0 877953 600003

87-79-53-60
(49.6)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант № 2

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Ярулина Булата Альбертовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Вышел 13:11 вернулся 13:14

работу сдал 15-10
Фалалкина О.В.

Дата «05» марта 2023 года

Подпись участника

87-79-53-60 (49.6)

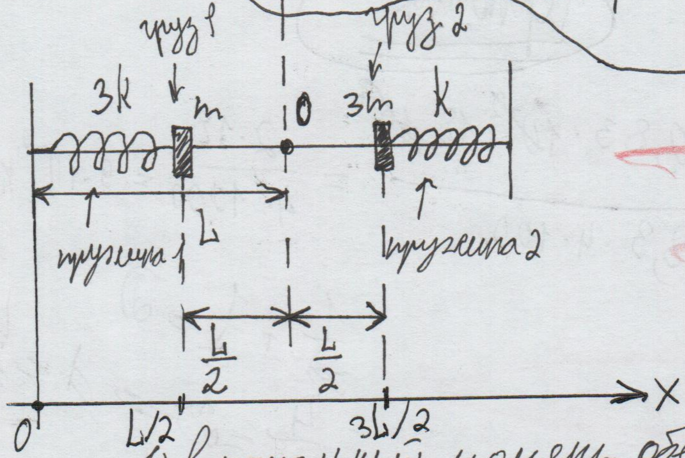
1.2.2

чистовик: страница 1

$L = 20$ см

$W = 32$ дж

$k^* = 3k = ?$



1) в начальный момент обе пружины сжаты на одинаковую величину $x_0 = \frac{L}{2}$. Положение равновесия обеих пружин ~~равно~~ находится в точке 0, т.к. в этой точке обе пружины находятся в недеформированном состоянии.

Найдём периоды гармонических колебаний грузов 1 и 2 на пружинах 1 и 2 соответств.

период колебаний 1-го груза: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$

2-го груза: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{k}}$

5

!!

$T_2 = 3T_1 \Rightarrow \omega_1 = 3\omega_2 = 3\omega_0 = 3\sqrt{\frac{k}{3m}}$,

где ω_0 – угловая частота колебаний 2-го груза, $\omega_1 = 3\omega_0$ – 1-го груза

2) Найдём зависимость координат грузов 1 и 2 от времени:

по оси x: для первого груза: $x_1(0) = \frac{L}{2}$; $x_1(\frac{T_1}{4}) = L \Rightarrow$

$\Rightarrow x_1(t) = \frac{1}{2}L + \frac{1}{2}L\sin(3\omega_0 t)$

для второго: $x_2(0) = \frac{3L}{2}$; $x_2(\frac{T_2}{4}) = \cancel{\frac{3}{2}L}\ L \Rightarrow$

$\Rightarrow x_2(t) = \frac{3}{2}L - \frac{1}{2}L\sin(\omega_0 t)$

3) в момент удара: $x_1(t_{уд}) = x_2(t_{уд}) \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2}L + \frac{1}{2}L\sin(3\omega_0 t_{уд}) = \frac{3}{2}L - \frac{1}{2}L\sin(\omega_0 t_{уд})$

$\frac{1}{2}L\sin(3\omega_0 t_{уд}) + \frac{1}{2}L\sin(\omega_0 t_{уд}) = L \Rightarrow$

1	2	3	4	5	Σ
5	20	20	20	4	69

(шестьдесят девять)

Головнин

черновик

$$\frac{2\cdot \cancel{10^{8}}\cdot 0{,}83\cdot \cancel{10^{-2}}\cdot 18\cdot \cancel{10^{-6}}}{8{,}3\cdot 4\cdot 100}=\frac{2\cdot 18}{4\cdot 1000}=9\cdot 10^{-3}\text{ кг}=9\text{ г}$$

$$\frac{1}{3d}+\frac{1}{d}=D$$

$$\frac{4}{3d}=D \Rightarrow d=\frac{4}{3D}$$

$$f=\frac{4}{D};\ L=\frac{4}{D}+\frac{4}{3D}=\frac{16}{3D}$$

$$\frac{m\vartheta_{min}^2}{2}=EqR+mgR-mgr-\frac{(Eq)^2}{\sqrt{\ldots}}r+\frac{(mg)^2}{\sqrt{\ldots}}r$$

