0 146317 870001

14-63-17-87
(47.8)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант № 1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Янковской Арины Викторовны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

13-27 работу сдал Фалошкина О.В.

Дата

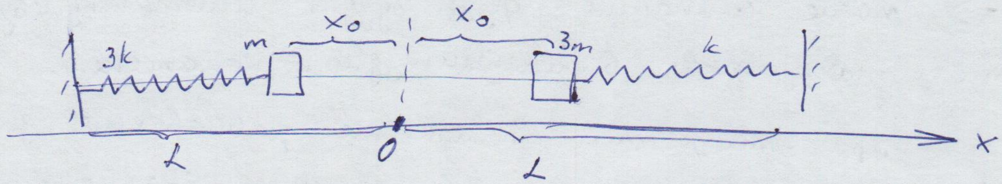
Подпись участника

«05» марта 2023 года

14-63-17-87
(47.8)

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	18	20	98

№ 1.2.1



$L = 20$ см

$x_0 = 10$ см

1) введём ось x

уравнения движения грузов по-отдельности (до слипания) выглядят как:

$$x_{3m} = x_0 \cos\omega_{3m} t$$

$$x_m = -x_0 \cos\omega_m t$$

где $\omega_{3m} = \sqrt{\frac{k}{3m}}$ $\omega_m = \sqrt{\frac{3k}{m}}$

грузы слипнутся, когда $x_{3m} = x_m$, т.е.

$$\cancel{x_0} \cos\omega_{3m} t = -\cancel{x_0} \cos\omega_m t$$

$$\cos\omega_{3m} t = -\cos\omega_m t$$

$$\cos\omega_{3m} t + \cos\omega_m t = 0$$

$$2\cos\left(\frac{\omega_{3m}+\omega_m}{2} t\right)\cos\left(\frac{\omega_{3m}-\omega_m}{2} t\right) = 0$$

т.к. грузы слипнутся один раз и больше не разлипнутся, то решением является то значение, при котором t минимально. Поэтому решением является

$$\cos\left(\frac{\omega_{3m}+\omega_m}{2} t\right) = 0$$

$$\frac{\omega_{3m}+\omega_m}{2} t = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{\pi}{\omega_{3m}+\omega_m} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{k}{3m}}+\sqrt{\frac{3k}{m}}} = \frac{\pi\sqrt{3m}}{4\sqrt{k}}$$

Таким образом, координата в это время:

$$X_1 = x_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{3m}}\,\frac{\pi\sqrt{3m}}{4\sqrt{k}}\right) = x_0\frac{\sqrt{2}}{2}$$

2) Найдём скорости грузов в этот момент:

$$v_{3m} = -x_0\omega_{3m}\sin\omega_{3m} t = -\sqrt{\frac{k}{3m}}\,x_0 \sin\left(\sqrt{\frac{k}{3m}}\,\frac{\pi\sqrt{3m}}{4\sqrt{k}}\right) = -\sqrt{\frac{k}{3m}}\,\frac{\sqrt{2}}{2}x_0$$

$$v_m = x_0\omega_m\sin\omega_m t = \sqrt{\frac{3k}{m}}\,x_0\sin\left(\sqrt{\frac{3k}{m}}\,\frac{\pi\sqrt{3m}}{4\sqrt{k}}\right) = \sqrt{\frac{3k}{m}}\,\frac{\sqrt{2}}{2}x_0$$

3) Т.к. стержень гладкий, то импульс системы по оси x сохраняется, т.е. $4m u = m v_m + 3m v_{3m}$

где u - скорость грузов после слипания

$$\Rightarrow \quad u = \frac{1}{4}(v_m + 3v_{3m}) = \frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{3k}{m}}\,\frac{\sqrt{2}}{2}x_0 + 3\left(-\sqrt{\frac{k}{3m}}\,\frac{\sqrt{2}}{2}x_0\right)\right) =$$

$$= \frac{1}{4}\frac{\sqrt{2}}{2}x_0\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} - 3\sqrt{\frac{k}{3m}}\right) = \frac{1}{4}\frac{\sqrt{2}}{2}x_0\left(\sqrt{\frac{3k}{m}} - \sqrt{\frac{3k}{m}}\right) = 0$$

