0765647390005

76-56-47-39
(40.39)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 2

Место проведения Москва
город

Дешифр

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Бабенко Федора Олеговича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

+1 лист
+1 лист

Дата
«25» февраля 2024 года

Подпись участника

Итоговая оценка:

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
8	12	8	12	12	12	4	4	72
±	+	±	+	+	+	∓	∓	

76-56-47-39 (40.39)

Черновик

72 (семьдесят два)

Вр.т. [illegible] | [illegible]

3 | — —

$y+10 = y^2-8y+16.$

$y^2-9y+6=0.$

$D=81-24=57.$

$\frac{9+\sqrt{57}}{2}$ $\frac{9-\sqrt{57}}{2}$

$x=4\cdot 3$ $x=7\cdot 6$

$y=3\cdot 4$ $x=7\cdot 6$

$x=4\cdot 3$ $y=3\cdot 7$

$y\ y=3\cdot 2$ $x=$

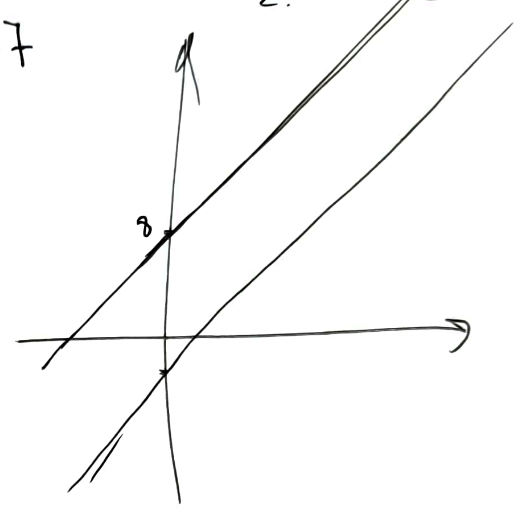
x $y\ y$

y y

$y\ y$ y

y | $y-x-8=-x+5.$ $y\ y$

x $y-x-8=$ $y\ y\ y$



$|y-x-8|=(x-5).$

$y-x+10\geq 0$

$y>x+8$ $-y+x+8=x-5.$

$y\geq x-10$

$y-x-8=x-5.$ $-y=-13.$

$y\geq 4.$

$y=x-3.$ $y=13.$

$$\begin{cases} y\geq 4 \\ y\geq x-10 \end{cases}$$

$\times\ 48$, 4, 192, $+\ 25$, 217

$xy+3x-2y-6\geq x(x-10)+3x-2(x-10)-6=$

$=x^2-10x+3x-2x+20-6= x^2-9x+14= (x-7)(x-2).$

$D=81-56=25=5^2.$

$\frac{9-5}{2}=2.$ $\frac{9+5}{2}=7.$

Чистовик | Задача 1. Лист 1.

Распределим „универсалов" по командам. Возможно 9 случаев:

1) Не был выбран ни один „универсал". Тогда вратаря можно выбрать 3-мя способами, пару защитников $\frac{4\cdot3}{2}=6$ и тройку нападающих $\frac{7\cdot6\cdot5}{6}=35$ способов. Тогда всего $3\cdot6\cdot35=105\cdot6=630$

2) Один „универсал" — защитник:

Вратарь — 3 способ.

Защитник — $3\cdot4=12$ способов

Напад. — $\frac{7\cdot6\cdot5}{6}=35$ способ.

Всего: $3\cdot12\cdot35=105\cdot12=1200+60=1260$ способ.

3) Один „универсал" — напад.:

Вратарь — 3 спос

Защитник — $\frac{4\cdot3}{2}=6$ способ.

Напад. — $\frac{3\cdot7\cdot6}{2}=63$ способ.

Всего: $3\cdot6\cdot63=189\cdot6=600+480+54=1080+54=1134$

4) Один „универсал" — нап., один — защ.:

Вратарь — 3 спос.

Защитник — $3\cdot4=12$ способ.