$$\frac{16}{3\cdot 6}=\frac{8}{3\cdot 3}=\frac{8}{9}$$

$$\frac{m\vartheta_{min}^2}{2}=(Eq+mg)R-mgr-\sqrt{(Eq)^2+(mg)^2}\,r$$

$$\vartheta_{min}=\sqrt{2\left(\frac{Eq}{m}+g\right)R-\left(g+\sqrt{\left(\frac{Eq}{m}\right)^2+g^2}\right)r}$$

$$80 \,|\, 9 \quad 72 \quad 8{,}88 \quad 80$$

$$\frac{1}{d}-\frac{1}{4d}=\frac{1}{F}$$

$$\frac{4}{F}-\frac{1}{F}$$

$$\frac{(10^{-3}+10^{-2})}{10^{-2}+\sqrt{10^{-6}+10^{-4}}}$$

$$Eqr\frac{mg}{\sqrt{\ldots}}+mgr\frac{Eq}{\ldots}=$$

$$=\frac{2Eqrmg}{\sqrt{(mg)^2+(Eq)^2}}$$

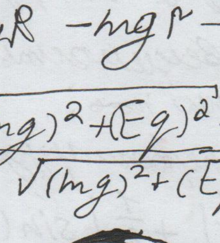
$$EqR+mgR-mgr-\frac{2Eqrmg}{\sqrt{(mg)^2+(Eq)^2}}=$$

$$=-mgr\left(\frac{\sqrt{(mg)^2+(Eq)^2}+2Eq}{\sqrt{(mg)^2+(Eq)^2}}\right)$$

$$\begin{array}{r} 3{,}6 \\ 3{,}5 \\ \times\ 3{,}5 \\ \hline 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 3{,}4 \\ 3{,}4 \\ \hline 136 \\ +\ 102 \\ \hline 11{,}56 \end{array}$$

$$EqR+mgR-mgr-$$

$$-L$$



$$K_{min}=EqR+mgR-mgr-\frac{(mg)^2r}{\sqrt{(mg)^2+(Eq)^2}}-\frac{(Eq)^2r}{\sqrt{(mg)^2+(Eq)^2}}$$

$$EqR+mgR=\frac{mg\sqrt{(mg)^2+Eq^2}-(mg)^2-(Eq)^2}{\ldots}$$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

87-79-53-60 (49.6)

$\Rightarrow \sin(3\omega_0 t_{уд}) + \sin(\omega_0 t_{уд}) = 2 \Rightarrow$, т.к. $-1 \leq \sin\varphi \leq 1$, то:

нет!

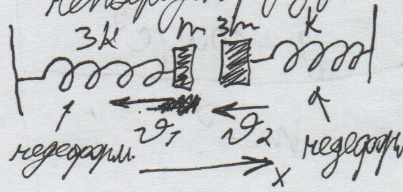
$\sin(\omega_0 t_{уд}) = \sin(3\omega_0 t_{уд}) = 1 \Rightarrow$ удар произойдёт в точке с координатой $x = \frac{1}{2}L + \frac{1}{2}L \cdot \sin(\omega_0 t_{уд}) = L \Rightarrow$

$\Rightarrow$ в точке О $\Rightarrow$, т.е. в положении, в котором пружины не деформированы. Т.к. $T_2 = 3T_1$, то $\frac{T_2}{4} = \frac{3T_1}{4} \Rightarrow$ они точно ударятся вт. О.

не верно

3) До удара полные механические энергии грузов сохраняются $\Rightarrow$ ЗСЭ ~~для~~ от момента начала движения до момента непосредственно перед ударом: для 1-го груза:

непосред. перед ударом:



$$\frac{3k \cdot (\frac{1}{2}L)^2}{2} = \frac{m\vartheta_1^2}{2}$$

$$\frac{3kL^2}{4} = m\vartheta_1^2 \Rightarrow \boxed{\vartheta_1 = \sqrt{\frac{3k}{4m}} \cdot L}$$

для 2-го груза:

$$\frac{k(\frac{1}{2}L)^2}{2} = \frac{3m\vartheta_2^2}{2} \Rightarrow \frac{kL^2}{4} = 3m\vartheta_2^2 \Rightarrow \boxed{\vartheta_2 = \sqrt{\frac{k}{12m}} \cdot L}$$

