0 241616 650009

24-16-16-65
(40.41)

14:19 выход
14:22 возвр.

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 3

Место проведения МОСКВА
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"
наменование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

ВАСИЛЬЕВА АНДРЕЯ ВЛАДИМИРОВИЧА
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

+1 лист

+1 лист

Дата

«25» ФЕВРАЛЯ 2024 года

Подпись участника

Итоговая оценка:

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
12	8	12	12	12	12	0	0	68

68 (шестьдесят восемь) ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

24-16-16-65 (40.41)

ЧЕРНОВИК.

№1.

1 вратарь 2 защитн. 3 напад.

C_2^1 C_8^2 · C_8^3

2 врат.
5 защитн.
6 нап.

C_7^2 · C_9^3

3 унив: защ. и нап.

$$\frac{8!}{6!\cdot 2!}\cdot\frac{8!}{3!\cdot 5!}=\frac{7!}{2!\cdot 5!}\cdot\frac{9!}{6!\cdot 3!}$$

№3.

$$\begin{cases}(xy+4x-y-4)\cdot|y-x-8|=(x-4)|xy+4x-y-4|\\ \sqrt{y-x+10}=y-3 \Rightarrow y\geq 3\end{cases}$$

$xy+4x-y-4=y(x-1)+4(x-1)=(x-1)(y+4)$

$(x-1)(y+4)\cdot|y-x-8|=(x-4)\cdot|(x-1)(y+4)|$.

$y\geq 3\Rightarrow y+4\geq 7>0$.

$(x-1)\cdot|y-x-8|=(x-4)\cdot|x-1|$

1) $x=1$.

$\sqrt{y+9}=y-3$

$y+9=y^2-6y+9$

$y^2-7y=0$

$y(y-7)=0$

$y_1=0$ $y_2=7$

не удовл. удовл.

~~x=1~~ $(1;7)$

2) $x>1$.

$y-x-8=x-4$

$y=2x+4$.

$\sqrt{x+14}=2x+1$.

$x+14=4x^2+4x+1$

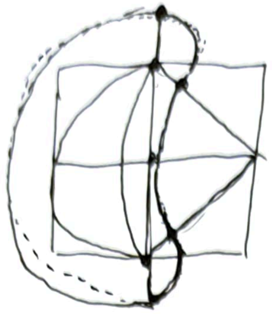
$4x^2+3x-13=0$.

$D=9+4\cdot 4\cdot 13=208$.

$16\times 13=48+16\cdot 10=208$

3) $x<1$.

Черновик



$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = -\frac{1}{x+1}$$

$$f:\ \frac{\frac{x-1}{x+1}-1}{\frac{x-1}{x+1}+1} = \frac{\frac{-2}{x+1}}{\frac{2x}{x+1}} = -\frac{1}{x}$$

$$\frac{\frac{1-x}{1+x}-1}{\frac{1-x}{x+1}+1} = \frac{\frac{-2x}{1+x}}{\frac{2}{x+1}} = -x$$

$$f(-x) = -\frac{1}{\frac{1-x}{1+x}+1} = -\frac{1}{\frac{2}{x+1}} =$$

$$= -\frac{x+1}{2}.$$

$$f(x) = -\frac{-x+1}{2} = \frac{x-1}{2}.$$

$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \frac{\frac{x-1}{x+1}-1}{2} = \frac{\frac{-2}{x+1}}{2} = -\frac{1}{x+1}$$

$$f(x) = \frac{x-1}{2}.$$

$$f\left(\frac{x-1}{2}\right) = \frac{\frac{x-1}{2}-1}{2} = \frac{x-3}{4} \quad f(f(x))$$

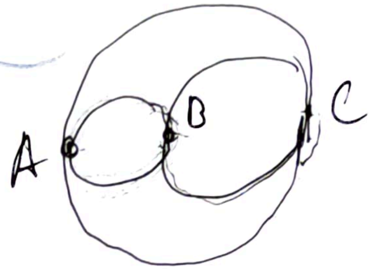
$$f\left(\frac{x-3}{4}\right) = \frac{\frac{x-3}{4}-1}{2} = \frac{x-7}{8} \quad f(f(f(x))).$$

$$\underbrace{f(f(f(\ldots f(x))))}_{9} = \frac{x-2^9+1}{2^9} = \frac{1}{2^9}\cdot x$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{512}.$$

Черновик

№4.



