0 672670 680006

67-26-70-68
(40.29)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Дешифр

Вариант 3

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Ванеевой Натальи Михайловны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«25» 02 2024 года

Подпись участника
Ванеева

Итоговая оценка:

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
12	0	12	12	12	12	12	0	72

67-26-70-68
(40.29)

ЧЕРНОВИК 72 (семьдесят два)

2В 23 3Н

В $\frac{}{3У}$

$2\left(\frac{3\cdot 7}{2}\cdot\frac{7\cdot 8\cdot 5}{3\cdot 2}\right)+$

$+3\cdot 5\cdot\frac{8\cdot 7\cdot 6}{3\cdot 2}+$

$+\frac{5\cdot 4}{2}\cdot\frac{9\cdot 8\cdot 7}{3\cdot 2}=$

$\sqrt{x+14}=2x+1$

$x+14=4x^2+1+4x$

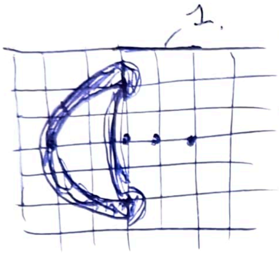
$4x^2+3x-13=0$

$D=9+208=217$

$13\cdot 16=78+130=208$

$17\cdot 21=17+340=357$

$=2\left(3\cdot 7\cdot 5+3\cdot 5\cdot 7\cdot 8+5\cdot 3\cdot 8\cdot 7\right)=210(1+16)=3570$



$$\begin{cases}(xy+4x-y-4)\,|y-x-8|=(x-4)\,|xy+4x-y-4| \\ \sqrt{y-x+10}=y-3\end{cases}$$

$|x-4|=x-4$, $y=2x+4$: $|x-4|\geq 0$, $x\geq 4$

$y-x+10\geq 0$

$xy+4x-y-4=x(y+4)-(y+4)=(x-1)(y+4)$

$x-1\geq 0$, $y+4\geq 0$.

$(x-1)(y+4)\geq 0$: $|y-x-8|=x-4$ $y=12$ $x+14=2$

$(x-1)(y+4)<0$: $|y-x-8|=4-x$

$y^2-2xy+\cancel{x^2}-16y+\cancel{16x}+\cancel{64}=\cancel{x^2}+\cancel{16}-\cancel{8x}$ (24x, 48)

$48\cdot 4=192$, $24\cdot 4=96$, $96-64=32$, $256-192=64$

$y^2-2xy-16y+24x+48=0$

$x+14\geq 0$, $2x+1\geq 0$

$D=4x^2+256+64x-192-96x=$

$=4x^2-32x+64=4(x^2-8x+16)=4(x-4)^2$

$y=\frac{2x+16\pm 2(x-4)}{2}$ $y_1=2x+4$, $y_2=12$

$x+14=4x^2+$

$\sqrt{x+14}=2x+1$.

$x=1$: $\sqrt{y+9}=y-3$ $y+9=y^2+9-6y$. $7y=0$, $y=0$.

$y=-4$ $\sqrt{6-x}=-7$ $\times$.

ЧЕРНОВИК $S(3n) = S(n)$ $n \vdots 3$ 100

$S(10n) = S(n)$ $4x^2 + 3x - 13 = 0$

$D = 9 + 208 = 217$

$y - x + 10 = y^2 - 6y + 9$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{217}}{8}$

$y^2 - 7y + x - 1 = 0$

$D = 49 + 4 - 4x = 53 - x$

$(10^{85} - 2)m =$ $y = \frac{7 \pm \sqrt{53 - x}}{2}$

$14 < \sqrt{217} < 15$

$\sqrt{217} - 3$ $11 < \sqrt{217} - 3 < 12$

$1 < \frac{11}{8} < \frac{\sqrt{217} - 3}{8} < \frac{3}{2}$

$\frac{\sqrt{217} - 3}{8}$ $\frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