во время удара пружины недеформированы $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ по оси X на систему „груз 1 + груз 2" не действуют внешние силы $\Rightarrow$ ЗСИ для системы на ось X от момента непосредственно перед ударом до момента сразу после удара:

$$-m\vartheta_1 - 3m\vartheta_2 = -4m\vartheta \Rightarrow -\vartheta_1 - 3\vartheta_2 = -4\vartheta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\vartheta = 3\vartheta_2 + \vartheta_1 = 3\sqrt{\frac{k}{12m}} \cdot L + \sqrt{\frac{3k}{4m}} \cdot L = \cancel{\sqrt{3k}}$$

$$= 2\sqrt{\frac{3k}{4m}} L = \sqrt{\frac{3k}{m}} \cdot L \Rightarrow \vartheta = \sqrt{\frac{3k}{16m}} \cdot L$$

4) Полная механическая энергия системы после удара:

$$W = \frac{3m\vartheta^2}{2} + \frac{m\vartheta^2}{2} = 2m\vartheta^2 = 2\cancel{m} \cdot L^2 \cdot \frac{3k}{16\cancel{m}} = \frac{3kL^2}{8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{k^* = 3k = \frac{8W}{L^2} = \frac{8 \cdot 3}{(0{,}2)^2} = \frac{8 \cdot 3}{4} \cdot 100 = 600 \text{ Н/м}}$$

Ответ: $k^* = 3k = 600$ Н/м.

−

Черновик: страница 2

2.9.2

$h = 0{,}83$ м

$M = 100$ кг

$T_1 = 273$ К

$T_2 = 400$ К

$p_н = 2{,}5 \cdot 10^5$ Па

$p_0 = 10^5$ Па

$\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль

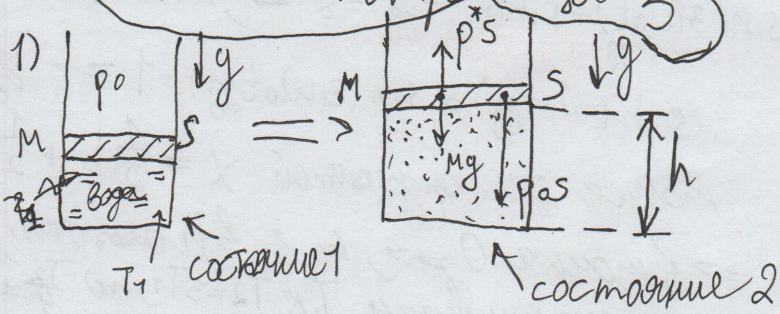
$R = 8{,}3$ Дж/(моль·К)

$g = 10$ м/с^2

m - ?

чистовик. Страница 3

1)



Предположим, что после поднятия поршня на высоту h и нагрева конструкции до температуры $T_2 = 400$К, вся вода перешла в парообразное состояние. Тогда давление в со под поршнем равно p^*.

условие равновесия для поршня в состоянии 2:

$$p^*S = Mg + p_0S \Rightarrow p^* = p_0 + \frac{Mg}{S}$$

$$p^* = 10^5 + \frac{100 \cdot 10}{100 \cdot 10^{-4}} = 10^5 + 10^5 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p^* = 2 \cdot 10^5 \text{ Па} < p_н = 2{,}5 \cdot 10^5 \text{ Па} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ предположение верно, под поршнем находится только водяной пар при давлении $p^* = 2 \cdot 10^5$ Па.

2) уравнение Менделеева-Клапейрона для газа в состоянии 2:

$$p^*hS = \frac{m}{\mu}RT_2 \Rightarrow m = \frac{p^*hS\mu}{RT_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = \frac{(p_0 + \frac{Mg}{S})hS\mu}{RT_2} = \frac{(p_0S + Mg)h\mu}{RT_2}$$

$$m = \frac{(10^5 \cdot 100 \cdot 10^{-4} + 100 \cdot 10) \cdot 0{,}83 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8{,}3 \cdot 400} =$$

$$= \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 0{,}83 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8{,}3 \cdot 400} = \frac{2 \cdot 83 \cdot 10^{-2} \cdot 18}{83 \cdot 10^{-1} \cdot 4 \cdot 10^2} =$$

$$= \frac{2 \cdot 18 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ кг} = 9 \text{ г}.$$

(+)

Ответ: 9 г.

