

+1 лист

0 353927 670000
35-39-27-67
(16.1)



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант _____

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наименование олимпиады

по космонавтике
профиль олимпиады

Горшкова Елисей Русланович
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
« 14 » февраль 2024 года

Подпись участника
Елисей

Савва
(Савва)

35-39-27-67
(16.1)

Черныш

$$\begin{array}{r} 2024 \overline{) 17} \\ \underline{17} \\ 32 \\ \underline{34} \\ 154 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 12 \\ \hline 34 \\ 170 \\ \hline 204 \end{array}$$

$$10002024 + x \equiv 0 \pmod{17}$$

$$10002024 \overline{) 17} \quad x \equiv 0 \pmod{10000}$$

$$10002024 \equiv 6 \pmod{17}$$

$$x \equiv 11 \pmod{17}$$

$$x \equiv 17 \cdot z + 11 \pmod{17}$$

$$x = 7000$$

$$11 \equiv 4y \pmod{17}$$

$$17z + 11 = y \cdot 10000$$

$$17z \equiv 9989 \pmod{10000}$$

$$17z > 9989$$

$$4 \cdot 12 \equiv 14 \pmod{17}$$

$$z > 587$$

$$11 \equiv 4y \pmod{17} \quad | \cdot 52$$

$$52 \cdot 4 \cdot a \equiv 1 \pmod{17}$$

$a=13$

$$17^4$$

$$a = 17 \cdot 3 + 1 = 52$$

$$\frac{4 \cdot a + 1}{17}$$

$$11 \cdot 52 \equiv y \pmod{17}$$

$$a=13$$

$$y = 11$$

1. 1) Записав минимальное безлишнее число с 2024 на конце : 10002024

в таком случае, пусть искоемое число можно представить как $10002024 + x$, исходя из условия, $10002024 + x \equiv 0 \pmod{17}$.

$10002024 \equiv 6 \pmod{17}$, в таком случае ~~$x \equiv 11 \pmod{17}$~~ $x \equiv 11 \pmod{17}$.
в таком случае, представим $x = 17 \cdot z + 11$, где $z \in \mathbb{N}$.

т.к. искоемое число должно оканчиваться на 2024, x также оканчивается на 0000, чтобы не перенести цифр и не изменить 2024 в конце: 10002024. Следовательно,

$x \equiv 0 \pmod{10'000}$; в таком случае представим x как : $x = 10'000y$, где $y \in \mathbb{N}$

2) $17z + 11 = 10'000y$; возьмем обе стороны по модулю 17

$$11 \equiv 4y \pmod{17}$$

$$11 \cdot 4^{-1} \equiv y \pmod{17}, \text{ где } 4^{-1} - \text{обратное к } 4 \text{ по модулю } 17$$

$$4^{-1} \equiv 13 \pmod{17} \quad [13 \cdot 4 \equiv 1 \pmod{17}]$$

$$11 \cdot 13 \equiv y \pmod{17}$$

$7 \equiv y \pmod{17}$, поскольку нам нужно найти минимальное число, x также нужно минимизировать,

т.е. $y = 7$ нам подходит; тогда $x = 70'000$.

$10002024 + 70'000 = 10072024$ - минимальное число

также, что

$$\begin{cases} 10072024 \equiv 0 \pmod{17} \\ 10072024 \equiv 2024 \pmod{10000} \end{cases}$$