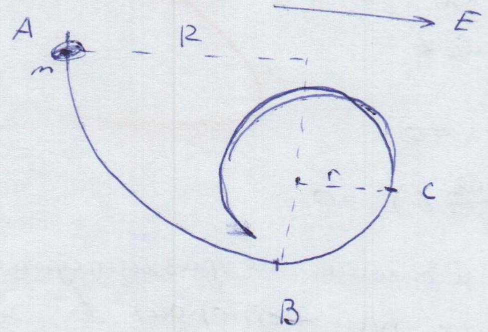
=> после слипания грузы будут иметь нулевую скорость, т.е. находиться в амплитудном положении.

При этом, т.к. положение равновесия для грузов в координате $x = 0$ (обе пружины ненапряжены)

то $A = x_1 = x_0 \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 10 см \approx 7 см$

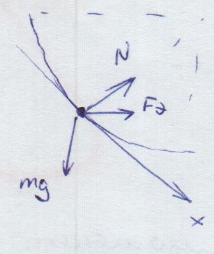
Ответ: $A = x_0 \frac{\sqrt{2}}{2} = 7 см$

№ 3.9.1



1) В течение всего движения на бусинку действуют силы $F_э = Eq$; mg; N - сила реакции опоры, направленная в центр окружности.

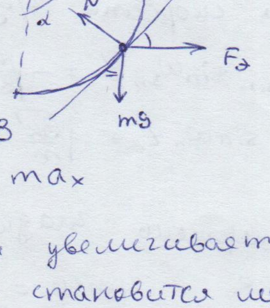
При движении по дуге AB, радиусом R:



$a_x > 0$ всегда

=> скорость бусинки увеличивается.

Рассмотрим движение по дуге BC:



2ЗН ось x: $F_э \cos\alpha - mg \sin\alpha = ma_x$

пока $a_x > 0$ скорость бусинки увеличивается, но при определённом угле α ускорение становится меньше 0

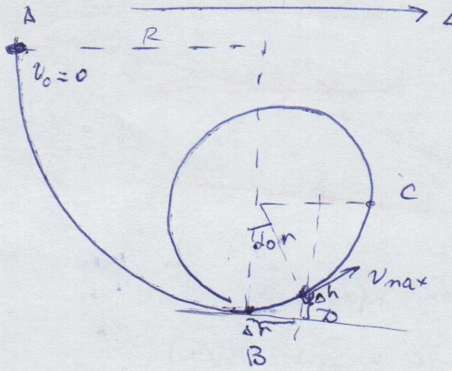
=> v уменьшается

=> $v = v_{max}$ когда $a_x = 0$ при движении по дуге BC

=> $Eq \cos\alpha_0 - mg \sin\alpha_0 = 0$

$\frac{Eq}{mg} = tg\,\alpha_0$ => $tg\,\alpha_0 = \frac{1}{10}$

14-63-17-87
(47.8)



2) ЗСЭ от начала движения то т. D, в которой $v = v_{max}$
($E_п = 0$ в точке B)

$$mgR + q\varphi_A = mg\Delta h + q\varphi_D + \frac{mv_{max}^2}{2}$$

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = mg(R - \Delta h) + q(\varphi_A - \varphi_D)$$

$$\Delta h = r - r\cos\alpha_0 = r(1 - \cos\alpha_0) = r\left(1 - \sqrt{\frac{1}{1 + tg^2\alpha_0}}\right) = \left(1 - \frac{10}{\sqrt{101}}\right)r$$