$-14 > -\sqrt{217} > -15$ $10^{85} > n \geq 10^{84}$

$-17 > \frac{-\sqrt{217} - 3}{8} > -18$ $-\frac{17}{8}$

если a не поотрицало, то

$-59, 12$ $\frac{\frac{1}{2^9 - 1}}{2^9 - 1} =$ $2^9 - 1$ $\frac{1}{2^9 - 1}$

$= \frac{2^8 + 2^7 + 2^6 + \ldots + 2 + 1}{2^9} = -\frac{2^9 - 1}{2^9} =$

$= -\left(1 - \frac{1}{2^9}\right) = \frac{1}{2^9} - 1$

$(x - 1)(y + 4) = -60 \cdot 16$

$|y - x - 8| = 4 - x$; $|59 - 8 + 12| = 59 + 4$

$S((10^{84}+1)m) = S(n) = \ldots$ $n + a$

$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = f\left(1 - \frac{2}{x+1}\right) = -\frac{1}{x+1}$

$S((10^{84}+1)m) = S(k) + S(n + a) = S(n) = S(k) + S(a)$

$t = \frac{1}{x+1}$

$\frac{x-1}{x+1} - 1 = \frac{x - 1 - x - 1}{x + 1} = -\frac{2}{x+1}$

$t = 1 - \frac{2}{x+1}$ $\frac{t-1}{2} = \frac{-1}{x+1}$

$= \frac{1 - 2^9}{(2^9 - 1)2^9} = -\frac{1}{2^9}$ $f(t) = \frac{t-1}{2}$

$(x_a^2 - x_c^2) = \frac{4x_a^2 - 2x_a^2 - 2x_c^2}{2} =$

$10^{85} - 1$

$f(f(t)) = f\left(\frac{t-1}{2}\right) = \frac{\frac{t}{2} - \frac{1}{2} - 1}{2} = \frac{t}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$

$m \cdot 10^{85} - n =$

$g(x) = \frac{t}{2^9} - \frac{1}{2^9} - \frac{1}{2^8} - \frac{1}{2^7} - \frac{1}{2^6} - \ldots - \frac{1}{2}$

$\frac{9999999}{10}$ -9

$S(n + a) = S(a) = a$ $\frac{1}{2^9}$ $4x_a^2 = (x_a - x_c)(x_a - x_c +$

$= \frac{t}{2^9} + \frac{1}{2^9 - 1} = 0$ $\frac{99999 \cdot 9}{100000 \cdot 8}$

$a = 9$ $= x_a^2 - x_c^2$

$x_a -$

1 $\frac{t}{2^x}$ $t + 1 = 2^9$ $\frac{1}{2^k} - 1$

a ... n ... a

67-26-70-68 (40.29)

ЧИСТОВИК

№3

$$\begin{cases} (xy+4x-y-4)|y-x-8|=(x-4)|xy+4x-y-4| \quad (1) \\ \sqrt{y-x+10}=y-3 \quad (2) \end{cases}$$

из (2) $y-3\geq 0;\ y>0,\ y+4>0.$

(1): $(x-1)(y+4)|y-x-8|=(x-4)|(x-1)(y+4)|;$

$(x-1)|y-x-8|=(x-4)|x-1|$

Рассмотрим 3 варианта:

1) $x-1>0:$

$|y-x-8|=x-4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} y-x-8\geq 0 \\ y-x-8=x-4\end{cases} \\ \begin{cases} y-x-8<0 \\ y-x-8=4-x\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} y\geq x+8 \\ y=2x+4\end{cases} \\ \begin{cases} y<x+8 \\ y=12\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} y=2x+4 \\ x\geq 4\end{cases} \\ \begin{cases} y=12 \\ 4<x\end{cases}\end{array}\right.$ Оби условия на x ($x\geq 4$ и $x>4$) соответствуют варианту $x-1>0$. Подставим в (2):

1.1) $\begin{cases} y=2x+4 \\ x\geq 4 \\ \cancel{\sqrt{y-x+10}=y-3} \\ \sqrt{x+14}=2x+1\end{cases} \overset{(*)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} y=2x+4 \\ x\geq 4 \\ x+14=4x^2+4x+1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x+4 \\ x\geq 4 \\ 4x^2+3x-13=0\end{cases} \Leftrightarrow$

