выход 13.45–13.47
+1 ЕГ

0 191068 830002

19-10-68-83
(38.8)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант ______________

Место проведения г. Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Горяйнова Олега Александровича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
19-10-68-83	95	15	15	5	15	15	15	15	0

Чистовик | 95 Девяносто пять

Вакуль

№1

~~m, n ∈ ℤ~~ $a, b, m, n \in \mathbb{Z}$

$x_1 = \frac{1}{m} - 2 \quad x_2 = \frac{1}{n} - 2$

По т. Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1 x_2 = b \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{1}{m} + \frac{1}{n} - 4 = -a \\ \left(\frac{1}{m} - 2\right)\left(\frac{1}{n} - 2\right) = b \end{cases}$$

Давайте посмотрим может ли хотя бы один корень быть рациональным:

Пусть $x_1 = \frac{q}{p}$, тогда $x_2 = -a - \frac{q}{p}$, где p и q — взаимно простые числа

Тогда $b = x_1 x_2 = \frac{q}{p} \cdot \left(-\frac{(ap+q)}{p}\right)$ —

— получается, что b — не целое число. Противоречие.

Тогда x_1 и x_2 — оба целых числа, тогда соответственно $\frac{1}{m}$ и $\frac{1}{n}$ — целые числа, где m и n — целые различные числа.

Получается либо $m=1$ $n=-1$, либо $m=-1, n=1$

Посчитаем $a+b$:

$$a+b = b-(-a) = \left(\frac{1}{m}-2\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)+4-\frac{1}{m}-\frac{1}{n}$$

При $m=1$ $n=-1$:

$$a+b = \left(\frac{1}{1}-2\right)\left(\frac{1}{-1}-2\right)+4-\frac{1}{1}-\frac{1}{(-1)} = (-1)\cdot(-3)+4-1+1 =$$
$$= 3+4 = 7$$

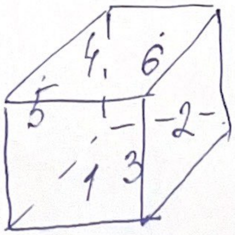
При $m=-1$ $n=1$:

$$a+b = \left(\frac{1}{-1}-2\right)\left(\frac{1}{1}-2\right)+4-\frac{1}{(-1)}-\frac{1}{1} = (-3)\cdot(-1)+4+1-1 =$$
$$= 3+4 = 7$$

$\boxed{\text{Ответ: } 7}$

Чистовик

№2



Давайте запишем все возрастающие последовательности ~~12~~ из 3 чисел:

123 ~~235~~ 356 456
124 ~~245~~
126 ~~2~~
135 235
136 236
145 245
146 246
156

Несложно посчитать, что их получилось 14

$\boxed{\text{Ответ: 14}}$

№4

~~Сначала посчитаем кол-во рассадок девочек по местам, если нам всё равно какая~~

~~Мы можем рассадить девочек двумя вариантами:~~

~~1 2 3 4 5 6 7 8 9 10~~

~~I в) д д д д д~~

~~II в) д~~

Мы можем рассадить девочек шестью ~~способами~~ вариантами:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I в)	д		д		д		д		д	
II в)	д		д		д		д			д
III в)	д		д		д			д		д
IV в)	д		д			д		д		д
V в)	д			д		д		д		д
VI в)		д		д		д		д		д

стр 2

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

[Чистовик]

№7 (продолжение)

$\frac{50}{2} = 25$ минут оно раскладывается на сумму только единственным образом:

$25 = 7+7+11$ (он проехал 2 раза окружность радиуса r и 1 раз

$50 = 2(7+7+11)$ ~~(он проехал 1~~ по радиусом R

Т.е. получаем, что он ехал 5 раз дугу AB, 3 раза дугу BC и 1 раз дугу AC

Посчитаем расстояние:

$5 \cdot \smile AB + 3 \cdot \smile BC + 1 \cdot \smile AC = 5 \cdot 15 + 3 \cdot 25 + 40 =$
$= 75 + 75 + 40 = 190$

$\boxed{\text{Ответ: } 190 \text{ км}}$

№3

$$\frac{2bc-2a^2+2a}{2a} + \frac{2ca-2b^2+2b}{2b} + \frac{2ab-2c^2+2c}{2c} =$$

сохранение знака при оценке неравенства

~~2bc~~ т.к. $a, b, c > 0$, то

$2bc \leq b^2+c^2$

$$= \frac{b^2+c^2-2a^2}{2a} + \frac{a^2+c^2-2b^2}{2b} + \frac{a^2+b^2-2c^2}{2c} + 3 =$$

Видим, что это симметричное уравнение (то есть если мы хотим взять число l, m, n, то неважно ~~в~~ куда какое мы подставим, получится одно и тоже значение)

~~В симметр~~

№3 (продолжение)

В симметричных уравнениях минимальное значение достигается при равенстве переменных.