$$\Delta r = r\,tg\,\alpha_0 = \frac{r}{10}$$

$$\varphi_A - \varphi_D = E(R + \Delta r) = E\left(R + \frac{r}{10}\right)$$

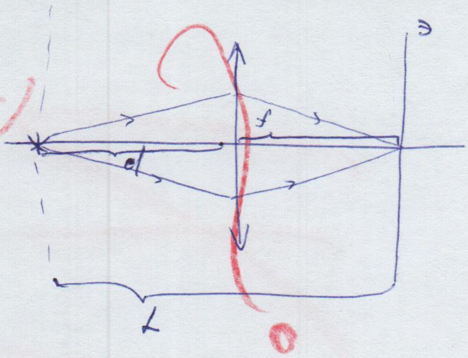
$$\Rightarrow \quad \frac{mv_{max}^2}{2} = mg(R - \Delta h) + qE\left(R + \frac{r}{10}\right)$$

$$v_{max}^2 = 2g(R - \Delta h) + \frac{2qE}{m}\left(R + \frac{r}{10}\right)$$

$$v_{max} = \sqrt{2g\left(R - r\left(1 - \frac{10}{\sqrt{101}}\right)\right) + \frac{2qE}{m}\left(R + \frac{r}{10}\right)} \approx 4{,}7\ м/с$$

Ответ: $v_{max} = \sqrt{2g\left(R - r\left(1 - \frac{10}{\sqrt{101}}\right)\right) + \frac{2qE}{m}\left(R + \frac{r}{10}\right)} = 4{,}7\ м/с$

№4.5.1



вы считали точку? увеличения

1) пусть расстояние от линзы до предмета d
а от линзы до экрана (т.е. до изображения) f

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{f}{d} = \Gamma \Rightarrow f = \Gamma d \\ f + d = L \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad d = \frac{L}{1+\Gamma}$$

$$f = \frac{\Gamma L}{1+L}$$

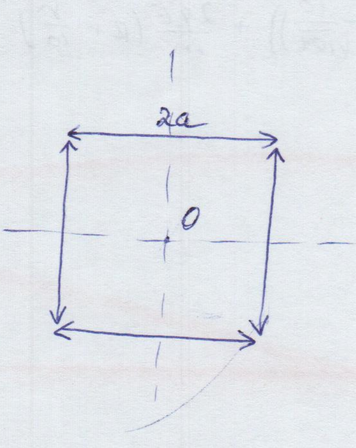
2) Изображение получено на экране $\Rightarrow$ оно действительное линза собирающая.
По формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D$$

$$\Rightarrow \quad D = \frac{1+\Gamma}{L} + \frac{1+L}{L\Gamma} = \frac{(1+\Gamma)\Gamma + (1+\Gamma)}{\Gamma L} = \frac{(1+\Gamma)^2}{\Gamma L} = \frac{(1+3)^2}{3 \cdot 0{,}8м} \approx 7 дптр$$

Ответ: $D = \frac{(1+\Gamma)^2}{\Gamma L} = \cancel{7}$ 6,7 дптр

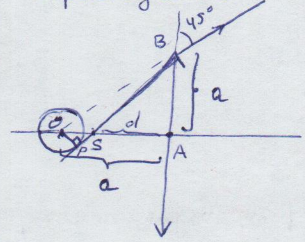
№5.3.1



1) Т.к. O – фокус всех линз, а их диаметр $2a$, то их фокусное расстояние равно a.

2) Чтобы система излучала свет по всем направлениям нужно чтобы самый крайний луч выходил из линзы под углом не менее $45°$.

Т.е. при $R = R_{min}$ именно под таким углом выходит сильнее всего преломленный луч. Рассмотрим ход лучей через одну из линз системы. Т.к. система симметрична, относительно источника света, то через другие линзы лучи будут проходить аналогично.



Сильнее всего преломленным лучом является луч, приходящей в крайнюю точку линзы из наиболее отдалённой возможной точки (касательная к шару)

Продолжение луча, вышедшего из линзы попадает в т. O.