(*) равносильны, так как из условия $x\geq 4$ и $x+14\geq 0$ и $2x+1\geq 0$

$\begin{cases} y=2x+4 \\ x\geq 4 \\ x=\frac{-3\pm\sqrt{217}}{8}\end{cases}$ — не имеет решений так как $\frac{-3\pm\sqrt{217}}{8}<4$ (**)

(**): $217<225;\ \sqrt{217}-3<15-3;\ \frac{\sqrt{217}-3}{8}<1{,}5;\ \frac{-3-\sqrt{217}}{8}<\frac{\sqrt{217}-3}{8}<4.$

1.2) $\begin{cases} y=12 \\ x>4 \\ \sqrt{22-x}=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=12 \\ 22\geq x>4 \\ 22-x=81\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=12 \\ 22\geq x>4 \\ x=-59\end{cases}$ не имеет решений

2) $x-1<0:$

$|y-x-8|=4-x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} y-x-8\geq 0 \\ y-x-8=4-x\end{cases} \\ \begin{cases} y-x-8<0 \\ y-x-8=x-4\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} y\geq x+8 \\ y=12\end{cases} \\ \begin{cases} y<x+8 \\ y=2x+4\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow$

ЧИСТОВИК

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4 \geq x \\ y = 12 \end{cases} \\ \begin{cases} x < 4 \\ y = 2x+4 \end{cases} \end{array}\right.$$

Наложим условие $x-1<0$:

$$\begin{cases} 1 > x \\ \left[\begin{array}{l} y = 12 \\ y = 2x+4 \end{array}\right. \end{cases}$$

Подставил эти 2 случая в (2):

2.1) $\begin{cases} 1 > x \\ y = 12 \\ \sqrt{22-x} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > x \\ y = 12 \\ 22-x \geq 0 \\ x = -59 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -59 \\ y = 12 \end{cases}$ – решение.

2.2) $\begin{cases} 1 > x \\ y = 2x+4 \\ \sqrt{x+14} = 2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > x \\ x+14 \geq 0 \\ 2x+1 \geq 0 \\ y = 2x+4 \\ x+14 = 4x^2+4x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > x \geq -\frac{1}{2} \\ y = 2x+4 \\ 4x^2+3x-13=0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} 1 \geq x \geq -\frac{1}{2} \\ y = 2x+4 \\ x = \frac{-3 \pm \sqrt{217}}{8} \end{cases}$ Не имеет решений (***)

(***) т.к. $\frac{-3+\sqrt{217}}{8} > \frac{11}{8} > 1$ и $\frac{-3-\sqrt{217}}{8} < -\frac{17}{8} < -\frac{1}{2}$.

3) $x-1=0$; $x=1$. (2): $\sqrt{y+9} = y-3 \Leftrightarrow \begin{cases} y+9 = y^2-6y+9 \\ y+9 \geq 0 \\ y-3 \geq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y(y-7)=0 \\ y \geq -9 \\ y \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow y = 7$.

Итак, система имеет 2 решения:

$(-59; 12)$ и $(1; 7)$

ЧИСТОВИК №5

$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=f\left(1-\frac{2}{x+1}\right)=-\frac{1}{x+1}$. Пусть $t=1-\frac{2}{x+1}$, тогда $-\frac{1}{x+1}=\frac{t}{2}-\frac{1}{2}$ и $f(t)=\frac{t}{2}-\frac{1}{2}$.

Значит $y=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}$.

Докажем, что

$\underbrace{f(f(\ldots f(x)))}_{n\text{ раз}}=\frac{x}{2^n}+\frac{1}{2^n}-1$.

По индукции: ~~баз~~ База $n=1$ $f(x)=\frac{x}{2^1}+\frac{1}{2}-1$ — верно

Шаг: $n\to n+1$.