Чистовик: страница 4

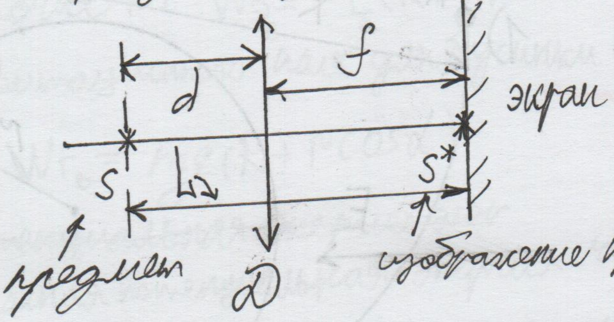
4.5.2.

$D = 6$ дптр

$Г = 3$

$L = ?$

1) т.к. изображение предмета получено на экране, то изображение предмета: действительное, т.е. лежит по другую сторону линзы от предмета:



d – расстояние от предмета до линзы,

f – расстояние от экрана (изображения) до линзы

т.к. ~~$Г = 3$ то~~ $Г = \frac{f}{d} \Rightarrow \boxed{f = Гd}$

2) $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D \Rightarrow \frac{1}{d} + \frac{1}{Гd} = D \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{Г}{Гd} + \frac{1}{Гd} = D \Rightarrow \frac{Г+1}{Гd} = D \Rightarrow$

$\Rightarrow d = \left(\cancel{\frac{Г+1}{Г}}\right)D \quad d = \frac{Г+1}{ГD}$

3) $L = d + f = d + Гd = (Г+1)d \Rightarrow$

$\Rightarrow L = \frac{(Г+1)^2}{ГD} \Rightarrow L = \frac{(3+1)^2}{3 \cdot 6} = \frac{4^2}{3 \cdot 6} =$

$= \frac{16}{3 \cdot 6} = \frac{8}{9}$ м $\approx 0{,}88888\ldots$ м ≈ 89 см

Ответ: 89 см.

3.9.2.