Нап. — $\frac{7\cdot6\cdot2}{2}=42$ способ.

Всего: $3\cdot12\cdot42=116\cdot12=1160+232=1392$ способ.

5) Два „универсала" — нап.:

Вратарь — 3 способа

Защитник — $\frac{3\cdot4}{2}=6$ способ.

Нап. — $\frac{3\cdot2\cdot7}{2}=21$ способ

Всего: $3\cdot6\cdot21=18\cdot21=360+18=378$ способ.

76-56-47-39
(40.39)

Чистовик | Задача 1. Лист 2.

6) Два „универсала" — защ.:

Вратарь — 3 способа

Защ. — $\frac{3\cdot 2}{2} = 3$ способ.

Нап. — $\frac{7\cdot 6\cdot 5}{6} = 35$ способ.

Всего: $3\cdot 3\cdot 35 = 105\cdot 3 = 315$ способ.

7) Два „универсала" — защ., один — нап.:

Вратарь — 3 способа

Защ. — $\frac{3\cdot 2}{2} = 3$ способа

Нап. — $\frac{\cancel{3}\cdot 7\cdot 6}{2} = 21$ способ.

Всего: $3\cdot 3\cdot 21 = 9\cdot 21 = 189$ способ.

8) Один „универс." — защ., два — нап.:

Вратарь — 3 способа

Защ. — $3\cdot 4 = 12$ способов

Нап. — $1\cdot 7 = 7$ способ.

Всего: $3\cdot 12\cdot 7 = 21\cdot 12 = 210 + 42 = 252$.

9) Три „универс" — нап.:

Вратарь — 3 способ.

Защ. — $\frac{4\cdot 3}{2} = 6$ способ.

Нап. — 1 способ.

Всего — 18 способов.

Т.о., всего вариантов выбора:

$S = 630 + 1260 + 1134 + 1392 + 378 + 315 + 189 + 252 + 18 =$

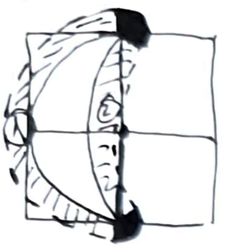
$= 1890 + 2526 + 270 + 693 + 189 = 2160 + 2646 + 762 =$

$= 4806 + 762 = 5568$ способов

Ответ: 5568 способов.

Чистовик | Задача №1.

Из-за исходного полумесяца границы после преобразования отдалятся на 0,25, а верхние (и нижние) точки будут соединены дугой окр-ти радиусом 0,25 с центром (0; 1) и (0; -1).



1) Площадь части ①, образованной левее полумесяца равна площади полосы, т.е. $S_1 = \frac{\pi \cdot (1+0,25)^2}{2} - \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = \frac{\pi}{2}(0,25 \cdot 2,25) = \frac{9\pi}{32}$

2) Правая дуга полумесяца — четверть окр-ти, образующей ее, т.к. угол образованный точками (0; 1); (1; 0) и (0; -1) равен 90°. Сл-но, площадь полосы ② образованной справа, равна $S_2 = \frac{\pi}{4} \cdot (\sqrt{2})^2 - \frac{\pi}{4} \cdot (\sqrt{2}-0,25)^2 =$ $= \frac{\pi}{4} \cdot 0,25 \cdot (2\sqrt{2} - 0,25) = \frac{\pi}{16}(2\sqrt{2} - 0,25)$

3) Площади закрашенных частей равны части круга с радиусом 0,25 и углом 135°, т.е. $\frac{3}{8}$ от площади всего круга. Т.о. суммарная площадь $S_3 = \frac{6}{8} \cdot \pi \cdot 0,25^2 = \frac{3}{4^3} \cdot \pi$

4) Площадь самого полумесяца равна

$S_4 = \frac{\pi}{2} \cdot 1^2 - \left(\frac{\pi}{4} \cdot (\sqrt{2})^2 - 1\right) = 1.$

