0 426863 980004

42-68-63-98
(50.3)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 3

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Ужовской Евгении Александровной
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

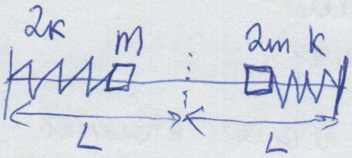
13:30 работа сдана Королёва А.В.

Дата
«5» марта 2023 года

Подпись участника
ЕУжов

42-68-63-98 (50.3)

Задача 1.2.3



1) Запишем законы движения для двух тел:

$$x_1(t) = \frac{L}{2}\cos\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot t\right) \text{ - для I тела}$$

$$x_2(t) = -\frac{L}{2}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot t\right) \text{ - для II тела}$$

2) Найдем t_0 - время встречи тел (когда столкнулись):

$$x_1(t_0) = x_2(t_0)$$

$$\frac{L}{2}\cos\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot t_0\right) = -\frac{L}{2}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot t_0\right)$$

$$\cos\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot t_0\right) + \cos\left(\sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot t_0\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot t_0 + \sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot t_0}{2}\right)\cos\left(\frac{\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot t_0 - \sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot t_0}{2}\right) = 0$$

т.к. t_0 - время => приравняем 1 скобку 0

$$\cos\left(\frac{\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot t_0 + \sqrt{\frac{k}{2m}}\, t_0}{2}\right) = 0$$

$$\frac{t_0\left(\sqrt{\frac{2k}{m}} + \sqrt{\frac{k}{2m}}\right)}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t_0 = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{2k}{m}} + \sqrt{\frac{k}{2m}}} = \frac{\pi}{\frac{3\sqrt{k}}{\sqrt{2m}}}$$

3) Подставим t_0 и найдем координату встречи

$$x_1(t_0) = x_0(t_0) = \frac{L}{2}\cos\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot t_0\right), \text{ где } x_0 \text{ - коорд. встречи}$$

$$x_0(t_0) = \frac{L}{2}\cdot\cos\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot\frac{\pi}{\frac{3}{1}\sqrt{\frac{k}{2m}}}\right) = \frac{L}{2}\cdot\cos\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot\frac{\sqrt{2m}}{3\sqrt{k}}\cdot\pi\right) =$$

$$= \frac{L}{2}\cdot\cos\left(\frac{2}{3}\pi\right) = -\frac{L}{4}$$

+

4) Найдем скорости, с которыми двигались грузы перед столкновением

$$\dot{x}_1(t_0) = -\sqrt{\frac{2k}{m}}\sin\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot t_0\right) = -\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot\sin\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot\frac{\sqrt{2m}}{3\sqrt{k}}\cdot\pi\right) =$$

$$= -\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot\sin\left(\frac{2}{3}\pi\right) = -\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{\frac{3k}{2m}}$$

$$\dot{x}_2(t_0) = \sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot\sin\left(\sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot t_0\right) = \sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot\sin\left(\sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot\frac{\sqrt{2m}}{3\sqrt{k}}\cdot\pi\right) =$$

$$= \sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{3k}{2m}}$$

1	20	Стерокюль
2	20	Камилов
3	3	Мутко
4	0	Сергеева И.А.
5	20	Шутова
Σ	63	(шестьдесят три)

5) По закону сохранения импульса найдем скорость тела ~~тела~~ после столкновения:

$m \cdot v_1 + 2m \cdot v_2 = (m+2m) \cdot v_3$, где v_3 - скорость после столкнов.

$-m \cdot \sqrt{\frac{3k}{2m}} + 2m \cdot \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3k}{2m}} = 3m v_3$

$0 = 3m v_3 \Rightarrow v_3 = 0$

Если скорость после столкн. $=0 \Rightarrow$ амплитуда $= x_0$

6) Найдем длину L:

$A = x_0 \Rightarrow A = -\frac{L}{4} \Rightarrow$

$-\frac{L}{4} = 5$ +

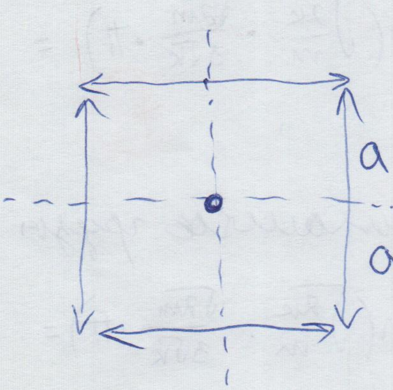
$-L = 20$

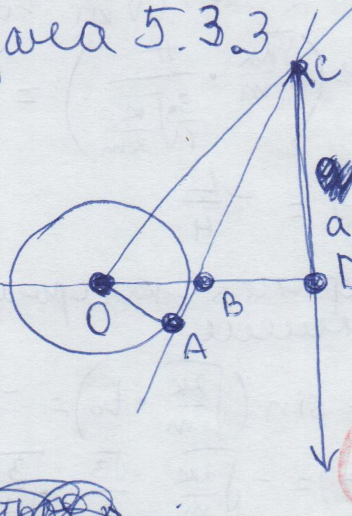
Т.к. $-L$ - это длина против направления оси x, которая лежит по напр. движ. I тела, то