AB: 13км, 7 минут

BC: 21км, 11 минут

AC: 17 минут.

$\pi r_1 = 13$ $\quad \pi r_2 = 21$.

$D_3 = 2r_1 + 2r_2 \Rightarrow r_3 = r_1 + r_2$.

$\pi(r_1 + r_2) = 34$ км.

$85 \,|\, 17 = 5$

$7x + 11y + 17z = 85$

$85 - 7 = 78$

$z = 0$: $\quad 7x + 11y = 85$.

$x = 9$. $\quad y = 2$

$85 - 17 = 71$ $\quad 71 - 7 = 64$

$x = 9 + 11k$

$y = 2 - 7k$

$85 - 22 = 63$ $\quad 57 - 7 = 50$ $\quad 64 - 7 = 57$

9·13+2·21 км

$43 - 7 = 36$ $\quad 50 - 7 = 43$ $\quad 36 - 7 = 29$

$85 - 17 = 68$ $\quad 28 - 7 = 22$

$z = 1$: $\quad 7x + 11y = 68$

$68 - 11 = 57$ $\quad 57 - 11 = 46$ $\quad 46 - 11 = 35$

$x = 5$ $\quad y = 3$.

$68 - 35 = 33$

$5 \cdot 13 + 3 \cdot 21 + 1 \cdot 34$

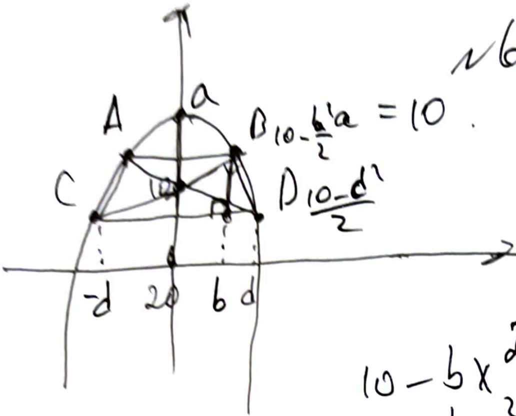
№7.

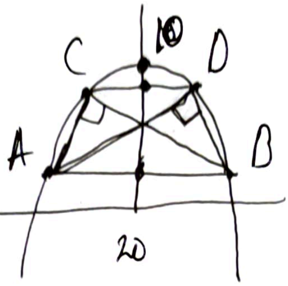
$1 \le m \le n$, $\quad m, n \in N$.

$S(mn) = S(n)$.

Черновик

№6.





$$10 - bx^2 = 0$$

$$bx^2 = 10$$

$$x^2 = \frac{10}{b}$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{10}{b}} \qquad 2\cdot\sqrt{\frac{10}{b}} = 20$$

$$y = 10 - \frac{x^2}{10} \qquad \sqrt{\frac{10}{b}} = 10$$

$$b = \frac{1}{10}$$

$$(b+d)\cdot(d-b) = h^2$$

$$d^2 - b^2 = h^2$$

$$h = \sqrt{d^2-b^2}$$

$$\frac{10-b^2}{2} - \frac{10-d^2}{2} = \frac{d^2-b^2}{2} = h$$

$$\frac{d^2-b^2}{2} = \sqrt{d^2-b^2}$$

$$\frac{x^2}{2} = x \Rightarrow x^2 = 2x$$

$$x = 2$$

$$\sqrt{d^2-b^2} = 2 \Rightarrow h = 2$$

24-16-16-65
(40.41)

Черновик

Черновик

$\frac{13+\sqrt{217}}{4}$

$\frac{-3-\sqrt{217}}{8}$

$\left|\frac{13-\sqrt{217}}{4}+\frac{3+\sqrt{217}}{8}-8\right|=4+\frac{3+\sqrt{217}}{8}$