Мысленно поместим в точку S точечный источник света. тогда его мнимое изображение будет находиться в т. O

$\Rightarrow$ по формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \quad \Rightarrow d = \frac{a}{2}$$

где d – расстояние от линзы до S

3) Заметим, что $\triangle OPS \sim \triangle BAS$ по 2м углам,

причем:
$$OP = R_{min}$$
$$OS = a - d = \frac{a}{2}$$
$$AB = a$$
$$BS = \sqrt{a^2 + d^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

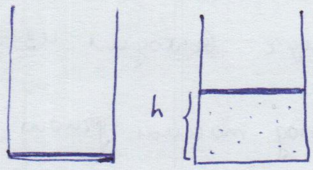
$$\frac{OP}{AB} = \frac{OS}{BS}$$

$$\Rightarrow \frac{R_{min}}{a} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}}$$

$$\Rightarrow R_{min} = \frac{a \cdot a \cdot 2}{2 \cdot a\sqrt{5}} = \frac{a}{\sqrt{5}} \approx 1 \text{ см}$$

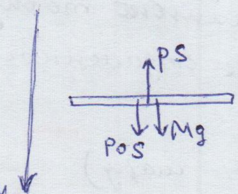
Ответ: $R_{min} = \frac{a}{\sqrt{5}} = 1$ см

N 2.9.1



1) Начальная температура $t_0 = 0°C \Rightarrow$ вода не может существовать в газообразном состоянии, а объём жидкости пренебрежимо мал $\Rightarrow$ можно считать, что поршень лежит на дне сосуда.

2) Рассмотрим поршень после нагрева



Он в равновесии

p – давление паров воды под поршнем

2зН ось y:

$$Mg + p_0 S - pS = 0$$

$$\Rightarrow p = p_0 + \frac{Mg}{S} = 2\cdot 10^5 \text{ Па}$$

Отсюда видно, что $p < p_н \Rightarrow$ вся вода испарилась

3) Уравнение Менделеева-Клапейрона для водяного пара:

$$pSh = \frac{m}{\mu}RT \text{ , где } T = (273+127)\,K = 400\,K$$

– конечная температура газа

т.к. $p = p_0 + \frac{Mg}{S}$

то $\left(p_0 + \frac{Mg}{S}\right)Sh = \frac{m}{\mu}RT$

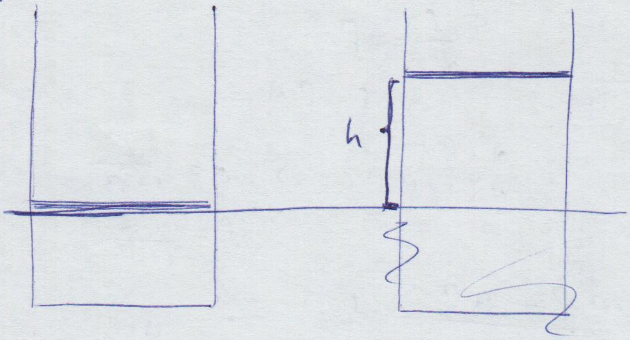
$(p_0 S + Mg)h = \frac{m}{\mu}RT$

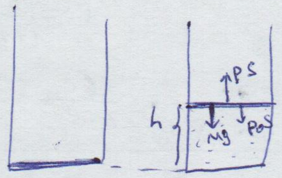
$$\Rightarrow \quad h = \frac{mRT}{\mu(p_0 S + Mg)} = 0,83\,м = 83\,см$$

+

Ответ: $h = \frac{mRT}{\mu(p_0S + Mg)} = 83$ см

Черновик





$p = p_0 + \frac{Mg}{S} = 10^5 + \frac{100 \cdot 10}{100 \cdot 10^{-4}} = 2 \cdot 10^5 < 2,5 \cdot 10^5 = p_н$

$pSh = \frac{m}{\mu} RT$

$h = \frac{mRT}{\mu pS} = \frac{mRT}{\mu (p_0 S + Mg)}$

$10^5 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4} + 10^3 = 2 \cdot 10^3$

$\frac{9 \cdot 10^{-3} \cdot 8,3 \cdot 400}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3} =$