$L = 20$ см +

Ответ: $L = 20$ см

Задача 5.3.3





~~Чтобы не искать площадь~~

Так как O находится на пересечении оптических осей $\Rightarrow OD = a$ (где точка D - как показ. на рис.)

Посмотрим на $\triangle OAB$ и $\triangle BDC$:

$\angle OAB = \angle CDB$ (т.к. CA – кас. $\Rightarrow R \perp CA$)

$\angle OBA = \angle CBD$ (как вертикальные)

$\Downarrow$

$\triangle OAB \sim \triangle BCD$ по 2м углам $\Rightarrow$

$$\frac{OA}{OB} = \frac{CD}{CB}$$, где $OA = R$

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$ (опт. сила линзы)

Подставим значения

$$\frac{1}{BD} - \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{BD} = \frac{2}{a} \Rightarrow BD = \frac{a}{2}$$

Если $BD = \frac{a}{2}$, а $OD = a \Rightarrow OB = a - \frac{a}{2} = \frac{a}{2}$

по т. Пифагора $CB = \sqrt{BD^2 + CD^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2} = \sqrt{\frac{5a^2}{4}}$

Подставим в соотношение получим. значения:

$$\frac{OA}{OB} = \frac{CD}{CB} \Rightarrow \frac{R}{\frac{a}{2}} = \frac{a}{\sqrt{\frac{5a^2}{4}}}$$

$$\frac{2R}{a} = \frac{2a}{a\sqrt{5}} \Rightarrow R = \frac{a}{\sqrt{5}}$$; $a = \frac{9}{2} = 4,5$

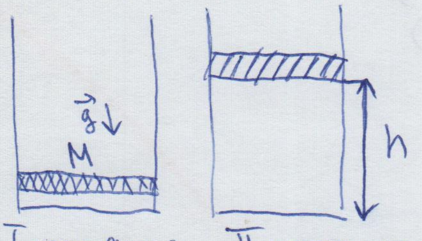
$2 < \sqrt{5} < 2,5 \Rightarrow$

$$\frac{4,5}{2,5} < \frac{4,5}{\sqrt{5}} < \frac{4,5}{2}$$

$$1,8 < \frac{4,5}{\sqrt{5}} < 2,75 \Rightarrow$$

Ответ: $R = 2$

Задача 29.3



I состояние   II состояние

1) для I состояния

$$p = \frac{Mg}{S} + p_0$$

2) для II состояния (по Менд.-Клап.)

$$pV = \nu R T_к$$

$V = h \cdot S$

$\nu = \frac{m}{\mu}$ $\Rightarrow$ $p = \frac{\frac{m}{\mu} R T_к}{Sh}$

Подставим в 1):

$$\frac{\frac{m}{\mu} R T_к}{Sh} = \frac{Mg}{S} + p_0 \Rightarrow M = \frac{\frac{\frac{m}{\mu} R T_к}{h} - p_0 S}{g}$$

$\cancel{M = \frac{\frac{m}{\mu} R T_к - p_0 S h}{h g}}$

~~подставим числа~~

$\cancel{M = \frac{9 \cdot 10^{-3}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 8{,}3 \cdot 300 - 10^5 \cdot 10^{-2}}$

Подставим числа:

$m = 9\,г = 0{,}009\,кг$

$S = 100\,см^2 = 0{,}01\,м^2$

$T_к = 127°C = 400°K$

$$Mg = \frac{\frac{9 \cdot 10^{-3}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 8{,}3 \cdot 400}{0{,}83} - 10^5 \cdot 10^{-2}$$

$$Mg = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 400 - 10^3 = 2000 - 1000 = 1000 \Rightarrow$$

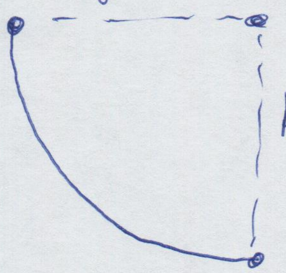
$$M = \frac{1000}{g} = \frac{1000}{10} = 100\,кг$$