Ответ: 10072024

Ответ верный

Чистовик

Чертовик

$$f(x) = \frac{x}{50} + \frac{\sqrt{x^2 - 10x + 100}}{5}$$

$$f'(x) = \frac{1}{50} + \frac{2x-10}{5 \cdot 2\sqrt{x^2-10x+100}}$$

$$\left| 1 + \frac{10(x-5)}{\sqrt{x^2-10x+100}} \right| \cdot \sqrt{x^2-10x+100}$$

$$\sqrt{x^2-10x+100} + 10(x-5) = 0$$

$$x \leq 5$$

$$10^2(x-5)^2 = x^2 - 10x + 100$$

$$100(x^2 - 10x + 25) = x^2 - 10x + 25 + 75$$

$$99(x^2 - 10x + 25) = 75$$

$$x^2 - 10x + 25 = \frac{75}{99}$$

$$x^2 - 10x + 25 - \frac{75}{99} = 0 \quad | \cdot 99$$

$$99x^2 - 990x + 2400 = 0$$

$$33x^2 - 330x + 800 = 0$$

$$D = 3300$$

$$x_1 = \frac{330 \pm \sqrt{3300}}{66} = 5 + \frac{10\sqrt{33}}{3 \cdot 33} = 5 + \frac{10\sqrt{33}}{99}$$

$$x_1 = 5 + \frac{10\sqrt{33}}{99} \quad \text{— не подходит, проверка при подстановке, } f'(x_1) \neq 0$$

$$x_2 = 5 - \frac{10\sqrt{33}}{99}$$

s = input()

digits = [int(e) for e in s]

digits.sort()

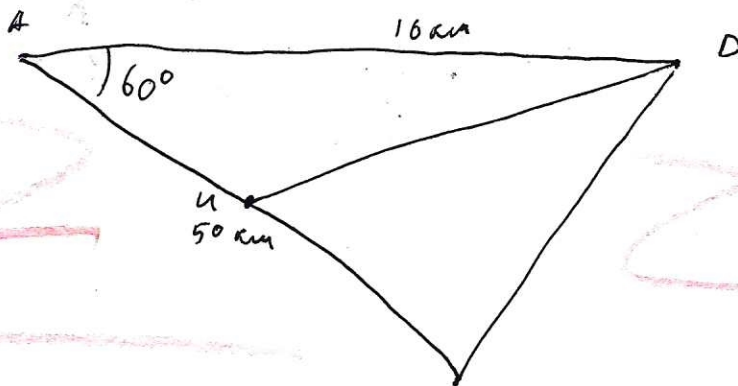
ma = digits[3] * 1000 + digits[2] * 100 + digits[1] * 10 + digits[0]

mi = digits[0] * 1000 + digits[1] * 100 + digits[2] * 10 + digits[3]

print(ma - mi)

Ижевск

2.



1) Дойти до D по прямой легче чем за 2 часа
Алексей не может $\frac{10}{5} > \frac{11}{6}$

$$DC^2 = AC^2 + AD^2 - 2AC \cdot AD \cdot \cos 60^\circ \quad \text{по т. Косинусов}$$

$$DC = 10\sqrt{21}$$

$$\frac{50 + 10\sqrt{21}}{50} > \frac{11}{6}$$

$$\frac{5}{6} > \frac{\sqrt{21}}{5} \quad | \cdot 30$$

$$25 > 30\sqrt{21}$$

$$625 < 156$$

доехать на машине по дороге быстрее не может.

Рациональней же-то на отрезке CD не выехать, т.е. из любой точки CD по прямой выехать будет быстрее чем ехать машина, след. быстрее нужно выехать же-то на отрезке AC и идти пешком от места выезда до D по прямой

пусть x - тогда выехали пешком, тогда чтобы он успел за $\frac{11}{6}$ часа, нужно выехать раньше

$$\frac{11}{6} \geq \frac{AC}{50} + \frac{CD}{5} \quad 2) \text{ по т. Косинусов } CD = \sqrt{AC^2 + AD^2 - 2AC \cdot AD \cdot \cos 60^\circ}$$

пусть $AC = x$, тогда $CD = \sqrt{x^2 - 10x + 100}$ $x^2 - 10x + 100 > 0$ при $\forall x \in \mathbb{R}$, т.к. $D < 0$, а ветки вверх