Общая площадь $S_{общ.} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 =$

$= \frac{9\pi}{32} + \frac{\pi\sqrt{2}}{8} - \frac{\pi}{4^3} + \frac{3\pi}{4^3} + 1 =$ ~~$\frac{20\pi}{4^3} + \frac{\pi\sqrt{2}}{8} + 1 = \frac{11\pi + 8\pi\sqrt{2} + 64}{64}$~~

$= \frac{5\pi}{16} + \frac{\pi\sqrt{2}}{8} + 1 = \frac{5\pi + 2\pi\sqrt{2} + 16}{16}$

76-56-47-39 (40.39)

Чистовик.) (Задача №3.) Страница 1.

1) Из второго ур-ия следует, что:

$$\begin{cases} y-x+10\geq 0 \\ y-4\geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y\geq x-10 \\ y\geq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y\geq 4 \\ y\geq x-10 \end{cases}$$

2) Рассмотрим выражение $xy+3x-2y-6$:

$$xy+3x-2y-6 = y(x-2)+3x-6 = (x-2)(y+3)$$

С учетом системы из п. 1. видим, что данное выражение ~~всегда~~ положительно при $x>2$ и отриц. при $x<2$ и равно нулю при $x=2$.

~~Сл-но, первое ур-ие принимает вид~~

$\cancel{|y-x-8|} = (x-5)$.

$y\geq x+8$

$y-x-8=x-5$.

$y=2x+3$

Подставим во второе.

$\sqrt{2x+3-x+10}=2x+3-4$.

$\sqrt{x+13}=2x-1$.

$$\begin{cases} x\geq -13 \\ x\geq \frac{1}{2} \\ x+13=4x^2-4x+1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^2-5x-12=0 \\ x\geq -13 \\ x\geq 0{,}5 \end{cases}$$

$D=25+4\cdot 12\cdot 4=192+25=217$.

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=\frac{5+\sqrt{217}}{10} \\ x=\frac{5-\sqrt{217}}{10} < 0 \text{ — не подх.} \end{array}\right. \\ x\geq 0{,}5. \end{cases}$$

$\sqrt{217}>14 \Rightarrow x=\frac{5+\sqrt{217}}{10}>1{,}9$.

Решение $\left(\frac{5+\sqrt{217}}{10};\ \frac{20+\sqrt{217}}{5}\right)$

$y<x+8$

$y-x-8=-x+5$.

$y=13$

Подставим во второе

$\sqrt{13-x+10}=13-4$.

$\sqrt{23-x}=9$.

$$\begin{cases} x\leq 23 \\ 23-x=81 \\ x=-58 \end{cases}$$

~~Решение (13; −58)~~.

Не выполняется $y<x+8$. Сл-но, реш. нет.

чистовик. Задача 3. Страница 2.

1) Если $x = 2$, то первое ур-ие выполн. при любом. Второе принимает вид

$$\sqrt{y+8} = y-4.$$

$$y+8 = y^2-8y+16.$$

$$y^2-9y+8=0.$$

$$D=81-32=49$$

$$\left[\begin{array}{l} y=\frac{9-7}{2} \\ y=\frac{9+7}{2} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} y=1 \text{ — не подх., т.к. } y \geq 4. \\ y=8 \end{array}\right.$$

Сл-но, $(2; 8)$ — решение.

2) Если $x<2$, то ~~второе~~ первое принимает вид $|y-x-8| = -x+5$. Сл-но, $-x+5 \geq 0$

$x \leq 5.$

При $y-x-8>0$: $y-x-8=-x+5$

$y>x+8$

$y=13.$

Подставим во второе:

$$\sqrt{23-x}=9.$$

$$23-x=81.$$

$$x=-58.$$

$(-58; 13)$ — решение.