Пусть $a = b = c = q$ не туда подставляется

$$\frac{q^2+q^2-2q^2}{2q}+\frac{q^2+q^2-2q^2}{2q}+\frac{q^2+q^2-2q^2}{2q}+3=$$

$$=3$$

т.е. минимальное значение данного выражения : 3

$\boxed{\text{Ответ: } 3}$

стр 8

19-10-68-83 (38.8)

$\boxed{\text{Чистовик}}$

№4 (продолжение)

~~В каждом из ~~способ~~ вариантов девочки могут рассесться 5! ~~способами вариантами~~ способами, а ~~их~~ 3 мальчика с учителем могут $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 5!$ ~~вариантами~~ способами. То есть итоговое кол-во ~~вариантов~~ способов:~~

~~$6 \cdot 5! \cdot 5! = 6 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5)^2 = 6 \cdot 120^2 = 6 \cdot 14400 = 86400$~~

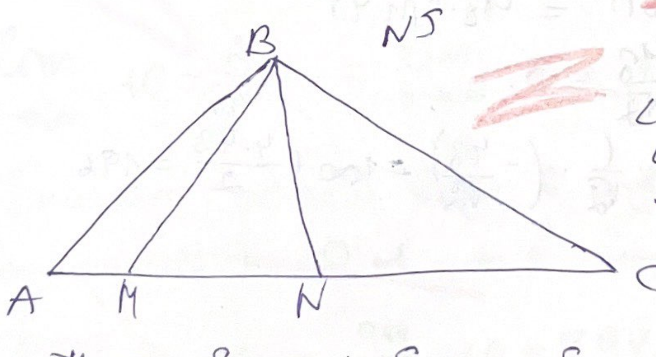
~~Ответ: 86400 вариантов~~

В каждом из вариантов девочки могут рассесться 5! способами, а 3 мальчика с учителем могут разместиться $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$, то есть тоже 5! способами. То есть всего кол-во способов:

$6 \cdot 5! \cdot 5! = 6 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5)^2 = 6 \cdot 120^2 = 6 \cdot 14400 = 86400$

$\boxed{\text{Ответ: 86400 способов}}$

№5



Дано: $\triangle ABC$, $\angle ABM = 15^\circ$, $\angle MBN = 45^\circ$, $\angle NBC = 75^\circ$.

~~$S_1 = S_{ABM}$, $S_2 = S_{BNC}$~~

~~$S_1 + S_2 =$~~

Найти: S_{ABC}

Пусть $S_{ABM} = S_1$, $S_{BNC} = S_2$, $S_{BMN} = S_3$, $S_{ABC} = S$, тогда по условию:

~~$\begin{cases} S_1 + S_2 = 5 \\ S_1 \cdot S_2 = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} S_1 + S_2 = 5 \\ S_2 = \frac{3}{S_1} \end{cases}$ $\begin{cases} S_1 + \frac{3}{S_1} = 5 \\ S_2 = \frac{3}{S_1} \end{cases}$~~

~~$\begin{cases} S_1^2 - 5S_1 + 3 = 0 \\ S_2 = \frac{3}{S_1} \end{cases}$ $\begin{cases} S_1 = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \\ S_2 = \frac{3}{S_1} \end{cases}$~~

$S_1 \cdot S_2 = 3$

$S_1 = \frac{1}{2} AB \cdot BM \cdot \sin 15^\circ$ $\quad S_2 = \frac{1}{2} BN \cdot BC \cdot \sin 75^\circ$

Чистовик

№5 (продолжение)

$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot AB\cdot BM\cdot BN\cdot BC\cdot\sin 15^\circ\cdot\cos 15^\circ=3$