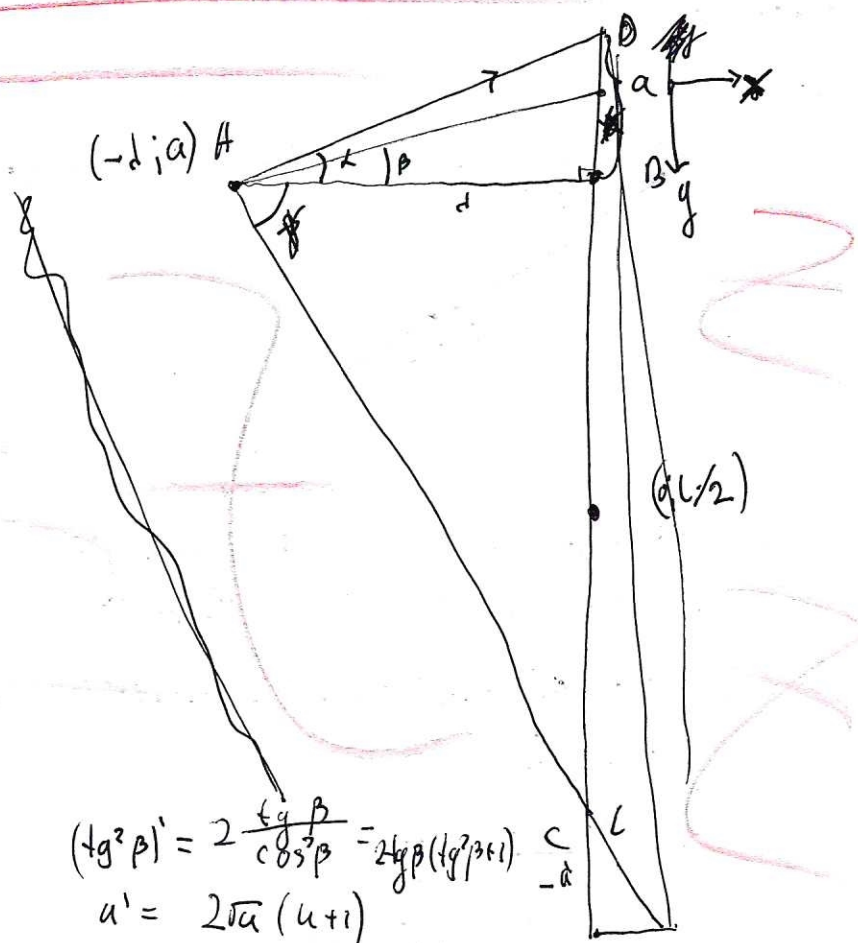
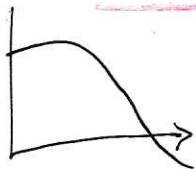
пусть $f(x) = \frac{x}{50} + \frac{\sqrt{x^2 - 10x + 100}}{5}$, тогда если на отрезке $x \in [0; 50]$ найдется 1 точка $f(x) \leq \frac{11}{6}$, Алексей успеет

$f'(x) = \frac{1}{50} + \frac{x-5}{5\sqrt{x^2-10x+100}}$, отсюда путем элементарных преобразований

$$33x^2 - 330x + 800 = 0, \quad x = 5 - \frac{5}{\sqrt{33}} - \text{верно}$$

$$f\left(5 - \frac{5}{\sqrt{33}}\right) \approx 1,8234 < 1,833 \left(\frac{11}{6} = 1,833\right) \text{ Ответ: может}$$

