cdot (10^3 + 10^3) 9018}$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ + 150 \\ \hline 1455 \\ 831 \\ \hline 97650 \end{array}$$

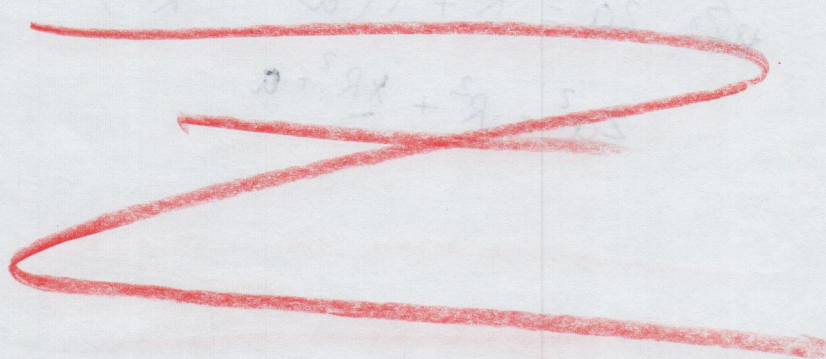
P_0



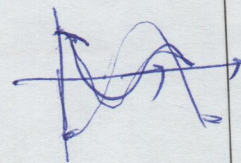
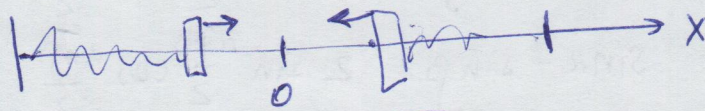
$$L = f + d ; \Gamma = \frac{f}{d} \Rightarrow f = \Gamma d$$

$$L = d(\Gamma + 1)$$

$$\Rightarrow d =$$



Черновик



$$\omega_1 = \sqrt{\frac{3k}{m}} ; \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{3m}} \quad t_1 = t_2$$

$$x_1 = -A_1 \cos(\omega_1 t) = -A_1 \cos\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} t\right)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega_2 t) = A_2 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} t\right)$$

$$v_1 = \dot{x}_1 = A_1 \sqrt{\frac{3k}{m}} \sin\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} t\right)$$

$$v_2 = \dot{x}_2 = -A_2 \sqrt{\frac{k}{3m}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} t\right)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \left(\frac{\sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \right)$$

~~$$mv_1 - mv_2 =$$~~

$$m \cdot A_1 \cdot \sqrt{\frac{3k}{m}} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} t\right) =$$

$$-3m \cdot A_2 \cdot \sqrt{\frac{k}{3m}} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{3m}} t\right) =$$

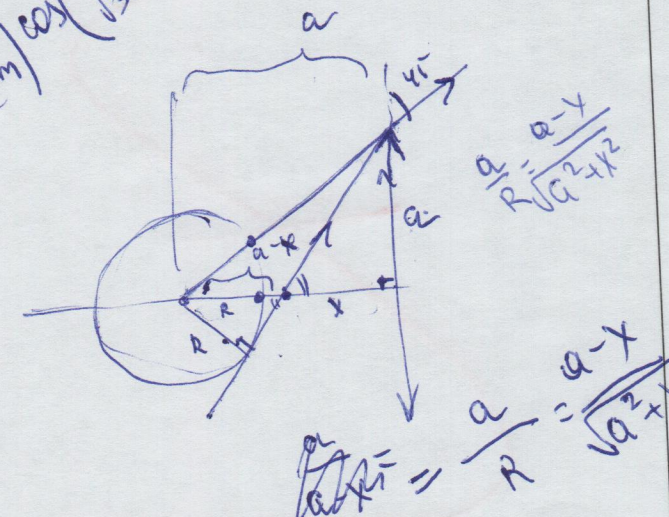
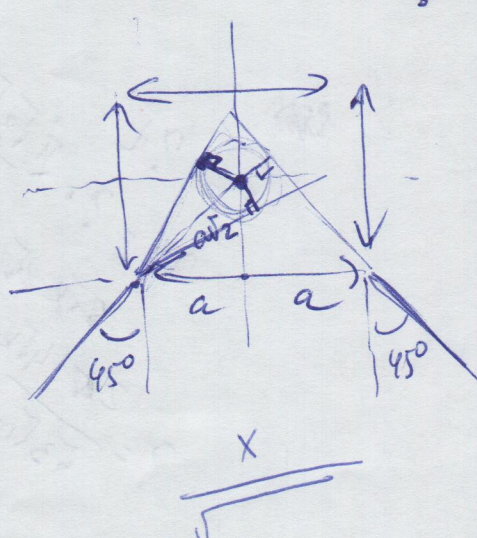
$$= 4m \cdot v$$

$$\sqrt{\frac{3k}{m}} - \sqrt{\frac{k}{3m}} = \sqrt{\frac{10k}{3m}} \cos\left(\sqrt{\frac{10k}{3m}} t\right)$$

$$a^2(a^2 + x^2) = R^2(a-x)^2$$

$$a^4 + a^2x^2 = R^2a^2 - 2R^2ax + R^2x^2$$

$$\frac{a}{x} = \frac{R}{\sqrt{a^2 - x^2 - R^2}}$$



$$\frac{a}{x} = \frac{a-x}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

Через формулы

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$2 \cdot \sin \left(\frac{\frac{3k}{m} + \frac{k}{3m}}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\frac{3k}{m} - \frac{k}{3m}}{2} \right) \cdot \frac{5\sqrt{k}t}{\sqrt{3m}}$$

$$\approx 2 \sin \left(\frac{\sqrt{8} \sqrt{k}}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\sqrt{10} \sqrt{k}}{2} \right) = 1$$

$$\cos \left(\frac{\frac{3k}{m} - \frac{k}{3m}}{2} \right) \approx$$

$$\cos \approx \left(\frac{8\sqrt{k}}{\sqrt{3m}} \right) =$$

$$\approx \left(\frac{4 \sqrt{k}}{\sqrt{3} \sqrt{m}} t \right)$$

$$\sin \left(\frac{\sqrt{8} \sqrt{k}}{2} \right) = 0$$

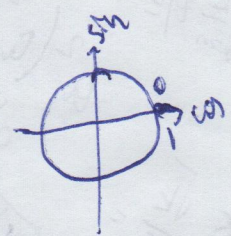
$$t \frac{\sqrt{10}}{2} \sqrt{\frac{k}{m}} = 1$$

$$t = \frac{2\sqrt{m}}{\sqrt{10}\sqrt{k}}$$

$$\frac{\sqrt{3k}}{m} + \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{3m}} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \sqrt{k} + \sqrt{k}$$

$$\frac{\sqrt{8}}{2} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x_2 = \frac{L}{2} \cos \left(\frac{\sqrt{10} \sqrt{k}}{2} \cdot \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{k}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \right)$$



$$\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{3m}} \cdot t = \frac{\pi}{4}$$

$$t = \frac{\pi \sqrt{3m}}{4 \sqrt{k}}$$

$$x = ? \cdot t$$

$$2x = ? \cdot \frac{\sqrt{3m}}{4\sqrt{k}}$$

$$? = \frac{2 \cdot 4\sqrt{k}}{\sqrt{3m}}$$