$AB\cdot BM\cdot BN\cdot BC\cdot\sin 15^\circ\cos 15^\circ=12$

$AB\cdot BM\cdot BN\cdot BC\cdot 2\sin 15^\circ\cos 15^\circ=24$

$AB\cdot BM\cdot BN\cdot BC\cdot\sin 30^\circ=24$

$AB\cdot BM\cdot BN\cdot BC=48$

Пусть $x=BM\cdot BN$, тогда $\frac{48}{x}=AB\cdot BC$

$S_1+S_2+S_3=S$

$S_1+S_2+\frac{1}{2}BM\cdot BN\cdot\sin 45^\circ=\frac{1}{2}AB\cdot BC\cdot\sin 135^\circ$

$5+\frac{1}{2}BM\cdot BN\cdot\sin 45^\circ=\frac{1}{2}AB\cdot BC\cdot\sin 45^\circ$

$5+\frac{1}{2}x\cdot\sin 45^\circ=\frac{1}{2}\cdot\frac{48}{x}\cdot\sin 45^\circ \quad |\cdot 2$

$10+x\cdot\sin 45^\circ=\frac{48}{x}\cdot\sin 45^\circ \quad |\cdot x$

$10x+x^2\cdot\sin 45^\circ=48\cdot\sin 45^\circ$

$\frac{1}{\sqrt{2}}x^2+10x-\frac{48}{\sqrt{2}}=0.$

$D=10^2-4\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\left(-\frac{48}{\sqrt{2}}\right)=100+\frac{4\cdot 48}{2}=196$

$\sqrt{D}=14$

$x=\frac{-10\pm 14}{2\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}}$

т.к $x>0$, то

$x=\frac{-10+14}{\frac{2}{\sqrt{2}}}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

$S=\frac{1}{2}AB\cdot BC\cdot\sin 135^\circ=\frac{1}{2}\cdot\frac{48}{x}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{48}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=$

$=\frac{48}{8}=\frac{24}{4}=\cancel{12}\,6$

$\boxed{\text{Ответ: } 6}$

стр 4

Чистовик

№6

а) Будем рассматривать время когда в кувшин уже добавили какое-то кол-во воды (либо 7л, либо 5л), но ещё не вылили половину.

$y = 10 - \frac{3}{2^{x-1}}$, где x – это какой день, а y – кол-во воды в кувшине в промежутке времени, которое мы рассматриваем.

2^{x-1} – возрастающая функция

$\frac{3}{2^{x-1}}$ – убывающая функция

$-\frac{3}{2^{x-1}}$ – возрастающая функция

Значит её максимум будет при $x \to \infty$

$\lim\limits_{x\to\infty} 10 - \frac{3}{2^{x-1}} = \lim\limits_{x\to\infty} 10 - 0 = \lim\limits_{x\to\infty} 10.$

Значит объём воды в кувшине будет стремиться к 10 л, т.е. ~~мин.~~ объём кувшина – 10л

б) $99{,}9\% \cdot 10л = \frac{999}{1000} \cdot 10 = 9{,}99л$ – это минимальный объём, если нужно не менее 99,9%.

Найдём по нашей формуле этот день:

$10 - \frac{3}{2^{x-1}} \geq 9{,}99$

$\cancel{\frac{3}{2^{x-1}} \leq 0}$ $\frac{3}{2^{x-1}} \leq 0{,}01$

$2^{x-1} \geq \frac{3}{0{,}01}$

$2^{x-1} \geq 300$

т.к. $x \in N$, то [Чистовик] №6(продолжение)

~~$x=1$~~

$$x - 1 \geq 9$$

~~2^{x-1}~~

$$x \geq 10$$

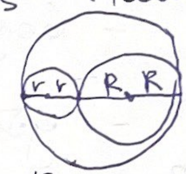
Т.е. на 10 день такой кувшин будет наполнен не менее, чем на 99,9%.