Чертежи



$$w = u^2$$

$$w' du = dw$$

$$w' = 2u$$

$$w = 2\sqrt{w}$$

$$du = \frac{dw}{2\sqrt{w}}$$

$$(\operatorname{tg}^2 \beta)' = 2 \frac{\operatorname{tg} \beta}{\cos^2 \beta} = 2 \operatorname{tg} \beta (\operatorname{tg}^2 \beta + 1) \frac{c}{-a}$$

$$u' = 2\sqrt{u} (u+1)$$

$$\rho = a \operatorname{atan} \frac{a-x}{d}$$

$$\vec{G} = (G_x; G_y)$$

$$\cos \beta = \frac{d}{\sqrt{d^2 + (a-x)^2}}$$

$$G_x = \int_0^L \frac{d}{\sqrt{d^2 + (a-x)^2}} dx$$

$$\sin \beta = \frac{a-x}{\sqrt{d^2 + (a-x)^2}}$$

$$u = a-x$$

$$u' dx = du$$

$$du = -dx$$

$$G_x = -d \int \frac{1}{\sqrt{d^2 + u^2}} du$$

$$-d \int \frac{1}{\sqrt{d^2 + u^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{d^2 + u^2}} du$$

$$A\sqrt{d^2 + u^2} + B\sqrt{d^2 + u^2} = 1$$

$$w = \frac{1}{2} u^2$$

$$w' du = dw$$

$$w' = 2u$$

$$w = A \left(\frac{w'}{2} \right)^2 + d^2$$

$$dw = \frac{w - d^2}{2}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{a-x}{d} \quad \text{Чертова}$$

$$\operatorname{tg}^2 \beta = \frac{\sin^2 \beta}{1 - \sin^2 \beta}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + d^2}}$$

$$\sin \beta = \frac{l-a}{\sqrt{d^2 + (l-a)^2}}$$

$$\frac{1 - \cos^2 \beta}{\cos^2 \beta} = \operatorname{tg}^2 \beta$$

$$r^2 = d^2 + (a-l)^2$$

$$\frac{1}{\cos^2 \beta} = \operatorname{tg}^2 \beta + 1$$

$$r^2 = d^2 + (a-x)^2$$

~~$$\operatorname{tg} \beta = \dots$$~~

$$\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta + 1}}$$

$$d \operatorname{tg} \beta$$

$$d \beta = \frac{u}{2\sqrt{u(u+1)}}$$

$$\int \frac{dw}{\sqrt{d^2 + w} \cdot 2\sqrt{w}}$$

$$\vec{AB} = (0; d)$$

$$\vec{DB} = (a; 0)$$

$$\vec{DA} = (\dots)$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{d+iu}} \cdot \frac{1}{\sqrt{d-iu}}$$

$$A\sqrt{d-iu} + B\sqrt{d+iu} = 1$$

$$u = \operatorname{tg}^2 \beta$$

$$u' = 2 \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{1}{\cos^2 \beta}$$

$$u' = 2 \operatorname{tg} \beta \cdot (\operatorname{tg}^2 \beta + 1)$$

$$u' = 2(\operatorname{tg}^3 \beta + \operatorname{tg} \beta)$$

$$u' = 2(u\sqrt{u} + \sqrt{u})$$

~~$$\beta = a \cos \dots$$~~

$$\beta = a \tan \frac{l-a}{d}$$

$$l = a \tan \frac{a}{d}$$

$$G_x = \int_{-\beta}^{\beta} \cos(\beta) d\beta = \sin \beta \Big|_{-\beta}^{\beta} = \sin l - \sin(-\beta) = \sin l + \sin \beta$$

$$G_y = \int_{-\beta}^{\beta} \sin(\beta) d\beta = -\cos \beta \Big|_{-\beta}^{\beta} = -\cos l + \cos(-\beta) = \cos \beta - \cos l$$

$$\cos \beta = \frac{d}{\sqrt{d^2 + (l-a)^2}}, \quad \cos l = \frac{d}{\sqrt{d^2 + a^2}}$$

$$G_x = \int_{-\beta}^{\beta} \frac{\cos \beta}{(d + \operatorname{tg} \beta)^2} d\beta = \int_{-\beta}^{\beta} \frac{\cos \beta}{d^2 \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta}} d\beta = \frac{1}{d^2} \int_{-\beta}^{\beta} \frac{\cos^3 \beta}{\sin^2 \beta} d\beta =$$

$$= \frac{1}{d^2} \int_{-\beta}^{\beta} \frac{d\beta}{\operatorname{tg}^2 \beta \sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta + 1}} = \frac{1}{2d^2} \int_{-\operatorname{tg} \beta}^{\operatorname{tg} \beta} \frac{du}{u\sqrt{u+1} \cdot \sqrt{u} \cdot (u+1)}$$