пусть $g_n=\underbrace{f(f(\ldots(f(x))))}_{n\text{ раз}}=\frac{x}{2^n}+\frac{1}{2^n}-1$, докажем, что

$f(g_n(x))=\frac{x}{2^{n+1}}+\frac{1}{2^{n+1}}-1$:

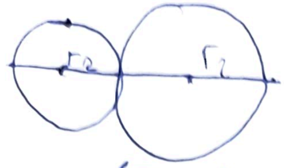
$f(g_n(x))=\frac{\left(\frac{x}{2^n}+\frac{1}{2^n}-1\right)}{2}-\frac{1}{2}=\frac{x}{2^{n+1}}+\frac{1}{2^{n+1}}-1$, ч.т.д.

Значит $g(x)=\frac{x}{2^9}+\frac{1}{2^9}-1$ - линейная ф-ия.

Тангенс угла наклона $=g'(x)=\frac{1}{2^9}$.

Ответ: $\frac{1}{2^9}$.

черновик

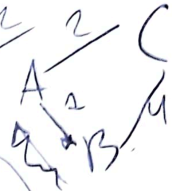


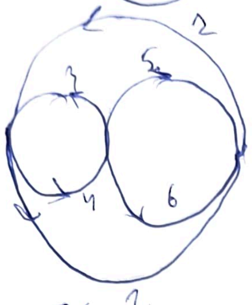
$\pi r_1 = 13$

$\pi r_2 = 21$

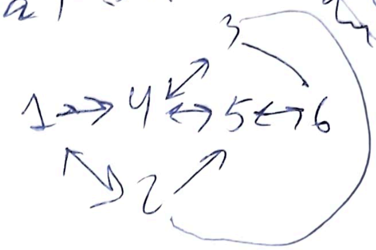
$\pi\left(\frac{r_1+r_2}{2}\right) = 34$.

28 + 34 ... 14 ... 83 + 12





B →



целые.

$13x + 21y + 34z - ?$

$\times 17 \cdot 5 = 85$, $\times 17 \cdot 4 = 68$, $85 - 68$

$13 \cdot 5 = 65$, $21 \cdot 3 = 63$, $65 + 63 + 34 = 162$

$7x + 11y + 17z = 85$.

$\times 17 \cdot 3 = 51$

$z = 5$, $ans = 85 \cdot 2$

$z = 4$, $7x + 11y = 17$.: $y = 0$: x $85 | 7$ ... 15, $85 | 11$ ... 7

$y = 2$ x.

$z = 3$+ $7x + 11y = 34$ $y = 0$ x $-13 < 7r$.

$x + 4y + 17r = 17$. $+17$ $y = 1$ $7x = 23$.

$y = 2$ $7x = 12$. x $y \le 7$

$= 2 < -\frac{13}{7} < 1$ $y = 3$ $7x = 1$ x.

r. $18 - 14$

$z = 2$ $7x + 11y = 51$ $y = 0$: $7x = 40$

$7x = 39$ $5 \ge y + 7r - 2 \ge 0$

$r = 0$, $x + 4y = 11$

$y = 0$, $x = 14$.

$y = 2$ $7x = 28$, $x = 4$

$y =$. $7x = 17$. $5 \ge 7r - 2 \ge 0$.

$z = 1$. $7x + 4y =$

$77 - 68 = 9$

$17 \cdot 7 \ge r$.

$y = 2$, $x = 3$. $1 - 10b = 0$

$x = 4$, $y = 2$, $z = 2$.

$7x + 11y \,\vdots\, 17$ $10b = 1$ $b = 0, 1$ $y = 7$: $9 + 7x \,\vdots\, 17$ $7x \overset{17}{\equiv}$

$\times 17 \cdot 7 = 119$ $y + 7r - 2 \ge 0$. $\frac{119}{7}$

7: $4y + 3z \overset{7}{\equiv} 1$.

$119 - 85 = 34$ $y \ge 2 - 7r$ 34

11: $-4x + 6z \overset{11}{\equiv} 8$. $y \le 7$, $11y \,\vdots\, 7$ $= 17$

$3(z - y) \overset{7}{\equiv} 1$

7: $4y + 3z \overset{7}{\equiv} 1$ $28y$ $+0$

$z - y \overset{7}{\equiv} 5$.