Ответ: а) 10 л б) 10ый день

№7 $t = 85$ минут

$t_1 = 7$ минут $t_2 = 11$ минут $t_3 = 17$ мин

$\smile AB = 15$ км $\smile BC = 25$ км



Для начала найдём $\smile AC$

Пусть r – радиус дуги AB, R – радиус дуги BC, тогда:

$$\smile AB = \frac{2\pi r}{2} = \pi r \qquad \smile BC = \frac{2\pi R}{2} = \pi R$$

$$\smile AC = \frac{2\pi(r+R)}{2} = \pi r + \pi R = \smile AB + \smile BC =$$

$$= 15 + 25 = 40 \text{ км}$$

Он ехал $t = 1$ час 25 минут, то есть 85 минут

t_1, t_2, t_3 – неч., а значит он ехал нечётное кол-во различных дуг. Это возможно, только если он проехал по каждой хотя бы один раз (т.е. 3 дуги раз). Посмотрим сколько времени у него ещё осталось: (Одна различная дуга не может быть, так как это $\smile AB$, а $85 \not\vdots\, 7$)

$$t - t_1 - t_2 - t_3 = 85 - 7 - 11 - 17 = 50$$

Оставшиеся 50 минут он ехал полными кругами (то есть по две дуги), чтобы оказаться на том же месте

Черновик

№5 (теор)

$D = b^2 - 4ac = 10^2 - 4 \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} = 100 - 4 \cdot \frac{3-1}{8} =$

$= 99$

$\sqrt{D} = 3\sqrt{11}$

$x = \frac{10 \pm 3\sqrt{11}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}} = \frac{10 \pm 3\sqrt{11}}{\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}} = \frac{10\sqrt{2} \pm 3\sqrt{11}}{\sqrt{3}+1}$

$S_1 = \frac{5-\sqrt{13}}{2}$ $S_2 = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$ $x = BM \cdot BN$

$S_3 = x \cdot \sin 45^\circ$

$S_1 + S_2 + S_3 = AB \cdot BC \cdot \sin 135^\circ$ $\frac{48}{x}$

$5 + x \cdot \sin 45^\circ = \frac{48}{x} \cdot \sin 45^\circ \mid \cdot x$

$5x + x^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 48 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} x^2 + 5x - \frac{48}{\sqrt{2}} = 0.$

$D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(-\frac{48}{\sqrt{2}}\right) = 25 + \frac{4 \cdot 48}{2} =$

$= 25 + 96 = 121$

$\sqrt{D} = 11$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-5 \pm 11}{2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}$

$x = \frac{-5+11}{2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

$S = \frac{48}{x} \cdot \cancel{3\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{48}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{16}{2} = \boxed{8}$

Ответ: 8

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g g

6

$\frac{\frac{7}{2}+5}{2}+5 =$

$= \frac{\frac{7}{4}+\frac{5}{2}+5}{2} =$

$= \frac{7}{8} + \frac{5}{4} + \frac{5}{2}$

$\boxed{\text{Черновик}}$

№7

~~AB~~

$\smile AB = 15$км $\quad t_1 = 7$ минут $\quad$ 1ч 25 минут = 85 минут

$\smile BC = 25$км $\quad t_2 = 11$ минут

$\smile AC \quad t_3 = 17$ минут $\quad$ A-5 $\quad$ 56

~~$7+11+17=35$~~

$7+11+11=29$

$$\begin{array}{r} 35 \\ +33 \\ \hline 68 \\ +17 \\ \hline 85 \end{array}$$

$18+18+7+7$

$\overbrace{7+7+7+7+7}^{5}+\overbrace{11+11+11}^{3}+\overbrace{17}^{1}$

Осталось найти дугу AC.

$AB = \frac{2\pi r}{2} = \pi r \qquad BC = \frac{2\pi R}{2} = \pi R$

$AC = \frac{2\pi(r+R)}{2} = \pi(r+R) = AB + BC = 15+25 = 40.$

$5\cdot 15 + 3\cdot 25 + 1\cdot 40 = 75+75+40 = \boxed{190}$

$\boxed{\text{Ответ: } 190}$

Мы обязаны начать. Это можно

$7+11+17$

ост. только так! $\quad \smile AB + 2\smile BC$

№5 (прод.)

$$\begin{cases} AB\cdot BM\cdot BN\cdot BC = 48 \\ AB\cdot BM\cdot \sin 15^\circ + BC\cdot BN\cdot \cos 15^\circ = 10 \end{cases}$$

$AB\cdot BM = \frac{48}{BN\cdot NC}$

$\boxed{BN\cdot NC = x}$

$\frac{48}{x}\cdot \sin 15^\circ + x\cdot\cos 15^\circ = 10 \quad |\cdot x$

$48\sin 15^\circ + x^2\cos 15^\circ = 10x$

$48\cdot\frac{\sqrt3-1}{2\sqrt2} + x^2\cdot\frac{\sqrt3+1}{2\sqrt2} = 10x$

$x^2\cdot\frac{\sqrt3+1}{2\sqrt2} - 10x + 48\cdot\frac{\sqrt3-1}{2\sqrt2} = 0.$

Черновик

№1

$m, n \in \mathbb{Z}$

$x_1 = \left(\frac{1}{m} - 2\right)$ и $x_2 = \left(\frac{1}{n} - 2\right)$ – корни

$x^2 + ax + b$ $\quad a + b$ – ?

