



65-84-01-68
(37.12)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант _____

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"
наименование олимпиады

ПО математике
профиль олимпиады

Бончева Алексея Сергеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
65-84-01-68	75	15	15	5	15	0	10	15	X

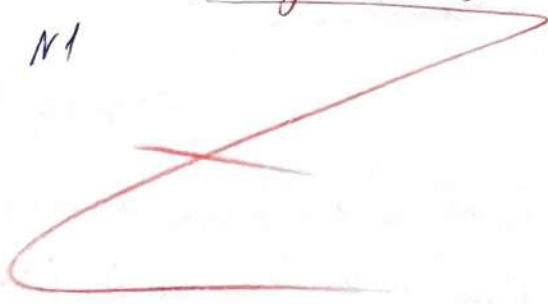
Черновик

№1

1.A: 4.3.2

1.A: 2.A:

2.?:



Слов с 1 A: 4.3.2.1 = 24

Слов с 2 A: ~~4.3.3.2 = 72~~
4.4.3.2 = 96

120 + 24 = 144

24 + 96 = 120



A (24)
K (KA, KY, KL)

24 + 18 = 42

1 → 2 → 3

KA 4

KY 1

KL 1

~~1 → 2 → 4~~

1 → 2 → 4

1 → 2 → 6

1 → 5 → 6

1-6

2-5

3-4

1 → 3 → 5

1 → 3 → 6

1 → 4 → 5

1 → 4 → 6

6.3 = 18

Слов с 1 A: 4.3.2.1 = 24

Слов с 2 A: (ААКЛ, ААЛК, АЛАК, АЛКА, АКАЛ, АКЛА)

(КААЛ, КААУ, КАЛА, КАУА, КУАА, КЛАА)

18 + 18 + 24 = 50

Числовик

Задача 1

Слов с 1 буквой А: $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

Слов с 2 буквами А: (ААКЛ, ААЛК, ААУК, ААКУ, ААЛУ, ААУЛ, АЛАК, АЛКА, АЛАУ, АЛУА, АКАЛ, АКЛА, АКАУ, АКУА, АУКА, АУАК, АУЛА, АУАЛ, ~~КАЛУ~~, ~~КАУА~~, КААУ, КАУА, КААЛ, КАЛА, КУАА, КЛАА, ЛААУ, ЛАУА, ЛААК, ЛАКА, ~~ЛКАА~~, ЛУАА, УААК, УАКА, УААЛ, УАЛА, УКАА, УЛАА)



36

$36 + 24 = 60$ (слов можно составить)

Ответ: 60 слов

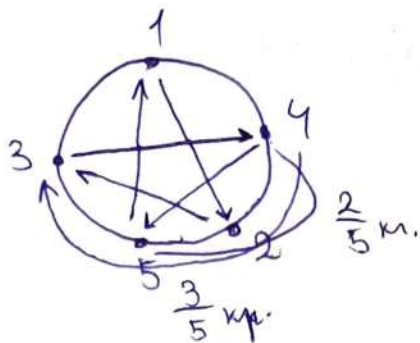
Задача 2

Ответ: 14 последовательностей

- 1 → 2 → 3
- 1 → 2 → 4
- 1 → 2 → 6
- 1 → 3 → 5
- 1 → 3 → 6
- 1 → 4 → 5
- 1 → 4 → 6
- 1 → 5 → 6
- 2 → 3 → 5
- 2 → 3 → 6
- 2 → 4 → 5
- 2 → 4 → 6
- ~~2 → 1~~
- 3 → 5 → 6
- 4 → 5 → 6

14 вариантов

Черновик

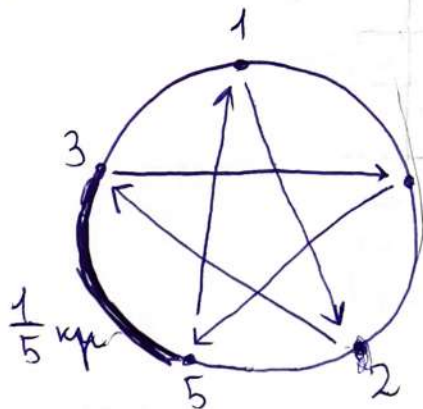


$$5:3 = 1 \frac{2}{3} \text{ мин} = 100 \text{ сек.}$$

- 1 ⓪ 1кр. - 100 сек
- 2 ⓪ 1кр. - 50 сек.
- 3 ⓪ 1кр. - $33\frac{1}{3}$ сек.
- 4 ⓪ 1кр. - 25 сек.
- 5 ⓪ 1кр. - 20 сек.