$= \frac{10^{-3} \cdot 8,3 \cdot 400}{4} = 8,3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2 = 8,3 \cdot 10^{-1} = 0,83$

$mgR + q\varphi_A = \frac{mv^2}{2} + q\varphi$ $\quad \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1 + \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3 \cdot 1}{10^{-3}}} =$

$\frac{mv^2}{2} = mgR + qER$ $\quad 1 + \frac{1}{40} \quad \frac{41}{40}$

$v = \sqrt{2gR + \frac{2qER}{m}}$ $\quad = \sqrt{20 + 2} = \sqrt{22}$

$10^3 \cdot 10$

$4,8 \times 4,8 = 384 + 192 = 23,04$

$1 + \frac{1}{40}$

$20 + \frac{41}{20} = \frac{441}{20}$

$\sqrt{5} \; \frac{41}{20}$

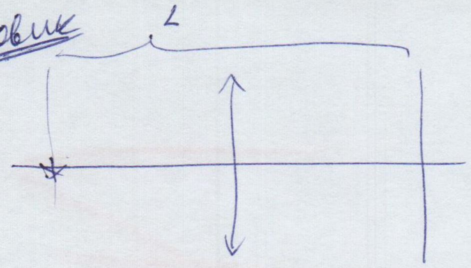
$mgR + q\varphi_A = \frac{mv^2}{2} + q\varphi + mgr$

$\frac{mv^2}{2} = mg(R - r) + qE(R + r)$

$\sqrt{2g(R-r) + \frac{2qE}{m}(R+r)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot \frac{3}{4} + \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3}{10^{-3}} \cdot \frac{5}{4}} = \sqrt{15 + \frac{5}{2}} = \sqrt{\frac{35}{2}} =$

$= \sqrt{17,5}$

Черновик



$$\begin{cases} d + f = L \\ \frac{f}{d} = \Gamma \end{cases}$$

$\Rightarrow f = \Gamma d$

$d + \Gamma d = L$

$d(1+\Gamma) = L \Rightarrow d = \frac{L}{1+\Gamma}$

$f = \frac{\Gamma L}{1+\Gamma}$

$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$

$\frac{1+\Gamma}{L} + \frac{1+\Gamma}{\Gamma L} = \frac{1}{F}$

$\frac{(1+\Gamma)\Gamma + 1+\Gamma}{\Gamma L} = \frac{1}{F}$

$\frac{(1+\Gamma)(\Gamma+1)}{L\Gamma} = \frac{1}{F}$

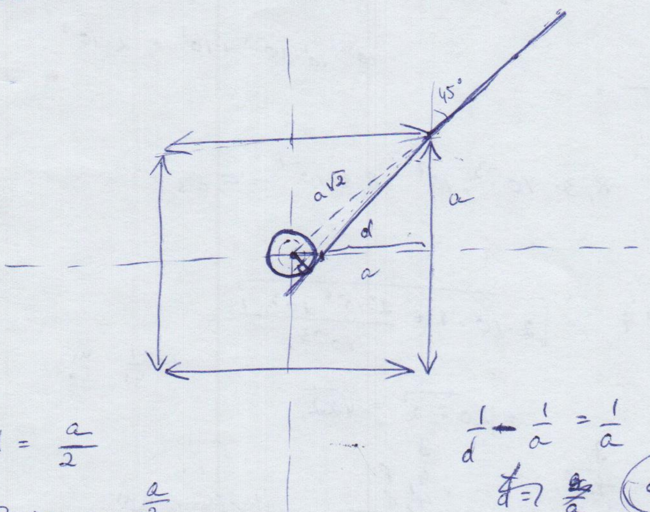
$\frac{(1+\Gamma)^2}{L\Gamma} = \frac{1}{F}$