5. *Курсовая* python 3

$S = iR \pi t()$

$d = [int(e) \text{ for } e \text{ in } S]$
 $d.sort()$

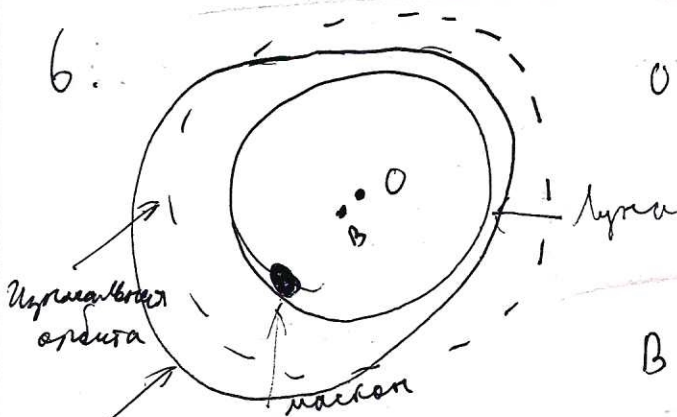
$ma = 1000 * d[3] + 100 * (d[2] + 10 * d[1]) + d[0]$

$mi = 1000 * d[0] + 100 * d[1] + 10 * d[2] + d[3]$

$print(ma - mi)$

Верно

6.



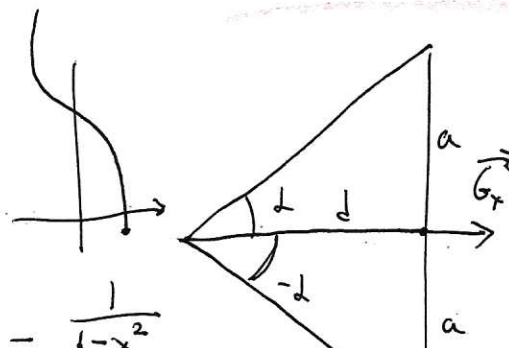
O - центр Луны, точка, расстояние от которой до каждой точки поверхности Луны примерно равное

B - баричесентр системы Луна - Маскон

а, б) Аппарат, выведенный на круговую экваториальную орбиту вокруг Луны обращается вокруг центра Луны O, а не вокруг баричесентра B, таким образом относительно баричесентра его орбита не будет круговой. У эллиптической орбиты скорости в апоцелезии и периселении отличаются, по у циркулярной круговой орбиты тако не т =>, например в периселении скорость аппарата будет ~~маленькой~~ слишком мала, а в апоцелезии слишком велика, из-за чего периселений "подпрыгнет", а апоцелезии "упадет" - орбита искривится относительно баричесентра.

б) Если в диаметрально противоположном месте экватора находится аналогичный Маскон, баричесентр системы тогда будет совпадать с центром Луны и орбита останется стабильной.

Черепуха



$$|\vec{G}_y|_m = \frac{\int_r^L \sin \beta \, d\beta}{r + d} = \frac{\cos(\alpha) - \cos(L)}{r + d}$$

$$|\vec{G}_x| = \frac{\int_0^L \cos \beta \, d\beta}{(d+x) \int_0^L d^2 + (a-x)^2 \, dx} = \frac{\alpha(\sin \alpha + \sin l)}{\dots}$$

$$|\vec{G}_x| = \frac{a}{\sqrt{d^2 + a^2}} + \frac{l-a}{\sqrt{d^2 + (l-a)^2}}$$

$$(d+l) \left(\int_0^L d^2 \, dx + \int_0^L (a-x)^2 d(a-x)^2 \right) = (d+l) \left(d^2 x \Big|_0^L - \frac{(a-x)^3}{3} \Big|_0^L \right)$$