$$5x - x = 4x = 400 \cdot \frac{n}{2x + 1 \frac{3}{5}}$$

~~уравнение~~
 $2,5n + 2$ - целое число (н.к. $n:2$)
 $1-5$ ($\frac{2}{3}$ кр.)
 $5-4$ ($\frac{2}{3}$ кр.)
 $3-5$ ($\frac{2}{3}$ кр.)



$$5x - 2x = 3x = 1,5n + \frac{4}{5} \text{ минут}$$

$$3x - 2x = 0,5n + \frac{2}{5}$$

$0,5n$ - целое кол-во кр., значит $n:2$

$$5x = 5 \cdot (0,5n + \frac{2}{5}) = 2,5n + 2$$

Пусть 1 прошел x кр., тогда
 5 прошел $5x$ кр., 2 прошел $2x$ кр., 3 прошел $3x$ кр., а 4 прошел $4x$ кр.
 $x + n + \frac{4}{5}$ - прошел 3, значит
 $2x = n + \frac{4}{5}$, а $x = 0,5n + \frac{2}{5}$

Черновик

всего шагов: ~~78~~ 78 или 79

~~(78)~~ шагов задан: 19 или 20

длина удава: 3

$$59 \cdot 9 + 19 \cdot 3 = 196 \cdot 3$$

~~(196)~~ : 3

$$196 \cdot 3 : 2 = 88 \cdot 3$$

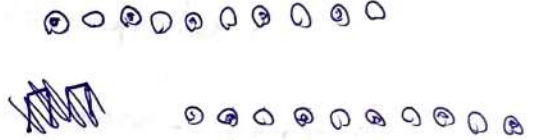
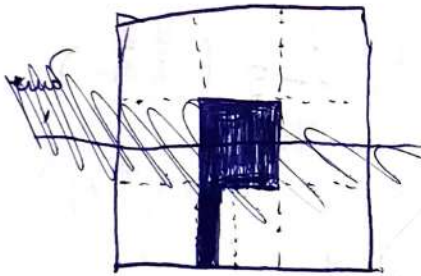
$$(88 \cdot 3) : 3$$

~~196~~

$$59 \cdot 9 + 20 \cdot 3 = 177 \cdot 3 + 20 \cdot 3 = 197 \cdot 3$$

$(197 \cdot 3 : 2)$ - не целое число

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$$



~~196~~ : 3

$$\frac{6666 \dots 6660}{6666 \dots 6666}$$

$$\frac{6666 \dots 6663}{6666 \dots 6669}$$

~~196~~

$$\frac{6666 \dots 6662}{6666 \dots 6668}$$

$$A < C < B$$



Чистовик

Задача 4

$$\text{всего шаров сделан попурай: } \underbrace{Z+T}_{38+40=78} \text{ или } \underbrace{Z+T+1}_{38+40+1=79}$$

$$\text{всего шаров задан сделан попурай: } \underbrace{78-59}_{19} \text{ или } \underbrace{79-59}_{20}$$

длина узла кратна 3, так как длина шара попурай кратна 3 ($X=9\text{ см}, 9:3; Y=9\text{ см}, 9:3=3\text{ см}, 3:3$)

$$\begin{aligned} 1 \text{ вариант: длина узла: } & \frac{(59 \cdot 9\text{ см} + 19 \cdot 3\text{ см})}{2} = \\ & = \frac{3 \cdot (177 + 19)\text{ см}}{2} = \frac{(3 \cdot 196)\text{ см}}{2} = \\ & = \cancel{3 \cdot 98}\text{ см} = 294\text{ см} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \text{ вариант: длина узла: } & \frac{(59 \cdot 9\text{ см} + 20 \cdot 3\text{ см})}{2} = \frac{(197 \cdot 3)\text{ см}}{2} = \\ & = \frac{591\text{ см}}{2} = 295,5\text{ см}, \text{ но длина} \end{aligned}$$

~~шара к узла~~ узла ~~должна~~ должна быть кратна 3 и ~~является~~ является целым числом, значит этот вариант не подходит