Ответ: $M = 100\,кг$

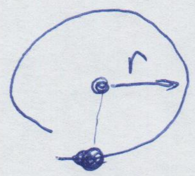
Задача 3.9.3

Разделим движение бусинки на 2 этапа:

I этап A



II этап



Поймем, что v_{max} будет в нижней точке тр. I этапа $\Rightarrow$ по закону сохр. энергии:

$$mgR = \frac{mv_{max}^2}{2} + qER$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2R(mg-qE)}{m}}$$

Поймем, что v_{min} будет в верхней точке тр. II этапа $\Rightarrow$ по закону сохр. энергии:

$$mgr = \frac{mv_{min}^2}{2} - qEr$$

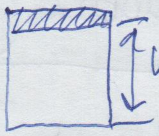
$$v_{min} = \sqrt{\frac{2r(mg+qE)}{m}}$$

$$n = \frac{v_{max}}{v_{min}} = \frac{\sqrt{\frac{2R(mg-qE)}{m}}}{\sqrt{\frac{2r(mg+qE)}{m}}} = \sqrt{\frac{R(mg-qE)}{r(mg+qE)}}$$

$$n = \sqrt{\frac{1}{0{,}25} \cdot \frac{(10-10^{-6}\cdot 10^{3})}{(10+10^{-6}\cdot 10^{3})}} = 2\sqrt{\frac{10-0{,}001}{10+0{,}001}} = 2\sqrt{\frac{9{,}999}{10{,}001}}$$

Ответ: $n = 2\sqrt{\frac{9999}{11001}}$

Черновик



$p_1 = \frac{Mg}{S} + p_0$

$p_2 Sh = \frac{m}{\mu} RT$

$1м = 100см$

$1м^2 = 10000см^2$

$100см^2 = 0{,}01м^2$

$p_2 = \frac{\frac{m}{\mu} RT}{Sh} = \frac{\frac{1}{2}\cancel{\frac{9 \cdot 10^{-3}}{13 \cdot 10^{-3}}} \cdot \cancel{2,3} \cdot \cancel{300}}{\cancel{100 \cdot 0,83}} = \frac{30}{2} = 15$

$p_2 = \frac{\frac{m}{\mu} \cdot R \cdot T}{Sh}$

$p_2 = \frac{\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 300}{0{,}01} = 150 \cdot 10^3 = 1{,}5 \cdot 10^5$

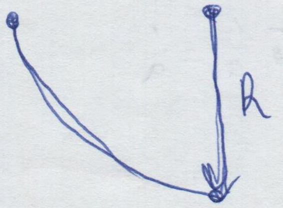
$\frac{Mg}{S} = p - p_0 = 0{,}5 \cdot 10^5$