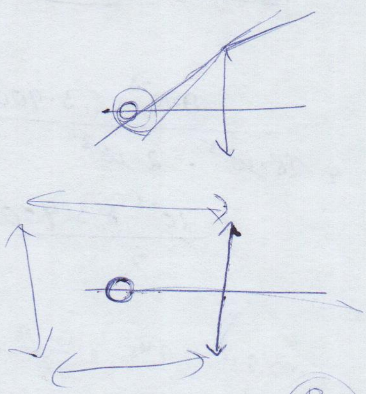
$F = \frac{L\Gamma}{(1+\Gamma)^2} =$

$= \frac{\cancel{80}^{5}\text{см} \cdot 3}{\cancel{16}} = 15\text{ см}$

$D = \frac{1}{0{,}15} = \frac{100}{15} = \frac{20}{3}$

$D = \frac{(1+\Gamma)^2}{\Gamma L} = \frac{16}{3 \cdot 0{,}8} = \frac{160}{3 \cdot 8} = \frac{20}{3} \approx 7$





$a - d = \frac{a}{2}$

$\frac{R_{min}}{a} = \frac{\frac{a}{2}}{\sqrt{a^2+d^2}}$

$R_{min} = \frac{a^2 \cancel{2}}{2 \cancel{a}\sqrt{5}} = \frac{a}{\sqrt{5}}$

$\frac{a}{\sqrt{5}}$

$\frac{1}{d} + \frac{1}{a} = \frac{1}{a}$

$\cancel{d} \Rightarrow \frac{a}{a}$ $\quad d = \frac{a}{2}$

$\frac{4{,}5}{2} = \frac{45}{20} = \frac{9}{4} = 2{,}25$

$a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4}$

$\frac{10^4}{10}$

2,21 × 2,21 = 221 + 442 + 442 = 4,8841

2,25 × 2,25 = 1125 + 450 + 450 = 5,0625

~~V = 1000 · 9 · 10⁻³ м³ = ...~~

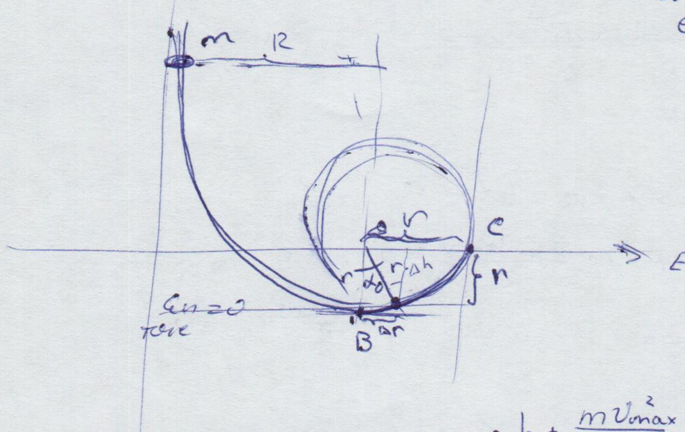
$V = \frac{9 \cdot 10^{-3}}{1000}\text{ м}^3 = 9 \cdot 10^{-6}\text{ м}^3$

$V = \frac{x}{\text{см}^3} \cdot 9_2$

$h_0 = \frac{V}{S} = \frac{9 \cdot 10^{-6}}{100 \cdot 10^{-4}} = 0{,}09 \cdot 10^{-2} = 0{,}0009\text{ м} = 0{,}09\text{ см} \ll h$

$273 + 127 = 400$

Черновик



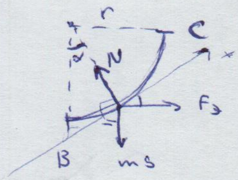
$v_{max} = max$
если $mgh = 0$
чем больше $\varphi_A - \varphi$,
тем больше v.

$$mgR + \varphi_A q = mgh + \frac{mv_{max}^2}{2} + \varphi q$$

$\sin^2 + \cos^2 = 1$
$tg^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2}$

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = mgR - mgh + q(\varphi_A - \varphi)$$