Ответ: 294 см

Чистовик

Задача 7

$$A = \frac{\overbrace{1111 \dots 1110}^{2024}}{\overbrace{1111 \dots 1111}^{2024}} = \frac{\overbrace{6666 \dots 6660}^{2024}}{\overbrace{6666 \dots 6666}^{2024}} = 1 - \frac{6}{\overbrace{6666 \dots 6666}^{2024}}$$

$$B = \frac{\overbrace{2222 \dots 2221}^{2024}}{\overbrace{2222 \dots 2223}^{2024}} = \frac{\overbrace{6666 \dots 6663}^{2024}}{\overbrace{6666 \dots 6669}^{2024}} = 1 - \frac{6}{\overbrace{6666 \dots 6669}^{2024}}$$

$$C = \frac{\overbrace{3333 \dots 3331}^{2024}}{\overbrace{3333 \dots 3334}^{2024}} = \frac{\overbrace{6666 \dots 6662}^{2024}}{\overbrace{6666 \dots 6668}^{2024}} = 1 - \frac{6}{\overbrace{6666 \dots 6668}^{2024}}$$

$$1 - \frac{6}{\overbrace{6666 \dots 6666}^{2024}} < 1 - \frac{6}{\overbrace{6666 \dots 6668}^{2024}} < 1 - \frac{6}{\overbrace{6666 \dots 6669}^{2024}}$$

значит $A < C < B$ Ответ: $A < C < B$

Чистовик

Задача 6

Варианты рассадки девочек:

- 1) ● ○ ● ○ ● ○ ● ○ ● ○ } 2 способа
 2) ○ ● ○ ● ○ ● ○ ● ○ ●

● - девочка
 ○ - место, занятое кем-то
 группой, или пустое место

Варианты рассадки каждой девочки: $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

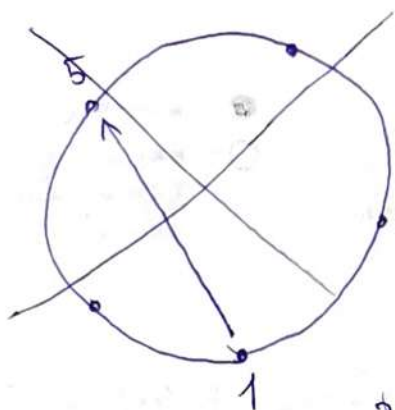
Варианты рассадки остальных людей: $5 \cdot 4 \cdot \underbrace{3 \cdot 2 \cdot 1}_{\substack{\text{пустое место} \\ \text{учительница}}} = 120$

Варианты рассадки всех людей: $120 \cdot 120 \cdot 2 =$
 $= 120^2 \cdot 2 = 14400 \cdot 2 =$
 $= 28800$

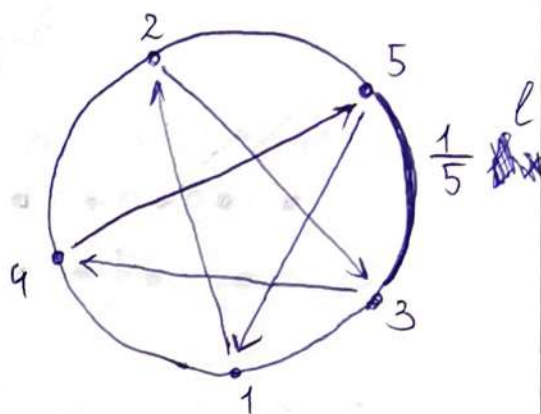
кач. во способов
рассадки ~~рассадки~~ девочек

Ответ: всего 28800 способов рассадки

Чертавик



~~2n + 4/5 l~~



длина круга - ~~l~~ l

$$5 \rightarrow 5x$$

$$4 \rightarrow 4x = 5x - n - \frac{2}{5} l$$

n - целое число кругов

1/4

1	⊙	l l	100 сек.
2	⊙	l l	50 сек.
3	⊙	l l	$33\frac{1}{3}$ сек.
4	⊙	l l	25 сек.
5	⊙	l l	20 сек.