При $y<x+8$: $y-x-8 = x-5.$

$y=2x+3.$

Подставим во второе:

$$\sqrt{2x+3-x+10} = 2x+3-4.$$

$$\sqrt{x+13}=2x-1.$$

$$x+13=4x^2-4x+1.$$

$$4x^2-5x-12=0.$$

$$D=25+192=217.$$

$$\left[\begin{array}{l} x=\frac{5+\sqrt{217}}{8} \\ x=\frac{5-\sqrt{217}}{8} \end{array}\right.$$

Чистовик | ~~Черновик~~. Задача №3. Страница 3.

$x = \frac{5+\sqrt{217}}{8} > \frac{5+14}{8} = 2\frac{3}{8}$.

$x = \frac{5-\sqrt{217}}{8} > -\frac{10}{8} = -\frac{5}{4}$.

Сл-но, корни $\left(\frac{5+\sqrt{217}}{8}; \frac{17+\sqrt{217}}{4}\right)$ и $\left(\frac{5-\sqrt{217}}{8}; \frac{17-\sqrt{217}}{4}\right)$

являются корнями системы.

При рассмотрении $x>2$ получаем аналогичное ~~как~~ второму пункту выражении. Сл-но, решениями системы яв-ся пари $\left(\frac{5+\sqrt{217}}{8}; \frac{17+\sqrt{217}}{4}\right)$; $\left(\frac{5-\sqrt{217}}{8}; \frac{17-\sqrt{217}}{4}\right)$; $(2; 8)$.

Задача №4. Лист 1.

1 час 35 минут = 95 минут. ~~Сл-но~~
Заметим, что $19 \equiv 4 \pmod 5$.

$13 \equiv 3 \pmod 5$

$5 \equiv 0 \pmod 5$

$95 \equiv 0 \pmod 5$

Сл-но, общее время делится на 5. Тогда сумма остатков от времени проезда по дугам должна делится на 5. Сл-но, пусть автомобиль ехал только по дугам AC и AB. Тогда, чтоб сумма остатков делилась на 5 - по дуге AC автомобиль проехал кратное 5 число раз.

Пусть $n=0$, тогда, он проехал по дуге AB $\frac{95}{5} = 19$ раз. Т.е., оказалась в точке B, противоречие.

Пусть по AC проехал $n=5$ раз, затратив $5 \cdot 19 = 95$ минут, т.е. оказался через 95 минут в

Задача №1. Лист 2. Чистовик.

точке C — противоречие. Если $n \geq 5$, то время больше 95 мин.

Сл-но, автомобиль не мог ехать только по дугам AB и AC. Пусть он ехал по дугам AB и BC. Тогда по BC он ехал кратное 5 число раз.

1) $n=0$: $\frac{95}{5}=19$ раз по дуге AB и оказался в точке B. противоречие

2) $n=5$: $5 \cdot 13 = 65$ минут по дугам BC и оказался в точке C — противоречие

3) $n=10$ $10 \cdot 13 = 130$ минут > 95 минут. Противоречие.

Сл-но, автомобиль ездил и по дуге AB и по BC. Пусть n_{AC} — кол-во раз, проеханных по AC и n_{BC} — по BC.

Сумма остатков ~~быть~~ должна быть кратна 5. Рассмотрим такие случаи:

1) $\left.\begin{matrix} n_{AC}=1 \\ n_{BC}=2 \end{matrix}\right| \Rightarrow t_1 = 1 \cdot 19 + 2 \cdot 13 = 45$ минут. Сл-но, по AB автомобиль проехал $\frac{50}{5}=10$ раз.

По BC автомобиль проехал 2 раза. ~~В точку~~ Т.е., из точки начала вернулся туда же. Сл-но, по AC он мог проехать из A в C, но тогда из C автомобиль не мог бы вернуться или из C в A, оказавшись в такой ситуации. Сл-но, $n_{AC}=1$, $n_{BC}=2$ — невозможно

2) $\left.\begin{matrix} n_{AC}=1 \\ n_{BC}=7 \end{matrix}\right| \Rightarrow t = 1 \cdot 19 + 7 \cdot 13 > 95$ минут.