$$d^2 L - \left(\frac{(a-l)^3}{3} - \frac{a^3}{3} \right) = d^2 L + \frac{a^3}{3} - \frac{a^3 - 3a^2 l + 3al^2 + l^3}{3}$$

$$(d^2 L - a^2 L + 3al^2 - \frac{l^3}{3})$$

$$G_x = \int_{-l}^L \frac{\cos \beta}{d^2 + (a-x)^2} dx = 2 \int_0^L \frac{\cos^3 \beta}{\sin^2 \beta} d\beta$$

$$u = \cos \beta$$

$$G_x = \frac{2}{d^2} \int_{-\beta}^L \frac{\cos^3 \beta}{1 - \cos^2 \beta} d\beta$$

$$u' = -\sin \beta = -\sqrt{1-u^2}$$

$$d\beta = \frac{-du}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$-\frac{1}{d^2} \int \frac{u^3}{(1-u^2)\sqrt{1-u^2}} du$$

$$w = (1-u^2)^{\frac{3}{2}}$$

$$w' = -2u$$

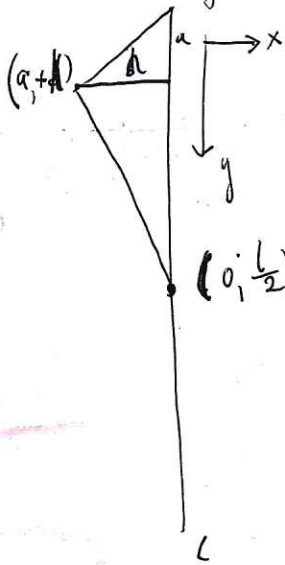
$$w = 2\sqrt{w+1}$$

$$w = -2\sqrt{1-w}$$

$$-\frac{3}{2} \sqrt{1-u^2} \cdot 2u$$

$$|\vec{G}_x|_m = |\vec{G}_y|_m$$

Черновик



$$\int_0^l \sqrt{h^2 + (a-x)^2} dx$$

$$\frac{1}{l} \int_0^l \sqrt{h^2 + a^2 - 2ax + x^2} dx = \frac{(h^2 l + a^2 l - a l^2 + \frac{l^3}{3})}{l}$$

$$= h^2 + a^2 - al + \frac{l^2}{3}$$

~~$$a^2 + \frac{l^2}{2} + d$$~~

$$d^2 + (a-x)^2 = h^2 + a^2 - \frac{al}{2} + \frac{l^2}{3}$$

$$d^2 + a^2 - 2ax + x^2 = h^2 + a^2 - \frac{al}{2} + \frac{l^2}{3}$$

~~$$\frac{1}{2} x = \frac{al}{3}$$~~

$$2x = \frac{l}{2}$$

$$x^2 = \frac{l^2}{3}$$

$$\frac{1}{l} \int_0^l \sqrt{h^2 + (x-a)^2} dx =$$

$$= \frac{1}{l} \left(\int_0^l h^2 dx + \int_0^l x^2 dx + \int_0^l 2ax dx + \int_0^l a^2 dx \right) = h^2 + a^2 + \frac{l^2}{3} + \frac{2la}{2} = la$$

$$h^2 + a^2 + \frac{l^2}{3} + la$$

$$a = \frac{l}{2} \quad h^2 + \frac{l^2}{4} + \frac{l^2}{3} - \frac{l^2}{2} = h^2 \frac{3+4-2}{12} l^2 = h^2 + \frac{5}{12} l^2$$