$$2x = 2n + \frac{4}{5} l$$

$$5x - 4x = x = 5x - (5x - n - \frac{2}{5} l) = n + \frac{2}{5} l$$

$$x = n + \frac{2}{5} l$$

$$50 \cdot (2n + \frac{4}{5} l) = 100n + 40l$$

$$5 \rightarrow 5x = 5n + 2$$

~~$$20 \cdot (5n + 2) = 33\frac{1}{3} (5n + \frac{4}{5} l)$$~~

~~$$x = n + \frac{2}{5} l$$~~

~~$$l = 100n + 100 \cdot \frac{2}{5} x = 100n + 40x$$~~
~~$$100n + 40x = 5x - n - \frac{2}{5} l$$~~

$$l = 100n + 40$$

$$100n + 40 = (5x - n - \frac{2}{5} l) \cdot 25$$

$$100n + 40 = 125x - 25n - 10l$$

$$125n = 125x - 50$$

$$25n = 25x - 10$$

$$n = x - \frac{2}{5}$$

~~$$n + \frac{2}{5} l$$~~

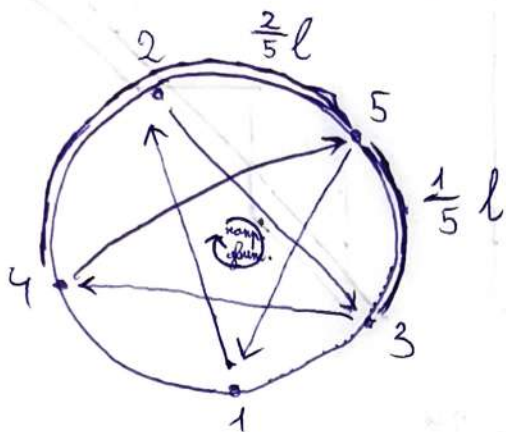
~~$$n +$$~~

~~no~~

$$x = n + \frac{2}{5} l$$

Чистовик

Задача 3



l - длина окружности
~~кривой~~

Пусть x кр. - пропалзу 1 светлячок,
 тогда 2 пропалзу $2x$ кр., 3 - $3x$ кр.,
 4 - $4x$ кр., 5 - $5x$ кр.

целое

n - какое-то кол-во кругов

5 светл. $\rightarrow 5x$

4 светл. $\rightarrow 4x = 5x - n - \frac{2}{5}l$

$5x - 4x = x = 5x - (5x - n - \frac{2}{5}l) = n + \frac{2}{5}l$, значит

1 светл. $\rightarrow x = n + \frac{2}{5}l$

1 светлячок пропалзу 3 круга за 5 минут,
 значит он проидет 1 круг за $1\frac{2}{3}$ минуты

$1\frac{2}{3}$ мин. = 60 сек + $(60 \cdot \frac{2}{3})$ сек. = 100 сек.

t - время, которое ползи светлячки

$t = 100 \text{ сек.} \cdot (n + \frac{2}{5}l) = (100n + 40) \text{ сек.}$

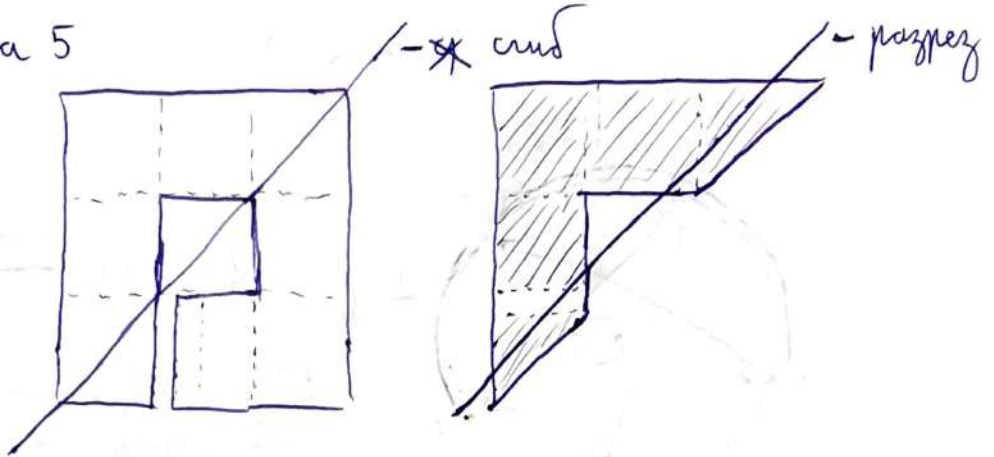
n - минимальное целое число, значит $n=1$

$t = (100n + 40) \text{ сек.} = \del{140} (100 \cdot 1 + 40) \text{ сек.} = 140 \text{ сек}$

Ответ: через 140 секунд

Задача 5

Чистовик



кол-во узлов: 24