Чистовик.) Задача №. Лист. 3.

3) $\left.\begin{array}{l} n_{AC}=2 \\ n_{BC}=4 \end{array}\right| \Rightarrow t = 2\cdot 19 + 4\cdot 13 = 38 + 52 = 90$ минут.

Невозможно, т.к. по дуге AB возможно было проехать 1 раз, а $n_{BC}:2$, т.е. оказавшись в т. B он вернется туда же и не сможет попасть в A, а оказавшись в точке C он вернется обратно и не проедет по AB.

4) $\left.\begin{array}{l} n_{AC}=2 \\ n_{BC}=9 \end{array}\right| \Rightarrow t = 2\cdot 19 + 9\cdot 13 > 95$ минут

5) $\left.\begin{array}{l} n_{AC}=3 \\ n_{BC}=1 \end{array}\right| \Rightarrow t = 3\cdot 19 + 13 = 70$ минут. $\Rightarrow n_{AB} = \frac{25}{5} = 5$

Приведем пример. Обозначение $A \xrightarrow{AC} C$ означает путь из A в C по AC:

$$A \xrightarrow{AB} B \xrightarrow{BC} C \xrightarrow{AC} A \xrightarrow{AB} B \xrightarrow{AB} A \xrightarrow{AB} B \xrightarrow{AB} A \xrightarrow{AC} C \xrightarrow{AC} A.$$

Общий путь: $S = 3\cdot l_{AC} + 5\cdot 15 + 25 = 3\cdot l_{AC} + 100$

$\left.\begin{array}{l} 2\pi r_{AB} = 15 \Rightarrow r_{AB} = \frac{15}{2\pi} \\ 2\pi r_{BC} = 25 \Rightarrow r_{BC} = \frac{25}{2\pi} \end{array}\right| \Rightarrow r_{AC} = r_{AB} + r_{BC} = \frac{20}{\pi}.$

Сл-но, $l_{AC} = 2\pi \cdot r_{AC} = \frac{20}{\pi}\cdot 2\pi = 40$ км.

Сл-но, $S = 3\cdot 40 + 100 = 220$ км.

6) $\left.\begin{array}{l} n_{AC}=3 \\ n_{BC}=6 \end{array}\right| \Rightarrow t = 3\cdot 19 + 6\cdot 13 > 95$ минут.

7) $\left.\begin{array}{l} n_{AC}=4 \\ n_{BC}=3 \end{array}\right| \Rightarrow t = 4\cdot 19 + 3\cdot 13 > 95$ минут.

При увеличении n_{AC} и n_{BC} время будет больше 95 минут. Сл-но, единственный случай в пункте 5).

Ответ: 220 км.

Черновик

$f\left(\frac{x-2}{x+2}\right) = -\frac{2}{x+2}.$

$f\left(\frac{x}{x+2} - \frac{2}{x+2}\right) = -\frac{2}{x+2}.$

$f(-\cancel{2}) = \cancel{4} - 1$

f

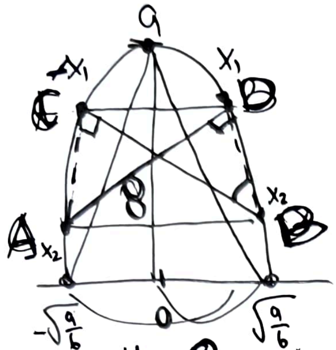
$(x_2-x_1)^2 + \left(8-\frac{1}{8}x_1^2 - 8 + \frac{1}{8}x_2^2\right)^2 +$