$y = 0$ $3z \overset{7}{\equiv} 1$, $z \overset{7}{\equiv} 5$

$z = y + 5$

$y = 1$ $3z \overset{7}{\equiv} -3$ $z \overset{7}{\equiv} 6$.

$y = 2$ $3z \overset{7}{\equiv} 0$ $z \overset{7}{\equiv} 0$

$z = y - 2$

$y = 3$ $3z \overset{7}{\equiv}$

$z = y + 7r - 2$.

$7x + 11y + 17y + 119r = 119$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Чистовик

№4

Т.к. радиус большей окружности равен сумме радиусов малых, то дуга $AC = \pi R_{AC} = \pi(R_{AB} + R_{BC}) = \pi R_{AB} + \pi R_{BC} = 13\text{км} + 21\text{км} = 34\text{км}$.

Пусть автомобиль проехал по дуге AB (любой) x раз, по BC — y раз, и по AC — z раз. Тогда

$7x + 11y + 17z = 85$ (1) (x, y, z — целые неотрицательные)

$7x + 11y + 17z \overset{7}{\equiv} 3(z-y) \overset{7}{\equiv} 85 \overset{7}{\equiv} 1$.

переберем остатки по модулю 7:

$z-y$	$3(z-y)$
0	0
1	3
2	6
3	2
4	5
5	1
6	4

Значит $(z-y) \overset{7}{\equiv} 5$, $z \overset{7}{\equiv} y+5$

Пусть $z = y + 5 + 7r$, где r — целое

т.к. $z \le \frac{85}{17} = 5$ (из (1)) и $y \ge 0$, то

$5 + 7r \le 5$; $r \le 0$.

т.к. $z \ge 0$ и из (1) $y \le \frac{85}{11} < 8$, то

$0 \le 8 + 5 + 7r$, $-1 \le r$.

~~если ...~~

Значит $r = 0$ или $r = -1$. Рассмотрим случаи.

1) $r = 0$, $z = y + 5 \le 5$, такое может быть только если $z = 5$, $y = 0$, тогда $x = \frac{85 - 17\cdot 5 - 11\cdot 0}{7} = 0$.
Получаем решение (1): $(0; 0; 5)$.

2) $r = -1$, $z = y - 2$, отсюда $y - 2 \ge 0$, $y \ge 2$.
(1): $7x + 28y - 34 = 85$; $x + 4y = 17$,
если $y = 2$, то $x = 17 - 8 = 9$, имеем решение $(9, 2, 0)$
если $y = 3$, то $x = 17 - 12 = 5$, решение $(5, 3, 1)$
если $y = 4$, то $x = 17 - 16 = 1$, решение $(1, 4, 2)$
если $y \ge 5$, то $x \le 17 - 20 = -3$, не подходит.

Так, мы получили 4 возможных решения.

„Взаимодействие" с точкой — машина въехала/выехала из нее. У точки A кол-во таких взаимодействий чётно.

чистовик

(т.к. машина начала и закончила путь в А — 2 взаимодействия, а по пути если въезжала в А, то и выезжала из неё — чётное кол-во).

Также заметим что кол-во взаимодействий с А это ~~x+z~~ $x+z$. Значит $x+z$ должно быть чётно, тогда подходит только решение $(5, 3, 1)$.

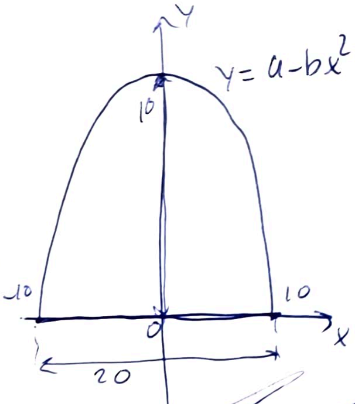
Пример маршрута:

5 раз из А в В (по кругу) → 3 раза из В в С (по кругу) → из С в А.