$\frac{0{,}999}{1{,}001}$ 999

$Mg = 0{,}5 \cdot 10^3$

$M = 0{,}5 \cdot 10^2 = 50$ кг

$mgR = qER + \frac{mv^2}{2}$ m, g, R, r, q, E



$mgR = qER + \frac{mv^2}{2}$

$v_{max} = \sqrt{\frac{2(mgR - qER)}{m}} = \sqrt{\frac{2R(mg - qE)}{m}}$

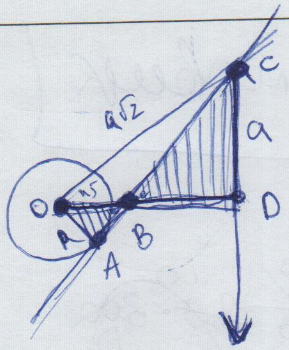
$v = \omega R$

$mgr = \frac{mv_{min}^2}{2} - qER$

$\sqrt{\frac{2(mgr + qER)}{m}} = v_{min}$

$v_{min} = \sqrt{\frac{2r(mg + Eq)}{m}}$

Черновик

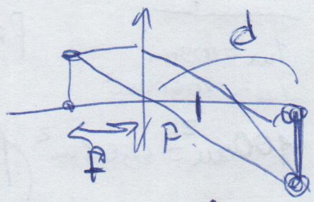


$= \frac{1}{a}$ $\frac{1}{f}+\frac{1}{d}=\frac{1}{F}$

$\frac{OB}{BC}=\frac{AB}{BD}=\frac{OA}{CD}$

$\frac{OB}{AB}=\frac{BC}{BD}$

$\frac{a}{R}=$



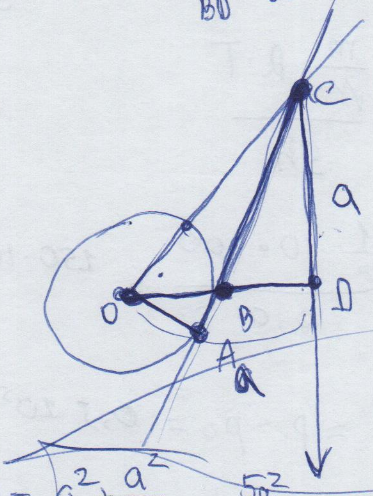
$\frac{1}{BD}-\frac{1}{a}=\frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{BD} \Rightarrow \frac{1}{BD} = \frac{2}{a}$

$\frac{CD}{CB}=\frac{OA}{OB}$

$\frac{1}{a}=$

$a=2BD$

$CB=\sqrt{a^2+BD^2}$



$\frac{OB}{BC}=\frac{AB}{BD}=\frac{CD}{R}=\frac{a}{R}$

$\frac{1}{BD}+\frac{1}{OB}=\frac{1}{a}$

$\frac{R}{OB}=\frac{a}{CB}$.

$\frac{OB+BD}{BD\cdot OB}=\frac{a}{BD\cdot OB}$

$CB=\sqrt{a^2+\frac{a^2}{4}}=\sqrt{\frac{5a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$

$a^2=BD\cdot OB$

$a=\sqrt{BD\cdot OB}$

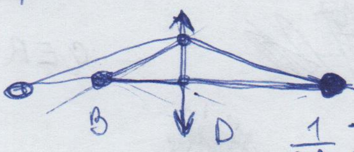
$\frac{AB}{BD}=\frac{a}{R}$

$BD\cdot OB=a^2$

$BD+OB=a$

$BD^2+OB^2+2BD\cdot OB=a^2$

$\frac{R}{\frac{a}{2}}=\frac{a}{CB}$



$\frac{1}{BD}-\frac{1}{a}=\frac{1}{a}$

$\frac{2R}{a}=\frac{2a}{a\sqrt{5}}=$

$\frac{2R}{a}=\frac{2a}{a\sqrt{5}}$

625

$2<\sqrt{5}<3$

$2R=\frac{2a}{\sqrt{5}}$

$\frac{9}{4}<\frac{9}{2\sqrt{5}}<\frac{9}{6}$

$R=\frac{a}{\sqrt{5}}$

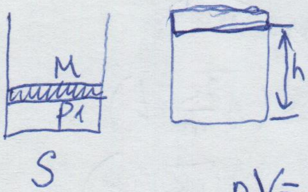
$2<\sqrt{5}<2{,}5$

4,5 | 2

2,75

$\begin{array}{r} 2{,}75 \\ \times\ 2{,}75 \\ \hline 1375 \\ 1925 \\ 550 \\ \hline 5625 \end{array}$

Черновик



$p_1 = \frac{Mg}{S} + p_0$

$\frac{m}{\mu}$

$p_0 V = \frac{m}{\mu} R \Delta T$ $\quad V = Sh$

$\Delta T = (127)$

$pS = Mg + p_0 S$

$p \cdot Sh = \frac{m}{\mu} R \Delta T$

$\left(\frac{Mg}{S} + p_0\right) \cdot S \cdot h = \frac{m}{\mu} R \Delta T$

$= p_H$

$p_2 Sh = \frac{m}{\mu} R \Delta T$

$\rho g H \quad H = \frac{m}{\rho S}$

$Mg + p_0 S = \frac{\frac{m}{\mu} R \Delta T}{h}$

$p_H \, h \cdot S = \frac{m}{\mu} \cdot R \Delta T$

$Mg = \frac{\frac{m}{\mu} R \Delta T}{h} - p_0 S$

$M = \frac{\frac{\frac{m}{\mu} R \Delta T}{h} - p_0 S}{g} = \frac{\frac{\frac{9 \cdot 10^{-3}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 2{,}3 \cdot 127}{10} - 0{,}83 \cdot 10^5 \cdot 10^2}{10}$