$+ (x_2+x_1)^2 + \left(8-\frac{1}{8}x_1^2 - 8 + \frac{1}{8}x_2^2\right) =$

$= 4x_2^2$

$2x_2^2 + 2x_1^2 + 2\cdot\frac{1}{64}(x_2^2-x_1^2)^2 = 4x_2^2.$

$\frac{1}{64} t^2 = t.$



16. 8

$a = 8.$ $t^2 = 64t.$

$2\sqrt{\frac{a}{b}} = 16.$ $t = 64.$

$128+128 = 2\cdot 128 =$

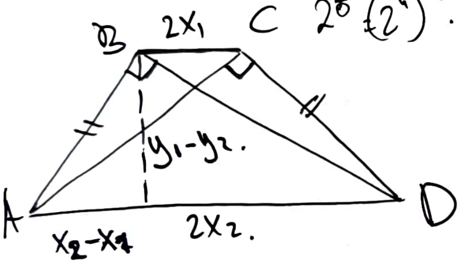
$= 2\cdot 2\cdot 64 =$

$\sqrt{\frac{a}{b}} = 8.$ $8 - \frac{1}{8}x^2.$

$2^8 = (2^4)^2.$

$\frac{a}{b} = 64.$ $x_2^2 - x_1^2 = 64.$

$b = \frac{1}{8}.$



$S_{трап} = \frac{1}{8}\cdot\frac{2x_1+2x_2}{2}\cdot(x_2^2-x_1^2) =$

$= \frac{1}{8}\cdot(x_1+x_2)^2(x_1-x_2).$

$CB = 2x_1$ $y_1 = 8 - \frac{1}{8}x_1^2$

$AB = 2x_2.$ $y_2 = 8 - \frac{1}{8}x_2^2$

$2(x_2^2 - x_1^2) =$

$\sqrt{\left(\frac{1}{8}(x_2^2-x_1^2)\right)^2 + (x_2-x_1)^2}$

$= \frac{1}{32}(x_2^2-x_1^2)^2.$

$\frac{(x_1-x_2)^2(x_1+x_2)^2}{64} + (x_2-x_1)^2.$

$2t = \frac{1}{32}t^2.$

$t = 64.$

$(x_2-x_1)^2 + \left(\frac{1}{8}(x_2^2-x_1^2)\right)^2 + (x_1+x_2)^2 = 4x_2^2.$

$x_2^2 - x_1^2 = 64.$

$2x_2^2 + 2x_1^2 + \frac{1}{32}(x_2^2-x_1^2)^2 = 4x_2^2.$

Чистовик. Задача №8. Лист 1.

Запишем ур-ие пл-ти по 3-ем точкам:

$$a(x+7)+b(y-4)+c(z-3)=0$$

$$\begin{cases} a\cdot 8+b\cdot 1+c\cdot 6=0 \\ 2\cdot a+4b+4c=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8a+b+6c=0 \\ 2a+4b+4c=0 \end{cases}$$

$$15b+10c=0 \Rightarrow b=-\frac{2}{3}c$$

$$30a+20c=0 \Rightarrow a=-\frac{2}{3}c.$$

Сл-но, ур-ие принимает вид.

$$-\frac{2}{3}(x+7)-\frac{2}{3}(y-4)+z-3=0.$$

$$-\frac{2}{3}(x+y)-\frac{14}{3}+\frac{8}{3}+z-3=0$$

$$-\frac{2}{3}(x+y)+z=5$$

Сл-но, $(x+y)\vdots 3$.

$x\in[-7;1]$.

$y\in[4;8]$

$z\in[3;9]$.

При $y=4$ $(y+x)\vdots 3$, если $x=-7$; $x=-4$; $x=-1$.

1) $x=-7 \Rightarrow 2+z=5 \Rightarrow z=3$

2) $x=-4 \Rightarrow z=5$

3) $x=-1 \Rightarrow z=7$.

При $y=5$ $(y+x)\vdots 3$, если $x=-5$; $x=-2$; $x=1$

1) $x=-5; \Rightarrow z=5$

2) $x=-2; \Rightarrow z=7$

3) $x=1 \Rightarrow z=9$.

При $y=6$ $(y+x)\vdots 3$, если $x=-6$; $x=-3$; $x=0$

1) $x=-6 \Rightarrow z=5$

2) $x=-3 \Rightarrow z=7$

3) $x=0 \Rightarrow z=9$.