$y=\frac{13+\sqrt{217}}{4}$

$\left|\frac{29-\sqrt{217}}{8}-8\right|=4+\frac{3+\sqrt{217}}{8}$

$8-\frac{29-\sqrt{217}}{8}=4+\frac{3+\sqrt{217}}{8}$

$4=\frac{29-\sqrt{217}}{8}+\frac{3+\sqrt{217}}{8}=4$

$x=\frac{-3+\sqrt{217}}{8}$

$\frac{26+2\sqrt{217}}{8}+\frac{3-\sqrt{217}}{8}-8=$

$=\frac{29+\sqrt{217}}{8}-8=4-\frac{-3+\sqrt{217}}{8}$

$\frac{-3+\sqrt{217}}{8}-4$

$\frac{x-1}{x+1}=-1$

$x-1=-x-1$

$2x=0$

$x=0$

$\begin{array}{r}51\\-17\\\hline 34\end{array}$

$\frac{x-1}{x+1}=k$

$12+59-8=51+12=63$

$x-1=kx+k$

$(\cancel{k}-1)x=-k-1$

$x=-k-1$

Чистовик

№3.

$$\begin{cases} (xy+4x-y-4)\cdot|y-x-8| = (x-4)\cdot|xy+4x-y-4| \\ \sqrt{y-x+10} = y-3 \end{cases} \Rightarrow ~~y \geq x-10~~ \; y \geq x-10.$$

$$xy+4x-y-4 = y(x-1)+4(x-1) =$$

$$= (x-1)(y+4).$$

$$\sqrt{y-x+10} \geq 0 \Rightarrow y-3 \geq 0 \Rightarrow y \geq 3.$$

Тогда $y+4 \geq 7 > 0$.

$$(x-1)(y+4)\cdot|y-x-8| = (x-4)\cdot|(x-1)\cdot(y+4)|.$$

Так как $y+4>0$, то её можно вынести из модуля и сократить:

$$(x-1)\cdot|y-x-8| = (x-4)\cdot|x-1|$$

1) $x=1$: первое ур-ние обнуляется: $0=0$

Второе: $\sqrt{y+9} = y-3$

$$y+9 = y^2-6y+9 \; ; \; y \geq 3.$$

$$y^2-7y=0$$

$$y(y-7)=0.$$

1) $y=0$ не удовл. условию.

2) $y=7$ подходит.

Получаем ~~пару~~ решение: $(1;7)$.

2) $x>1 \Rightarrow x-1>0$, сокращаем на него.

$$|y-x-8| = x-4.$$

Отсюда следует, что $x \geq 4$, иначе решений нет $(|y-x-8| \geq 0)$.

2.1) $y-x-8 \geq 0$: Чистовик №3 (прод. 1)

$$y-x-8=x-4.$$

$$y=2x+4.$$

$$\sqrt{y-x+10}=y-3.$$

$$\sqrt{x+14}=2x+1.$$

$$x+14=4x^2+4x+1$$

$$4x^2+3x-13=0.$$

~~$D = 9+4 \cdot 13 \cdot 4 = 208+9 = 217.$~~

Расмотрим $f(x)=4x^2+3x-13$.

$f'(x)=8x+3$. При $x \geq 4$ $f'(x)>0$.

$x=4$: $f(x)=4 \cdot 4^2+3 \cdot 4-13=64+12-13=63>0$.

Получаем, что при $x \geq 4$ $f(x) \geq 63 \Rightarrow$ рав-во 0 не будет $\Rightarrow$ корней нет.

2.2) $y-x-8<0$:

$$x+8-y=x-4$$

$$y=12.$$

$$\sqrt{y-x+10}=y-3$$

$$\sqrt{22-x}=9.$$

$22-x=81 \Rightarrow x=-59$ - не удовл.

Получаем, что при $x>1$ решений нет.

3) $x<1$:

Сокращаем, получаем

$$|y-x-8|=4-x$$

~~$4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4$.~~

3.1) $y-x-8 \geq 0$:

$$y-x-8=4-x$$

$$y=12$$

Чистовик

$\sqrt{22-x} = 9$ №3 (прод. 2)

$22-x=81 \Leftrightarrow x=-59$ - удовл.

$x=-59,\ y=12$: $(-59;12)$.

3.2) $y-x-8<0$:

$x+8-y=4-x$

$y=2x+4$.

$\sqrt{x+14}=2x+1$. $\Rightarrow 2x+1\geq 0$

$x+14=4x^2+4x+1$ $x\geq -\frac{1}{2}$.

$4x^2+3x-13=0$.

$\times\ 16$
13
48
16
208

$D=9+4\cdot 4\cdot 13=208+9=217$.