$\cos = \sqrt{\frac{1}{1+tg^2}}$



~~$mgR + qER$~~ или ~~$mg(R-r) + qE(R+r)$~~

~~$mgR + qER \vee mgR - mgr + qER + qEr$~~

~~$mgr \vee qEr$~~

$F_э \cos\alpha - mg\sin\alpha = ma_x$

пока $a_x > 0$
$v \uparrow\uparrow \Rightarrow v = v_{max}$, когда $a_x = 0$

$\Rightarrow F_э \cos\alpha_0 = mg \sin\alpha_0$

$$\frac{10^3 \cdot 10^{-5}}{10^{-6} \cdot 10}$$

$$\frac{Eq}{mg} = tg\alpha_0 = \frac{10^3 \cdot 10^{-6}}{10^{-3} \cdot 10} = \frac{1}{10}$$

$\frac{\Delta r}{r} = tg\alpha_0$
$\Rightarrow \Delta r = r\, tg\alpha_0 = \frac{r}{10}$

$$\Delta h = r\cos\alpha_0 = r\sqrt{\frac{1}{1+tg^2}} = r\sqrt{\frac{1}{1+\frac{1}{100}}} = r\sqrt{\frac{100}{101}} = \frac{10r}{\sqrt{101}}$$

$$\left(1 - \frac{10}{\sqrt{101}}\right) r$$

$4{,}6 \times 4{,}6 = 21{,}16$; $4{,}7 \times 4{,}7 = 22{,}09$

$$\frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^3}{10^{-6}}$$

$1 + \frac{1}{40}$

$$\sqrt{2g\left(R - r\left(1 - \frac{10}{\sqrt{101}}\right)\right) + \frac{2qE}{m}\left(R + \frac{r}{10}\right)}$$

$10{,}3 \times 10{,}3$

$$2 \cdot 10\left(1 - \frac{1}{4}\left(1 - \frac{10}{\sqrt{101}}\right)\right) + \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3}{10^{-3}}\left(1 + \frac{1}{4 \cdot 10}\right)$$

$$2 \cdot 10\left(\frac{3}{4} + \frac{10}{4\sqrt{101}}\right) + \frac{2 \cdot 41}{40} = 15 + \frac{50}{\sqrt{101}} + \frac{41}{20} = \frac{341}{20} + \frac{50}{\sqrt{101}} \quad \frac{м^2}{с^2}$$

$\frac{341}{20} + 5 = \frac{441}{20} =$

$\sqrt{\frac{441}{20}} = \frac{21}{2\sqrt{5}}$

$2{,}2 \times 2 = 4{,}4$

$\frac{210}{44} = \frac{105}{22}$

$105 : 22 = 4{,}77$

$\frac{441}{2} = 220{,}5$

$22{,}05 \cdot 20 = 441{,}00$

$22 \times 7 = 154$; $22 \times 20 = 440$

$$= \sqrt{\frac{441}{20}} = \sqrt{22{,}05}$$

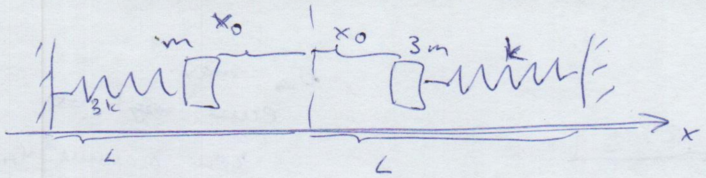
$22{,}05 \cdot 20$

$220{,}5 \cdot 2 = 441{,}0$

$$\sqrt{2 \cdot 10\left(1 - \frac{1}{4} + \frac{10}{4\sqrt{101}}\right) + \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3}{10^{-3}}\left(1 + \frac{1}{4 \cdot 10}\right)} =$$

$$= \sqrt{15 + \frac{2 \cdot 10 \cdot 10}{4\sqrt{101}} + 2 + \frac{2}{40}} = \sqrt{15 + \frac{50}{\sqrt{101}} + 2 + \frac{1}{20}} = \sqrt{17 + \frac{1}{20} + 5} = \sqrt{22 + \frac{1}{20}} =$$