Итак, машина проехала $5 \cdot 13\text{км} + 3 \cdot 21\text{км} + 1 \cdot 34\text{км} =$
$= 162$ км.

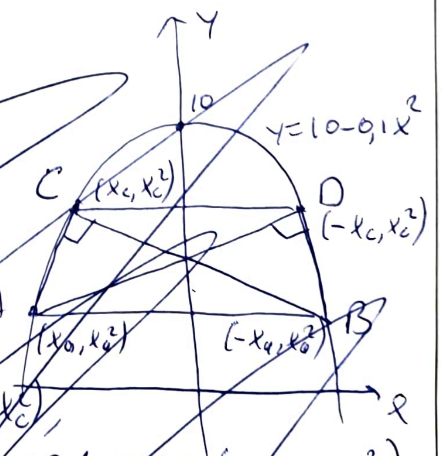
Ответ. 162км

№6.



Из условия $y(10)=y(-10)=0$;
~~$a-100b=0$~~. и $y(0)=10$:

$$\begin{cases} a-100b=0 \\ a=10 \end{cases} \quad \begin{cases} a=10 \\ b=0{,}1. \end{cases}$$



Пусть A имеет координаты (x_a, x_a^2), тогда B − $(-x_a, x_a^2)$.
(из параллельности AB и Ox).

Пусть C имеет координаты (x_c, x_c^2), тогда аналогично D имеет координаты $(-x_c, x_c^2)$.

По условию $\triangle ABC$ ~~$\triangle ABD$~~ − прямоугольный, значит

$$\begin{cases} AB^2 = AC^2 + BC^2 \\ \cancel{AB^2 = AD^2 + BD^2} \end{cases} \quad \begin{cases} (2x_a)^2 = (x_a - x_c)^2 + (x_a^2 - x_c^2)^2 + (x_a + x_c)^2 + (x_a^2 - x_c^2)^2 \\ \cancel{(2x_a)^2} \end{cases}$$

Черновик

~~$4x_a^2 = (x_a - x_c)^2(1 + (x_a + x_c)^2) + (x_a + x_c)^2(1 + (x_a - x_c)^2)$;~~

~~$4x_a^2 = 2x_a^2 + 2x_c^2 + 2x_a^4 + 2x_c^4 - 4x_a^2x_c^2$~~

~~Чистовик~~

~~$2(x_a^2 - x_c^2)^2 = 4x_a^2 - (x_a^2 - 2x_ax_c + x_c^2) - (x_a^2 + 2x_ax_c + x_c^2)$~~

~~$(x_a^2 - x_c^2)^2 = x_a^2 - x_c^2$. По условию $x_a \neq x_c$, значит~~

~~$x_a^2 \neq x_c^2$, тогда $x_a^2 - x_c^2 = 1$~~

~~Расстояние между AB и CD это разница~~

~~координат по Y точек~~

$x_a; 10 - 0{,}1x_a^2$ $\quad$ $x_c; 10 - 0{,}1x_c^2$.

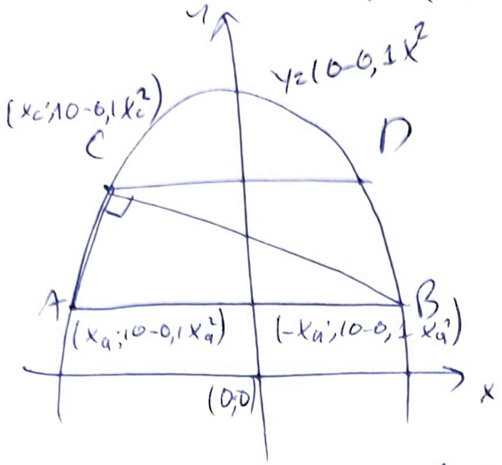
AB $\quad 4x_a^2 = (x_a - x_c)^2 + 2(10 - 0{,}1x_a^2 - 10 + 0{,}1x_c^2)^2 +$

$+ (x_a + x_c)^2$.

$(0{,}1(x_c^2 - x_a^2))^2 = x_a^2 - x_c^2$,

чистовик

№6 (продолжение).