$x_1=\frac{-3+\sqrt{217}}{8}$. $x_2=\frac{-3-\sqrt{217}}{8}$

~~$\frac{-3+\sqrt{217}}{8}>0$~~

~~т.к. $\sqrt{217}>3=\sqrt{9}$.~~

$\cancel{\frac{-3-\sqrt{217}}{8}<\frac{-3+\sqrt{217}}{8}<4}$.

$\cancel{\frac{-3-\sqrt{217}}{8}<0<1}$.

Но $x\leq$

$\frac{-3+\sqrt{217}}{8}\leq 1$

$-3+\sqrt{217}\leq 8$

$\sqrt{217}\leq 11$

$\sqrt{217}\leq\sqrt{121}$

неверно.

удовл.

$\frac{-3-\sqrt{217}}{8}\geq -\frac{1}{2}$.

$\frac{3+\sqrt{217}}{8}\leq\frac{1}{2}$

$3+\sqrt{217}\leq 4$

$\sqrt{217}\leq 1$

неверно.

$2\ 8$
$\times\ 35$
35
175
105
1225

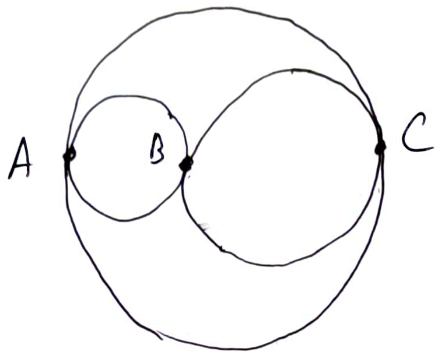
~~удовл. условию~~

$\cancel{\left(\frac{-3+\sqrt{217}}{8};\frac{13+\sqrt{217}}{4}\right)}$ и $\cancel{\left(\frac{-3-\sqrt{217}}{8};\frac{13-\sqrt{217}}{4}\right)}$.

Ответ: $(1;7)$, $(-59;12)$, $\cancel{\left(\frac{-3+\sqrt{217}}{8};\frac{13+\sqrt{217}}{4}\right)}$,

$\cancel{\left(\frac{-3-\sqrt{217}}{8};\frac{13-\sqrt{217}}{4}\right)}$.

Чистовик №4.



Найдем длину дуги AC.

$\pi r_1 = 13$

$\pi r_2 = 21$.

~~Найдем радиусы всех окружностей.~~

$D_3 = 2r_1 + 2r_2 \Rightarrow r_3 = \frac{D_3}{2} = r_1 + r_2$.

$AC = \pi(r_1 + r_2) = 13 + 21 = 34$ км.

Пусть он проезжал x дуг AB, y дуг BC и z дуг AC. Тогда суммарное время:

$$7x + 11y + 17z = 85$$

z варьируется от 0 до 5, ~~поэтому~~ рассмотрим все случаи.

1) $z = 0$. $7x + 11y = 85$.

Решая ~~диофантово~~ ур-ние получаем:

$x = 9 + 11k$, $y = 2 - 7k$, $k \in \mathbb{Z}$.

Оба числа должны быть неотрицательными

$9 + 11k \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{9}{11}$

$2 - 7k \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{2}{7}$ $\Rightarrow k = 0$.

$x = 9$ и $y = 2$ – единств. решение.

~~$(9; 2; 0) \Rightarrow$ проехал: $9 \cdot 13 + 2 \cdot 21 + 0 \cdot 34 =$~~

~~$= 117 + 42 = 159$ км.~~

Он мог проехать дуга

Однако, раз он из A выехал, а по AC не ездил, то по дуге AB он должен

Чистовик

№4 (прод. 1)

проехать чётное кол-во раз, но он проехал 9 ⇒ так проехать он не мог.

2) $z=1$. $7x+11y=68$.

$x=5+11k$, $y=3-7k$, $k\in\mathbb{Z}$.

$5+11k\geq 0 \Rightarrow k\geq -\frac{5}{11}$

$3-7k\geq 0 \Rightarrow k\leq \frac{3}{7}$ $\Rightarrow k=0$.

$x=5$, $y=3$, $z=1$.

Он мог проехать 4 дуги AB (2 круга), затем одну AC, затем 2 дуги CB (1 круг), ещё одну CB и завершить последней дугой BA.