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d \operatorname{tg} \beta \, d\beta = d \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin \beta}{\cos^2 \beta} d\beta$$

$$h^2 + a^2 + \frac{l^2}{3} - al = h^2 + (a-b)^2$$

$$\frac{l^2}{3} - al = b^2 - 2ab$$

$$b_1 = \frac{2a + 2\sqrt{a^2 - al + \frac{l^2}{3}}}{2}$$

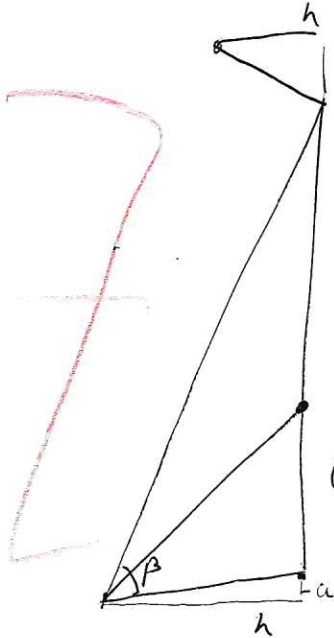
$$b^2 - b \cdot 2a + (al - \frac{l^2}{3}) = 0$$

$$D = 4a^2 - 4al + \frac{4}{3} l^2$$

$$\sqrt{D} = 2\sqrt{a^2 - al + \frac{l^2}{3}}$$

35-39-27-67
(16.1)

Чертовик $b_1 + b_2 = 2a$



$$\int_{a'}^{l+a'} h^2 + (a'+x)^2 dx \iff \int_b^l h^2 + (x-a)^2 dx$$

$-a$

a с нулем

$$\int \ln x dx = x \ln x - \int x \frac{1}{x} dx = x \ln x - x + C$$

$$x^2 - y^2 = 1$$

$$ch^2 x - sh^2 x = 1$$

$$ch^2 x = 1 + sh^2 x$$

$$\left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)^2 = \frac{e^{2x} + e^{-2x} + 2}{2}$$

$$\frac{ch(2u) + 2}{2}$$

$$\int_0^l \sqrt{h^2 + (a-x)^2} dx = x \sqrt{h^2 + (a-x)^2} - \int x \frac{-2(a-x)}{2\sqrt{h^2 + (a-x)^2}} dx$$

$$(a-x)^2 = sh^2 u$$

b

$$\int \frac{du}{\sqrt{u^2 - h^2}}$$

$$u = \sqrt{h^2 + (a-x)^2}$$

$$u' = \frac{-2x - 2a}{2\sqrt{h^2 + (a-x)^2}} = \frac{-x-a}{\sqrt{h^2 + (a-x)^2}}$$

$$du = -\frac{x+a}{\sqrt{h^2 + (a-x)^2}} dx$$

$$dx = -\frac{\sqrt{u^2 - h^2}}{u} du$$

$$\int ch^2 u du$$

$$A\sqrt{u-h} + B\sqrt{u+h} = 1$$

$$A\sqrt{u-h} - B\sqrt{u+h} = 1$$

$$A(\sqrt{u-h} - \sqrt{u+h}) = 1$$

$$u' dx = du$$

$$\frac{u}{\sqrt{u^2 - h^2}} du = dx$$

$$w = u^2 - h^2$$

$$w' du = dw$$

$$\frac{w'}{2} = u$$

$$\frac{dw}{2\sqrt{w+h^2}} =$$

$$\int \sqrt{h^2 + (a-x)^2} dx = \int x \sqrt{h^2 + (a-x)^2} dx - \int x \sqrt{h^2 - (a-x)^2} dx$$

$$= \int x \frac{x-a}{\sqrt{h^2 + (a-x)^2}} dx$$

$$u' = \frac{x-a}{\sqrt{h^2 + (a-x)^2}}$$

$$u' dx = du$$

4. Наклон ^{оси} ~~вращения~~ полюсов Земли
 В это время года солнце ^{из-за наклона} ~~вращении~~ вращается
 вокруг себя ~~и~~ движется ^{неверно} ретроградно (нормальный
 полет Кракена, а во время закатов проградно
 из-за изменения наклона оси Земли и
 вращения вокруг Солнца по орбите