Пусть координата точки A – $(x_a;\ 10-0{,}1x_a^2)$, C – $(x_c;10-0{,}1x_c^2)$ тогда из параллельности AB, CD и OX
B $(-x_a;10-0{,}1x_a^2)$
D $(-x_c;10-0{,}1x_c^2)$.

по условию $\triangle ABC$ – прямоугольный, значит

$AB^2=AC^2+BC^2$.

$$(2x_a)^2=(x_a-x_c)^2+(10-0{,}1x_a^2-10+0{,}1x_c^2)^2+(x_a+x_c)^2+$$
$$+(10-0{,}1x_a^2-10+0{,}1x_c^2)^2;$$

$$2(0{,}1x_c^2-0{,}1x_a^2)^2=4x_a^2-(x_a^2-2x_ax_c+x_c^2)-(x_a^2+2x_ax_c+x_c^2)$$

$$0{,}02(x_c^2-x_a^2)^2=2(x_a^2-x_c^2).$$

по условию $x_a\neq x_c$, тогда $x_a^2-x_c^2\neq 0$ и

$0{,}01|x_c^2-x_a^2|=1.$; $|x_c^2-x_a^2|=100.$

Расстояние между билками AB и CD это

$$|(10-0{,}1x_c^2)-(10-0{,}1x_a^2)|=|0{,}1(x_a^2-x_c^2)|=0{,}1|x_a^2-x_c^2|=$$
$=10.$

Ответ: 10

Чистовик

№1

Рассмотрим 3 случая

1) 2 лучших защитника - универсалы

$\underbrace{\frac{3\cdot 2}{2!}}_{\text{защитники}} \cdot \underbrace{\frac{7\cdot 6\cdot 5}{3!}}_{\text{нападающие (из 6 нападающих и 1 универсала)}} \cdot \underbrace{2}_{\text{вратарь}} = 7\cdot 5\cdot 3\cdot 2 = 210$

2) 1 лучший защитник - универсал.

$\underbrace{3}_{\text{защитник-универсал}} \cdot \underbrace{5}_{\text{просто защитник}} \cdot \underbrace{\frac{8\cdot 7\cdot 6}{3!}}_{\text{нападающие (из 6 нап. и 2 универсалов)}} \cdot \underbrace{2}_{\text{вратарь}} = 8\cdot 7\cdot 5\cdot 3\cdot 2 = 8\cdot 210$

3) лучшие защитники - только защитники

$\underbrace{\frac{5\cdot 4}{2!}}_{\text{защитники}} \cdot \underbrace{\frac{9\cdot 8\cdot 7}{3!}}_{\text{нападающие (6+3)}} \cdot \underbrace{2}_{\text{вратарь}} = 8\cdot 7\cdot 5\cdot 3\cdot 2 = 8\cdot 210$

Всего $210(1+8+8) = 3570$. вариантов.

Ответ: 3570

№7

т.к. $10^{85} > n > 10^{84}$. (10^{84} очевидно не подходит т.к. $S(2\cdot 10^{84}) = 2 \neq S(10^{84})$.)

возьмем $m = 10^{84}+1$: Пусть n имеет вид $a\cdot 10^{84}+k$.

$S((10^{84}+1)n) = S(n+a) + S(k) = S(n) = S(a) + S(k)$,

откуда $S(n+a) = S(a)$.

Если при сложении n и a первая слево цифра n не меняется или становится больше, то $S(n+a)$ ~~$\geq S(n)$~~ $> S(a)$. Значит ~~пер~~ при сложении первая слево цифра становится меньше, то есть $a = 9$ и $S(n+9) = 9$.

Для того, чтобы произошло переполнение ~~n - предпоследняя~~ n и должно иметь вид $\overline{999\ldots99x}$, $0 \le x \le 9$, и чтобы $S(n+9) = 9$, $x+9$ ~~+8~~ должно быть равно 18,

Чистовик

Значит $n = \underbrace{99\ldots9}_{85} = 10^{85} - 1$