3) $z=2$ $7x+11y=51$

$x=1+11k$, $y=4-11k$

$1+11k\geq 0 \Rightarrow k\geq -\frac{1}{11}$

$4-11k\geq 0 \Rightarrow k\leq \frac{4}{11}$ $\Rightarrow k=0$.

$x=1$, $y=4$, $z=2$.

Невозможно, так как ~~в A он уехал~~ если мы выехали из A, но должны в A вернуться ⇒ $x+z$ должно быть чётно. Но $x+z=3$ — противоречие.

4) $z=3$ $7x+11y=34$

$x=-3+11k$ $y=5-7k$

$-3+11k\geq 0 \Rightarrow k\geq \frac{3}{11}$

$5-7k\geq 0 \Rightarrow k\leq \frac{5}{7}$ $\Rightarrow k\in\mathbb{Z}$ нету.

невозможно

Чистовик
№4 (прод.2)

5) $z = 4.$

$$7x + 11y = 17.$$

$y = 0 : 7x = 17$ - нет реш.

$y = 1 : 7x = 6$ - нет реш.

При $y \geq 2$ $x < 0$ - нет решений.

6) $z = 5.$

$$7x + 11y = 0.$$

$y = 0 : x = 0.$

$y \geq 1 : x < 0 \Rightarrow$ нет решений

$x + z = 5$ - нечётное $\Rightarrow$ не подходит.

Итого, подошёл только 1 вариант

$x = 5, y = 3, z = 1.$

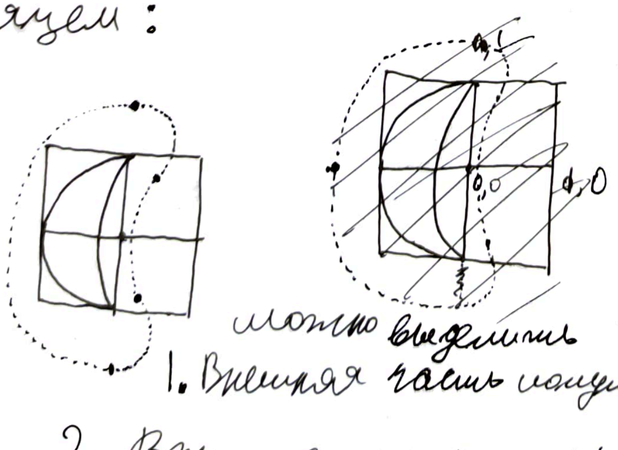
$S = 5 \cdot 13 + 3 \cdot 21 + 1 \cdot 34 = 65 + 63 + 34 =$

$= 128 + 34 = 162$ км.

Ответ: 162 км.

№2.

Поймём, что произошло с полумесяцем:



можно выделить 3 области:

1. Внешняя часть полумесяца (левая)

2. Внутренняя часть (правая)

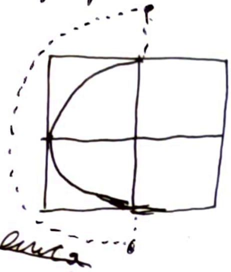
3. 2 крайние точки (где встречаются внешняя и внутр.

24-16-16-65 (40.41)

Чистовик

№2 (продолж. 1))

1) Внешняя:



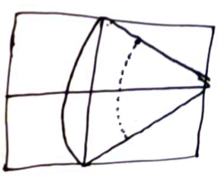
Здесь контур полумесяца ~~сдвигается~~ переходит на новую окружность с радиусом $r_1+\frac{1}{3}$. Найдём r_1.

$r_1 = 1$, так как он задан на рисунке, длина отрезка между $(0,1)$ и $(0,0) = 1$.

Тогда новый радиус $\frac{4}{3}$. Тогда эта часть площади равна половине разницы площади исходных: $\frac{\pi\cdot(\frac{4}{3})^2-\pi\cdot 1^2}{2} =$

$$= \frac{\pi(\frac{16}{9}-1)}{2} = \frac{\pi\cdot\frac{7}{9}}{2} = \pi\cdot\frac{7}{18} = \frac{7\pi}{18}.$$

2) Внутренняя:



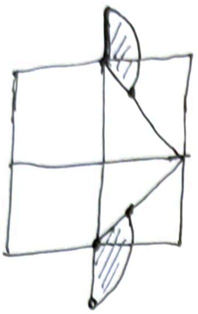
Контур переходит на окружность радиусом $r_2-\frac{1}{3}$. $r_2=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$, т.к. это расстояние между $(0,1)$ и $(1,0)$.