чистовик. страница 5

$R = 1м$

$r = 0,25м$

$m = 1г = 10^{-3}кг$

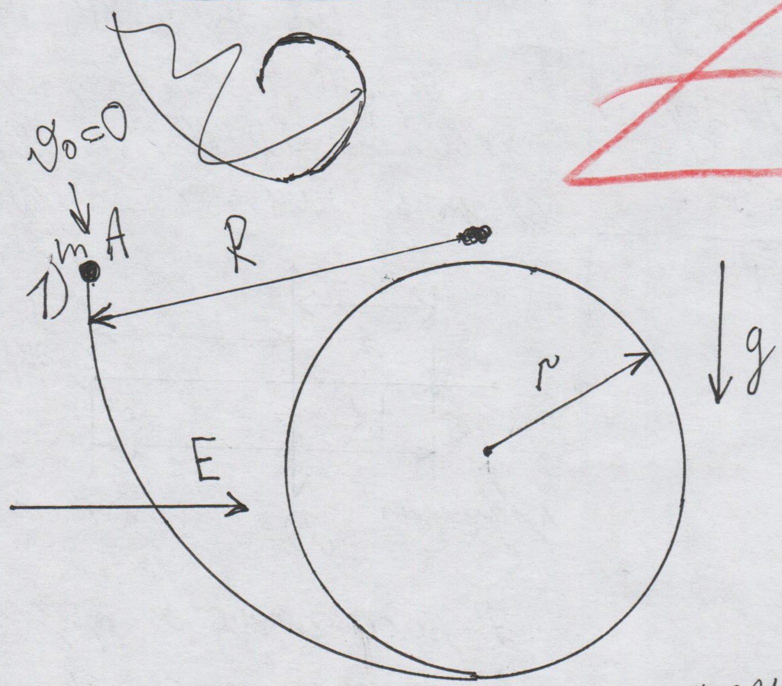
$q = 10^{-6}Кл$

$E = 10^3 В/м$

$g = 10м/с^2$

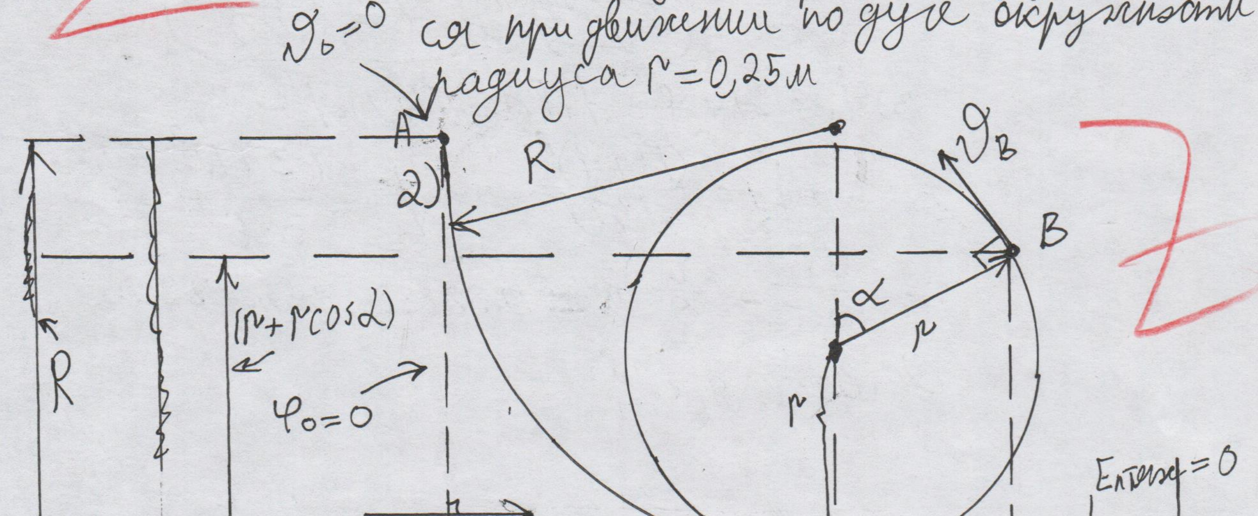
$r \le \frac{(qE+mg)R}{mg+\sqrt{(qE)^2+(mg)^2}}$

ϑ_{min} - ?



двигаясь по дуге окружности радиуса $R = 1м$, ~~частица~~ бусинка будет только ускоряться, т.к. она движется в этот момент в сторону уменьшения потенциалов электрического и гравитационного полей $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ минимум скорости будет наблюдаться при движении по дуге окружности радиуса $r = 0,25м$



Чистовик, страница 6

Рассмотрим движение ~~частицы~~ бусинки в произвольной точке В на дуге окружности радиуса $r = 0{,}25$ м:

потенциальная энергия электрического поля для ~~ча~~ бусинки в точке В: $W_{Э_B} = -E(R + r\sin\alpha)\cdot q$

гравитационного поля для бусинки в точке В:

$$W_{Г_B} = mg(R + r\cos\alpha)$$

~~потенциальная энергия элек~~

полная потенциальная энергия ~~частицы~~ бусинки в точке В: $W_B = W_{Г_B} + W_{Э_B} = mg(R + r\cos\alpha) - Eq(R + r\sin\alpha)$

потенц. энергия эл. поля для бусинки в точке А:

$W_{Э_A} = 0$

потенц. энергия ~~эл. поля~~ грав. поля для бусинки в точке А:

$W_{ГA} = mgR \Rightarrow$

20

$\Rightarrow$ полная потенц. энергия бусинки в точке А:

$W_A = W_{ГA} + W_{Э_A} = mgR + 0 = mgR$

3) Т.к. во время движения по спице, сила реакции со стороны спицы, действующая на бусинку, всегда направлена перпендикулярно скорости бусинки, мощность этой силы реакции равна нулю $\Rightarrow$ она работы не совершает $\Rightarrow$ при движении по ~~спице~~ спице полная ~~механическая~~ энергия бусинки сохраняется $\Rightarrow$ ЗСЭ для бусинки от движения из точки А до точки В: $\frac{m\vartheta_0^2}{2} + W_A = \frac{m\vartheta_B^2}{2} + W_B \Rightarrow \frac{m\vartheta_B^2}{2} = W_A - W_B \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{m\vartheta_B^2}{2} = mgR + Eq(R + r\sin\alpha) - mg(R + r\cos\alpha) =$$

$$= Eq(R + r\sin\alpha) - mgr\cos\alpha + mgR - mgr$$

Если $\vartheta_B = \vartheta_{min}$, то и $\frac{m\vartheta_B^2}{2}$ принимает минимальное значение $\Rightarrow$ когда $\vartheta_B = \vartheta_{min}$, то $(\vartheta_B)'_\alpha = 0$ и $\left(\frac{m\vartheta_B^2}{2}\right)'_\alpha = 0$

~~К.~~ Пусть ~~$\frac{m\vartheta_B^2}{}$~~ $\frac{m\vartheta_B^2}{2} = K_B \Rightarrow$

~~$\Rightarrow (K_B)'_\alpha = (EqR + Eqr\sin\alpha - mgr\cos\alpha)'_\alpha = Eqr\cos\alpha + mgr\sin\alpha$~~