Черновик



$x_0 = 10$ см

$x_{3m} = x_0 \cos\omega_{3m} t$

$x_m = -x_0 \cos\omega_m t$

$x_{3m} = x_m \Rightarrow \cos\omega_{3m} t + \cos\omega_m t = 0$

$2\cos\frac{\omega_{3m}+\omega_m}{2} t \cdot \cos\frac{\omega_{3m}-\omega_m}{2} t = 0$

$\Rightarrow \cos\frac{\omega_{3m}+\omega_m}{2} t = 0$ или $\cos\frac{\omega_{3m}-\omega_m}{2} t = 0$

t меньше

$\Rightarrow \frac{\omega_{3m}+\omega_m}{2} t = \frac{\pi}{2}$

$t = \frac{\pi}{\omega_{3m}+\omega_m} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{k}{3m}}+\sqrt{\frac{3k}{m}}} = \frac{\pi\sqrt{3m}}{4\sqrt{k}}$

$\Rightarrow x = x_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{3m}}\,\frac{\pi\sqrt{3m}}{4\sqrt{k}}\right) = \boxed{x_0 \frac{\sqrt{2}}{2}}$

$\Rightarrow v_{3m} = \sqrt{\frac{k}{3m}}\, x_0 \frac{\sqrt{2}}{2}$

$v_m = \sqrt{\frac{3k}{m}}\, x_0 \sin\left(\sqrt{\frac{3k}{m}}\,\frac{\pi\sqrt{3m}}{4\sqrt{k}}\right) = \sqrt{\frac{3k}{m}}\, x_0 \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\frac{3\pi}{4}$

3см $\Rightarrow$ ...

$mv_m - 3mv_{3m} = 4mu$

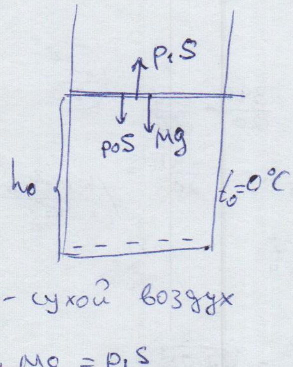
$u = \frac{1}{4}(v_m - 3v_{3m}) = \frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{3k}{m}}\,\frac{\sqrt{2}}{2} x_0 - 3\sqrt{\frac{k}{3m}}\,\frac{\sqrt{2}}{2} x_0\right) =$

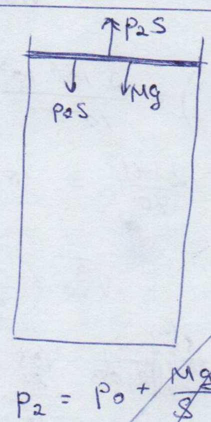
$= \frac{1}{4}\,\frac{\sqrt{2}}{2} x_0 \sqrt{\frac{k}{m}}\left(\sqrt{3} - \frac{3}{\sqrt{3}}\right) = 0 \Rightarrow A = x = x_0\frac{\sqrt{2}}{2}$

0,725 + 0,725 = 1,450

0,705 + 0,705 = 1,410

$\frac{1,41}{2} \cdot 10 = 0,705 \cdot 10 \approx 7$ см





$p_{св} S(h_0 + h) = \nu_{св} R t$

$\frac{p_{св}(h_0+h)}{p_1 h_0} = \frac{t}{t_0}$

$t \quad p_{св} = p_1 \frac{h_0}{h_0+h}\frac{t}{t_0}$

p_1 – сухой воздух

$p_0 S + Mg = p_1 S$

$p_1 = p_0 + \frac{Mg}{S}$

$p_1 S h_0 = \nu_{св} R t_0$

$p_2 = p_0 + \frac{Mg}{S}$

p_2 – св + пары воды

$p_н + \left(p_0 + \frac{Mg}{S}\right)\frac{h_0}{h_0+h}\frac{t}{t_0} = p_0 + \frac{Mg}{S}$

$p_н = \left(p_0 + \frac{Mg}{S}\right)\left(1 - \frac{h_0 t}{(h_0+h)t_0}\right)$