При $y=7$ $(y+x)\vdots 3$, если $x=-7; -4; -1$.

1) $x=-7 \Rightarrow z=5$

2) $x=-4 \Rightarrow z=7$

3) $x=-1 \Rightarrow z=9$.

При $y=8$ $(y+x)\vdots 3$, если $x=-5; -2; 1$.

1) $x=-5 \Rightarrow z=7$; 2) $x=-2 \Rightarrow z=9$; 3) $x=1 \Rightarrow z=11$ – не подх, т.к. $z\in[3;9]$.

Черновик

$(-7;4;3)$
$(1;5;9)$
$(-5;8;7)$.

$a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$.

$a(x+7)+b(y-4)+c(z-3)=0$.

$$\begin{cases} 8a+b+6c=0 \\ 2a+4b+4c=0 \end{cases}$$

$32a+4b+24c$

$8a+16b+16c=0$.

$30a+20c=0$.

$15b+10c=0$.

$a=-\frac{2}{3}c$.

$b=-\frac{2}{3}c$.

$-\frac{2}{3}c$

$-\frac{2}{3}(x+7)-\frac{2}{3}(y-4)+(z-3)=0$.

$-\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}y+z-\frac{2}{3}\cdot 7+\frac{8}{3}-3=0$.

$-\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}y+z=5$.

$-\frac{2}{3}x-\frac{8}{3}+z=5$.

$-2-\frac{2}{3}+z=5$.

$-\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}+z=7$.

~~$x\in[-7;3]$~~

$x\in[-7;1]$

$y\in[4;8]$.

$z\in[3;9]$.

Чистовик. Задача №8. Лист 2.

Т.о., для каждого возможного y (кроме $y=8$) существует 3 варианта x и один вариант 7! Сл-но, всего точек с целочисленными координатами

$n = 4 \cdot 3 + 2 = 14$ точек.

Ответ: 14 точек.

Черновик

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

Черновик

Черновик

76-56-47-39 (40.39)

Чистовик) Задача №5.

Заметим, что ~~в~~ функция $f(x)=\frac{1}{2}(x-1)$ удовлетворяет выражению $f\left(\frac{x-2}{x+2}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{x-2}{x+2}-1\right)=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x-2-x-2}{x+2}\right)=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{-4}{x+2}\right)=$

$= -\frac{2}{x+2}$

Сл-но, $f(x)=\frac{1}{2}(x-1)$.

$f(f(x))=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}(x-1)-1\right)$

$f(f(f(x)))=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}(x-1)-1\right)-1\right)$.

. . . .

$\underbrace{f(f(\ldots f(x)))}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-1\right)-1\right)-1\right)-1\right)-1\right)-1\right)-1\right)-1\right)-1\right)-1\right)-1\right)$

Сл-но, $f(\overset{11}{f}(\ldots f(x)))=\frac{1}{2^{11}}x-b$, где b – свободный коэф., действит. число.

Сл-но, $g'(x)=\frac{1}{2^{11}}$.

Ответ: $\frac{1}{2^{11}}$.

Задача №6.

Заметим, что число должно делиться на 9, т.к. иначе $S(9n)\neq S(n)$. Т.к. $S(9n)\,\vdots\,9$, а $S(n)$ – нет. ~~Иначе должно делиться на 11. Т.к.~~

Это будет число

$\underbrace{999\ldots9}_{75\text{ раз}}$.

Ответ: $\underbrace{999\ldots99}_{75\text{ раз}}$.

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

Черновик)

$121 \cdot 5 = 605.$

$3025.$

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

$S \vdots 9.$

$x+y \vdots 9$

$x-y \vdots 11$

$\vdots 9$

$\vdots 11.$

$\underbrace{9999\ldots}_{74.}\ 0$

$$\begin{array}{r} \times\ 9999\ldots \\ 13 \\ \hline \end{array}$$

54.

$$\begin{array}{r} \times\ 99 \\ 13 \\ \hline 297 \\ 99 \\ \hline 1287 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 99 \\ 99 \\ \hline 891 \\ 891 \\ \hline 9801 \end{array}$$

Чистовик. Задача №6.