$\Rightarrow (K_B)'_\alpha = (EqR + mgR - mgr + Eqr\sin\alpha - mgr\cos\alpha)'_\alpha = Eqr\cos\alpha + mgr\sin\alpha$

Чистовик: страница 5

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик: страница 7

4) ~~Когда~~ Пусть при угле β $(K_B)'_\alpha = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow mgr\cos\beta + Eqr\sin\beta = 0 \Rightarrow r(mg\cos\beta + Eq\sin\beta) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Eq\sin\beta = -mg\cos\beta \Rightarrow tg\beta = -\frac{mg}{Eq}$$

$$\cos^2\beta = \frac{1}{1+tg^2\beta} = \frac{1}{1+\frac{(mg)^2}{(Eq)^2}} = \frac{(Eq)^2}{(mg)^2+(Eq)^2}$$

по основному тригонам. тождеству: $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sin^2\beta = 1 - \cos^2\beta = 1 - \frac{(Eq)^2}{(mg)^2+(Eq)^2} = \frac{(mg)^2}{(mg)^2+(Eq)^2}$$

$$\cancel{K_{B_{min}} = EqR + Eqr\sin\beta - mgr\cos\beta}$$

$$K_{B_{min}} = EqR$$

$$\Rightarrow mgr\sin\beta + Eqr\cos\beta = 0 \Rightarrow tg\beta = -\frac{Eq}{mg}$$

$$\cos^2\beta = \frac{1}{1+tg^2\beta} = \frac{1}{1+\left(\frac{Eq}{mg}\right)^2} = \frac{(mg)^2}{(mg)^2+(Eq)^2}$$

по осн. триг. тожд: $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1 \Rightarrow \sin^2\beta = 1 - \cos^2\beta = 1 - \frac{(mg)^2}{(mg)^2+(Eq)^2} =$

$$= \frac{(Eq)^2}{(mg)^2+(Eq)^2}$$

$$K_{B_{min}} = EqR + mgR - mgr - mgr\cos\beta + Eqr\sin\beta$$

Пусть $\sin\beta > 0$, $\cos\beta > 0$, тогда:

$$K_{B_{min}} = (Eq+mg)R - (mg + \sqrt{(qE)^2+(mg)^2})r \geq 0,$$

т.к. $r \leq \frac{(Eq+mg)R}{mg+\sqrt{(qE)^2+(mg)^2}} \Rightarrow$ предположение верно.

$\sin\beta < 0$, $\cos\beta > 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{m\vartheta_{min}^2}{2} = (Eq+mg)R - (mg + \sqrt{(qE)^2+(mg)^2})r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vartheta_{min} = \sqrt{2\left(\frac{Eq}{m}+g\right)R - 2\left(g + \sqrt{\left(\frac{Eq}{m}\right)^2+g^2}\right)r}$$ (+)

$$\vartheta_{min} = \sqrt{2\left(\frac{10^3\cdot10^{-6}}{10^{-3}}+10\right)\cdot1 - 2\left(10+\sqrt{\left(\frac{10^3\cdot10^{-6}}{10^{-3}}\right)^2+10^2}\right)0{,}25} =$$

$$= \sqrt{2(1+10)\cdot1 - 2(10+\sqrt{101})\cdot0{,}25} \approx$$

$\approx \sqrt{22-2(10+10)\cdot 0{,}25} = \sqrt{22-40\cdot 0{,}25} \approx \sqrt{22-10} = \sqrt{12}$ м/с $\approx$

$\approx 3{,}5$ м/с.