~~Это~~ Центральный угол равен 90° ($45^\circ+45^\circ$ — углы при диагоналях) $\Rightarrow$ искомая площадь это $\frac{90}{360}=\frac{1}{4}$ от разности: $\frac{\pi\cdot(\sqrt{2})^2-\pi\cdot(\sqrt{2}-\frac{1}{3})^2}{4} =$

$$= \frac{2\pi-\pi\cdot\left(2-\frac{2\sqrt{2}}{3}+\frac{1}{9}\right)}{4} = \frac{\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{9}\right)\pi}{4} = \frac{(6\sqrt{2}-1)\pi}{36}.$$

3) 2 крайние точки: области около них представляют собой 2 части окружности с радиусом $\frac{1}{3}$.

Чистовик



№2 (продолж. 2).

Центральный угол равен 135 (90+45).

Тогда суммарная площадь равна: $2 \cdot \frac{135}{360} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{270}{360} \cdot \frac{\pi}{9} =$

$= \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi}{9} = \frac{\pi}{12}.$

Итого: $S = \frac{7\pi}{18} + \frac{(6\sqrt{2}-1)\pi}{36} + \frac{\pi}{12} =$

$= \frac{14\pi + (6\sqrt{2}-1)\pi + 3\pi}{36} = \frac{(16+6\sqrt{2})\pi}{36} =$

$= \frac{(8+3\sqrt{2})\pi}{18}$. Ответ: $\frac{(8+3\sqrt{2})\pi}{18}$.

№5.

$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = -\frac{1}{x+1}$

$x : \frac{1-x}{1+x} \Rightarrow \frac{\frac{1-x}{1+x}-1}{\frac{1-x}{1+x}+1} = \frac{\frac{-2x}{1+x}}{\frac{2}{1+x}} = -x.$

$-\frac{1}{\frac{1-x}{1+x}+1} = -\frac{1}{\frac{2}{x+1}} = -\frac{x+1}{2}$

получаем, что $f(-x) = -\frac{x+1}{2}$

$x : -x$

$f(x) = -\frac{1-x}{2} = \frac{x-1}{2}.$

Итого: $f(x) = \frac{x-1}{2}$, $x \neq +1$.

24-16-16-65 (40.41)

Чистовик

№6 (продолж. 2)

как и h. Действительно, ведь высота перпендикулярна обеим прямым => это расстояние. Тогда: $h^2 = (d-(-b))\cdot(b-d)$ – ведь если опустить высоту, то проекции точек A, D и B имеют коорд. X) $-b$, d, b. $h^2 = (b+d)(b-d) = b^2-d^2$.

$h = \sqrt{b^2-d^2} > 0$.

Итого: $h = \sqrt{b^2-d^2} = \frac{b^2-d^2}{10}$

$10\sqrt{b^2-d^2} = b^2-d^2$

$10 = \sqrt{b^2-d^2} = h$.

Получаем, что $h = 10$.

Ответ: 10.

№1.

Рассмотрим случаи:

1) Среди заступников 0 универсалов.

$C_2^1 \cdot C_5^2 \cdot C_9^3$

2) 1 унив.

$C_2^1 \cdot C_3^1 \cdot C_5^1 \cdot C_8^3$

3) 2 унив.

$C_2^1 \cdot C_3^2 \cdot C_7^3$.

Итого:

$2\cdot\frac{5!}{2!\cdot3!}\cdot\frac{9!}{6!\cdot3!} + 2\cdot\frac{3!}{2!}\cdot\frac{5!}{4!}\cdot\frac{8!}{5!\cdot3!} +$

$+ 2\cdot\frac{3!}{2!}\cdot\frac{7!}{4!\cdot3!} =$

$= \cancel{2}\cdot\frac{5\cdot4}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{9}^3\cdot\cancel{8}^4\cdot7}{\cancel{6}} + 2\cdot3\cdot5\cdot\frac{8\cdot7\cdot\cancel{6}}{\cancel{6}} +$

$+ 2\cdot3\cdot\frac{7\cdot6\cdot5}{6} = 3\cdot4\cdot4\cdot5\cdot7 + 2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot8 + 2\cdot3\cdot5\cdot7$

Чистовик

№1 (продолж.)