Заметим, что $y=a-bx^2$ симметрична отн-но $x=0$. ~~...~~ вершина параболы $y=a$. Сл-но, высота туннеля равна a., т.е. $a=8$.

Корни $y=a-bx^2 \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{a}{b}}$.

$\sqrt{\frac{a}{b}}-(-\sqrt{\frac{a}{b}})=16$ (т.е. ширина туннеля).

$\sqrt{\frac{a}{b}}=8$.

$\frac{a}{b}=64 \Rightarrow b=\frac{a}{64}=\frac{1}{8}$.

Пусть координаты $A(-x_2;\ 8-\frac{1}{8}x_2^2)$

$B(x_2;\ 8-\frac{1}{8}x_2^2)$

$C(-x_1;\ 8-\frac{1}{8}x_1^2)$

$D(\cancel{x_1};\ 8-\frac{1}{8}x_1^2)$.

$x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 0$

Длина $|AC|$ равна:

$|AC|^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2=(x_2-x_1)^2+\frac{1}{64}(x_2^2-x_1^2)^2$

Длина $|CB|$ равна:

$|BC|^2=(x_2+x_1)^2+(y_2-y_1)^2=(x_2+x_1)^2+\frac{1}{64}(x_2^2-x_1^2)^2$

Угол $\angle ACB=90°$, сл-но, в $\triangle ACB$ выполн. т.Пиф:

$|AC|^2+|BC|^2=|AC|^2$

$(x_2-x_1)^2+\frac{1}{64}(x_2^2-x_1^2)^2+(x_2+x_1)^2+\frac{1}{64}(x_2^2-x_1^2)^2=4x_2^2$

$2\cdot\frac{1}{64}(x_2^2-x_1^2)^2=2(x_2^2-x_1^2)$.

$\left[\begin{array}{l} x_2^2=x_1^2. \\ x_2^2-x_1^2=64. \end{array}\right.$

Заметим, что $x_2^2-x_1^2$ принимает значение не больше 64. Сл-но, $x_1=0$, а $x_2=8$.

Сл-но, расстояние между балками $S=\frac{1}{8}(x_2^2-x_1^2)=8$.

Ответ: 8.

Черновик

$f\left(\frac{x-2}{x+2}\right.$

$\vdots\ 9$

$f\left(\frac{x-2}{x+2}\right) = -\frac{2}{x+2}.$

$x=-1 \quad f(-3) = -2$

$x=0 \quad f(-1) = -1$

$x=2 \quad f(0) = -\frac{1}{2}.$

$x=4 \quad f($

$\frac{x-2}{x+2} = -2.$

$x-2 = -2x-4.$

$3x = 2.$

$x = \frac{2}{3}. + 2 = -\frac{2+6}{3} = \frac{4}{3}.$

$-\frac{2 \cdot 3}{4}.$

$f(-3) = -2.$

$f(-2) = -\frac{3}{2}.$

$f(-1) = -1.$

$f(0) = -\frac{1}{2}.$

$kx =$

$kx + 6 =$

$-\frac{1}{2}$

$-k + \frac{1}{2} = -1.$

$-k = -\frac{1}{2}.$

$k = \frac{1}{2}.$

$\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}.$

$f(x) = \frac{1}{2}(x-1).$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{x-2}{x+2} - \frac{1}{2}.$

$f(f(x)) = f\left(\frac{1}{2}(x-1)\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}(x-1) - 1\right).$

$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}(x-1) - 1\right) - 1\right).$

$\frac{x-2}{2(x+2)} - \frac{x+2}{2(x+2)} = -\frac{2}{x+2}.$