Ответ: ~~3,5 м~~ $\vartheta_{min} = 3{,}5$ м/с. +

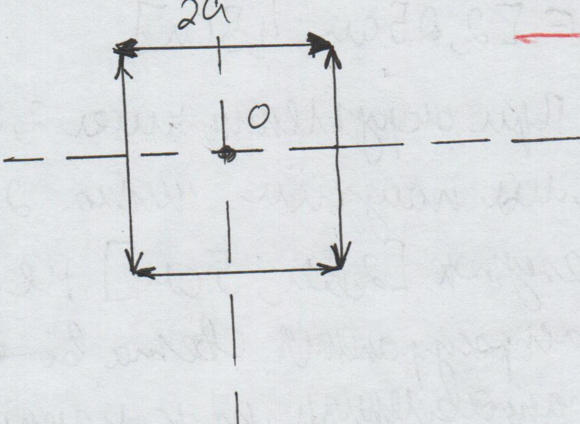
Чистовик: страница 8

5.3.2

$2a, F$

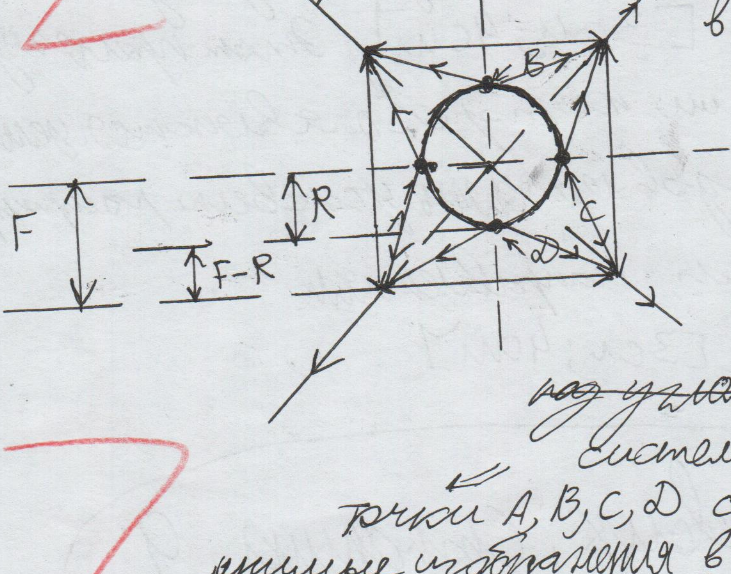
$R = 2{,}25$ см

$F - ?$



1) Т.к. т. O совпадает с фокусами каждой линзы, то $a = F$

2) Рассмотрим граничный случай распространения света во все стороны: в данном граничном случае свет, выходящий из ближайших точек (A, B, C, D) и идущий в края линз, выходит из линзы ~~под углом~~ вдоль диагоналей системы (см. рисунок)



точки A, B, C, D создают ~~изображения~~ мнимые изображения в точке O. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{F_0 - R} - \frac{1}{F_0} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow \frac{1}{F_0 - R} = \frac{2}{F_0} \Rightarrow 2F_0 - 2R = F_0 \Rightarrow$

$\Rightarrow F_0 = 2R = 2\cdot 2{,}25 = 4{,}5$ см

Если $F \leq 4{,}5$ см, то система будет излучать свет по всем направлениям, но если

~~$F \leq R$, то источник выходит за пределы системы. Свет будет продолжать распространяться во все стороны, но свет будет излучаться не только частично системой, частично источником.~~

Возможно ли такое?

Если невозможно, то: $F \in [R; F_0]$, т.е.

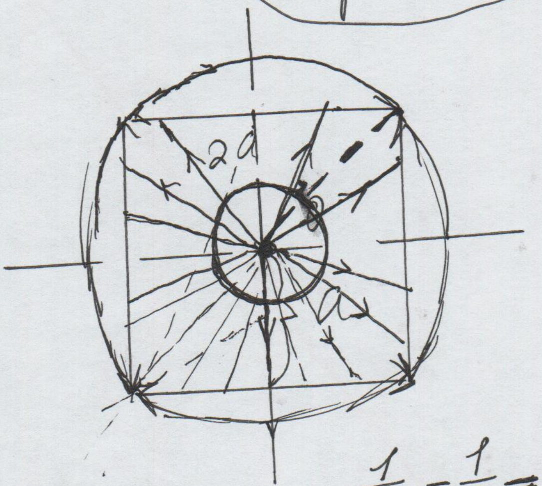
$F \in [2,25 см; 4,5 см]$

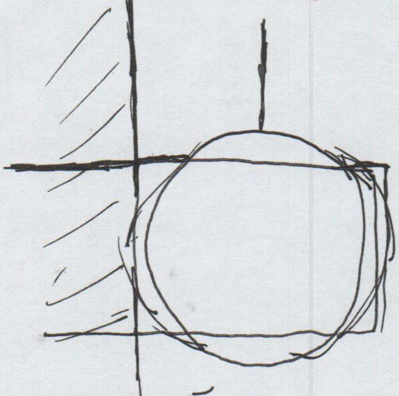
При округлении чисел 2,25 см и 4,5 см до целых, мы получим числа 2 см и 5 см, но промежуток [2 см; 5 см] не соответствует условию распространения света ~~во все стор~~ по всем направлениям, т.к., например, при $F = 4,8$ см свет не будет распространяться во все стороны, а при $F = 2,1$ см, источник и вовсе будет выходить за пределы системы. Следовательно, логичнее было ~~бу~~ бы указать промежуток $F \in [3 см; 4 см]$. Этот промежуток, границами которого являются целые числа, будет удовлетворять условию распростр. света по всем направлениям.