$= \frac{\frac{\frac{1}{2} 10 \cdot 127}{10} - 10^7}{10} =$

$= 0{,}5 \cdot 127 - 10^6$

$\left(\frac{Mg}{S} + p_0\right) h \cdot S = \frac{m}{\mu} R \Delta T$

$Mgh + p_0 Sh = \frac{m}{\mu} R \Delta T$

$M = \frac{\frac{m}{\mu} R \Delta T - p_0 Sh}{gh}$

$\frac{\frac{m}{\mu} R \Delta T}{Sh} = \frac{Mg}{S} + p_0$

$Sp = Mg + p_0 S$

$p_2 = \frac{Mg}{S} + p_0$

$p_2 S = Mg + p_0 S$

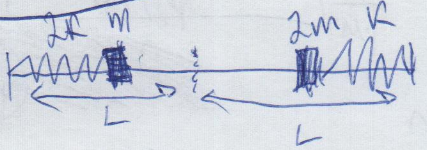
$Mg = S(p_2 - p_0)$

$2{,}5 - 1$

$2{,}5 \cdot 10^5 - 10^5 = \frac{Mg}{S}$

$1{,}5 \cdot 10^5 = \frac{Mg}{S}$

Черновик



Закон движения:

$x_1(t) = \frac{L}{2}\cos\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot t\right)$

$x_2(t) = -\frac{L}{2}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{2m}}\, t\right)$

$\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{k}}{\sqrt{m}} + \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{m}} = \frac{2\sqrt{k}+\sqrt{k}}{\sqrt{2}\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{k}(2+1)}{\sqrt{2}\sqrt{m}} = \frac{3\sqrt{k}}{\sqrt{2m}}$

Координата встречи:

$x_1(t_0) = x_2(t_0)$

$\frac{L}{2}\cos\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}t_0\right) = -\frac{L}{2}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot t_0\right)$

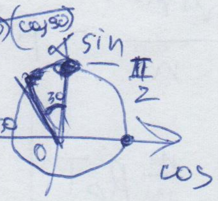
$\cos\left(\frac{\sqrt{\frac{2k}{m}}t_0 + \sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot t_0}{2}\right)\cos\left(\frac{\sqrt{\frac{2k}{m}}t_0 - \sqrt{\frac{k}{2m}}t_0}{2}\right) = 0$

$\cos(30+90) = \sin(30)\sin(90) + \cancel{\cos(30)\cos(90)}$

$\frac{1}{2}$ 1

$\sin(30+90) = \cancel{\sin 30\cos 90} + \sin 90\cos 30$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$



т.к. t_0 – наим. $\Rightarrow$

$\frac{\sqrt{\frac{2k}{m}}t_0 + \sqrt{\frac{k}{2m}}t_0}{2} = \frac{\pi}{2}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$

$=\sin 120 = 2\cdot\sin 60\cos 60 = 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

	0	30	45	60	90	120
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$

$t_0\left(\sqrt{\frac{2k}{m}} + \sqrt{\frac{k}{2m}}\right) = \pi$

$\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{m}} + \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{m}}\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{\frac{k}{m}}\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{\frac{9k}{2m}}$

$t_0 = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{2k}{m}} + \sqrt{\frac{k}{2m}}} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{9k}{2m}}}$

$45 \,|\, 25$, $1{,}8$, -25, 200

180 360 120

найдем коор. встречи x_0

$x_0(t_0) = \frac{L}{2}\cos\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot t_0\right) = \frac{L}{2}\cos\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot\sqrt{\frac{2m}{9k}}\cdot\pi\right) =$

$= \frac{L}{2}\left(\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{k}}{\sqrt{m}}\cdot\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{m}}{3\cdot\sqrt{k}}\cdot\pi\right) = \frac{L}{2}\cos\left(\frac{2}{3}\pi\right) = \frac{L}{2}\cos(120) =$

$= \frac{L}{2}\cdot -\frac{1}{2} = -\frac{L}{4}$

$\dot{x}_1(t_0) = -\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot\sin\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot t_0\right) = -\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot\sin\left(\frac{\sqrt{2k}}{\sqrt{m}}\cdot\frac{\sqrt{2m}}{3\sqrt{k}}\cdot\pi\right) = \frac{\sqrt{2k}}{\sqrt{m}}\cdot\sin\left(\frac{2}{3}\pi\right) = \sqrt{\frac{3k}{2m}}$

$-\sqrt{\frac{2k}{m}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$\dot{x}_2(t_0) = \sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot\sin\left(\sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot t_0\right) = \sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot\sin\left(\sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot\frac{\sqrt{2m}}{3\sqrt{k}}\cdot\pi\right) = \sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot\sin\frac{\pi}{3}$

$m\cdot -\sqrt{\frac{3k}{2m}} + 2m\cdot\sqrt{\frac{3m}{2m}}) = 3m\, v_3$ $\Rightarrow v_3 = 0 \Rightarrow$ $t_0 = A$

$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3k}{2m}}$ $= \sqrt{\frac{k}{2m}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$