$= 80 \cdot 21 + 80 \cdot 21 + 210 = 210 \cdot (8 + 8 + 1) =$

$= 210 \cdot 17 = 3570.$

Ответ: 3570.

$$\begin{array}{r} \times\ 210 \\ 17 \\ \hline 147 \\ +\ 21 \\ \hline 3570 \end{array}$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

Чистовик

№5 (прод. 1)

$$f\left(\frac{x-1}{2}\right)=\frac{\frac{x-1}{2}-1}{2}=\frac{x-3}{4}.$$

Утвержд.: $\underbrace{f(f(\ldots f(x)))}_{n}=\frac{x-2^n+1}{2^n}$.

База: $n=1$. $f(x)=\frac{x-2^1+1}{2^1}=\frac{x-1}{2}$.

Переход: пусть для k верно. докажем для $k+1$.

$$\underbrace{f(f(\ldots f(x)))}_{k}=\frac{x-2^k+1}{2^k}.$$

$$\underbrace{f(f(\ldots f(x)))}_{k+1}=f\left(\frac{x-2^k+1}{2^k}\right)=$$

$$=\frac{\frac{x-2^k+1}{2^k}-1}{2}=\frac{x-2^k\cdot 2+1}{2^{k+1}}=\frac{x-2^{k+1}+1}{2^{k+1}}$$

Доказано. Значит, $\underbrace{f(f(\ldots f(x)))}_{9}=$

$$=\frac{x-2^9+1}{2^9}=\frac{x-511}{512}=g(x).$$

$g'(x)=\frac{1}{512}\Rightarrow g'(0)=\frac{1}{512}.$

Ответ: $\frac{1}{512}$.

№6.

$y=a-bx^2$. Во-первых, найдём эту параболу. $f(x)=a-bx^2$.

Заметим, что её вершина в точке 0.

$x_в=-\frac{0}{-2b}=0$. Тогда a — это в том числе высота входа $\Rightarrow a=10$.

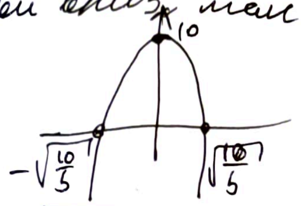
Чистовик.

№6 (продолж. 1)

$f(x)=10-bx^2$. $\quad 10-bx^2=0$.

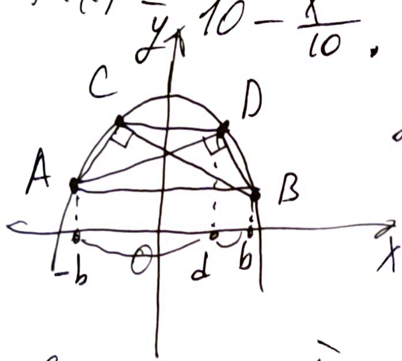
$x^2=\frac{10}{b}$.

$b>0$, т.к. $-b<0$ => ветви вниз, max и должно быть. $x=\pm\sqrt{\frac{10}{b}}$.



Тогда $2\sqrt{\frac{10}{b}}=\underbrace{20}_{\text{длина поля}}$ => $\sqrt{\frac{10}{b}}=10$ => $b=\frac{1}{10}$.

$f(x)=10-\frac{x^2}{10}$. Отлично, парабола найдена.



Нужно найти расстояние между AB и CD. Обозначим его за h.

CD∥AB∥OX. Тогда это означает, что координаты y попарно совпадают => => Если у D коорд. x: d, то у C коорд. $x=-d$, аналогично: B: коорд. $x=b$, у A коорд. $x=-b$. Тогда с одной стороны, $h=\left(10-\frac{d^2}{10}\right)-\left(10-\frac{b^2}{10}\right)$ — это коорд. y D и B, но они те же самые, что и у прямых CD и AB из параллельности OX. И тогда разность координат y — это ~~высота~~ расстояние

$$h=10-\frac{d^2}{10}-10+\frac{b^2}{10}=\frac{b^2-d^2}{10}.$$

Заметим, что высота в $\triangle ADB$, опущенная из т. D на AB имеет такую же длину,