Ответ: $F \in [3 см; 4 см]$

Чистовик. Страница 9

черновик

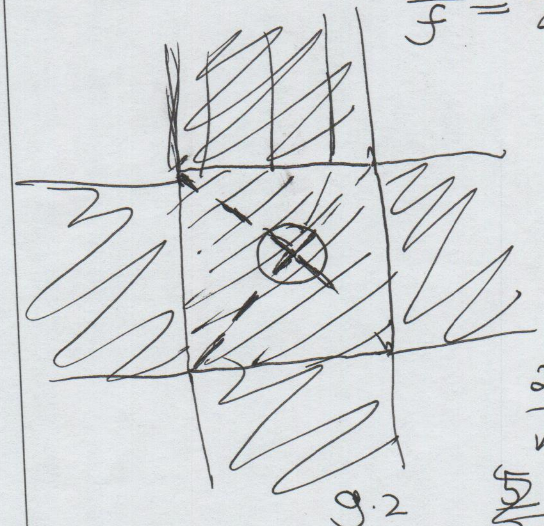


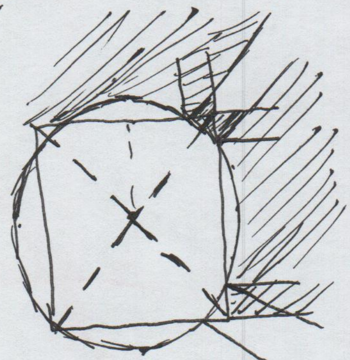


$\frac{1}{a}-\frac{1}{f}=\frac{1}{F}$ $a=F$

$\frac{1}{f}=\frac{1}{a}-\frac{1}{F}$

$$\begin{array}{r} 1{,}4 \\ \times\ 1{,}4 \\ \hline 56 \\ +14 \\ \hline 1{,}96 \end{array}$$



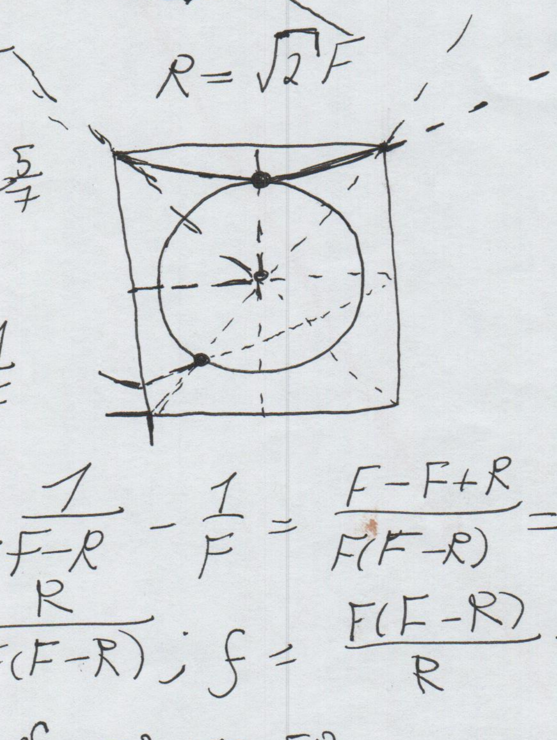


$\frac{2{,}25}{\sqrt{2}}$

$R=\sqrt{2}F$

$\frac{9\cdot 2}{4\cdot 7}=\cancel{\frac{\frac{5}{2}}{\frac{7}{2}}=\frac{5}{7}}$

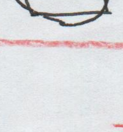
$=\frac{9}{14}$



$-\frac{1}{f}+\frac{1}{F-R}=\frac{1}{F}$

$\frac{1}{f}=\frac{1}{1}$ $\frac{1}{f}=\frac{1}{F-R}-\frac{1}{F}=\frac{F-F+R}{F(F-R)}=$

$=\frac{R}{F(F-R)}$; $f=\frac{F(F-R)}{R}=F$



$F^2-FR=FR$

$F=2R$