По т. Виета:

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -a$ $\quad \begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1 x_2 = b \end{cases}$

$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = b$

$a + b = b - (-a) = x_1 x_2 - (x_1 + x_2) =$

$= \left(\frac{1}{m} - 2\right)\left(\frac{1}{n} - 2\right) - \left(\frac{1}{m} - 2 + \frac{1}{n} - 2\right) =$

$= \frac{1}{mn} - \frac{2}{n} - \frac{2}{m} + 4 - \frac{1}{m} + 2 - \frac{1}{n} + 2 =$

$= \frac{1}{mn} - \frac{3}{n} - \frac{3}{m} + 8 = \frac{1 - 3n - 3m}{mn} + 8$

Если $a, b \in \mathbb{Z}$, то x_1 и x_2 – целые

$k + \frac{c}{n} + \left(-\frac{c}{n}\right) = k$

$\left(k + \frac{c}{n}\right) \cdot \left(-\frac{c}{n}\right) = \frac{kn + c}{n} \cdot \left(-\frac{c}{n}\right) = \frac{(kn + c)c}{-n^2}$

$m, n = \pm 1$ $\quad x^2 + 4x + 3$

$\frac{1}{1} - 2 = -1$

$\frac{1}{-1} - 2 = -3$

~~Если $m = 1$ $n = 1$:~~

~~$\frac{1 - 3 - 3}{1} + 8 = -5 + 8 = 3$~~

Если $m = -1$ $n = 1$:

$\frac{1 - 3 \cdot 1 - 3 \cdot (-1)}{1(-1)} + 8 = \frac{1 - 3 + 3}{-1} + 8 = 7$

~~Ответ~~ Если $m = 1$ $n = 1$, то:

~~$1 - 3 \cdot (-1)$~~

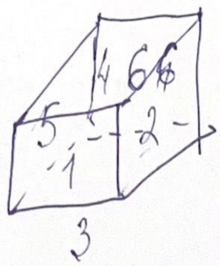
7

Ответ: 7

ЛИСТ-ВКЛА...

Черновик

№2



$\lim\limits_{x\to\infty} 10-\frac{3}{2^{x+1}}$

123
124
126
135
136
145
146
156

8

235
236
245
246

4

356

1

456

1

$8+4+1+1=14$

Ответ: 14

№3

$a, b, c > 0$

$$\frac{2bc-2a^2+2a}{2a}+\frac{2ca-2b^2+2b}{2b}+\frac{2ab-2c^2+2c}{2c}=$$

$$\frac{2bc-2a^2+2a}{2a}=\frac{bc-a^2+a}{a}=\frac{bc}{a}-a+1$$

$$\frac{bc}{a}-a+1+\frac{ca}{b}-b+1+\frac{ab}{c}-c+1=$$

$$=3+\frac{bc}{a}+\frac{ca}{b}+\frac{ab}{c}-a-b-c=$$

$$=3+\frac{(bc)^2+(ac)^2+(ab)^2}{abc}-\frac{abc+abc+abc}{abc}=$$

$\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$

$\sqrt{ab}\geq\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}=\frac{2ab}{a+b}$

$\frac{(a+b)^2}{4}\geq ab$

$4ab\leq a^2+2ab+b^2$

$2ab\leq a^2+b^2$

$\frac{1+1-3}{4}=\frac{2-4}{4}=-\frac{6}{4}=-1{,}5$

$m_a=\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$

$4+1-2=3\quad\frac{3}{2}\quad\frac{3}{2}$

$\boxed{2bc\leq b^2+c^2}$!!

$$\frac{b^2+c^2-2a^2+2a}{2a}+\frac{a^2+c^2-2b^2+2b}{2b}+\frac{a^2+b^2-2c^2+2c}{2c}=$$

$$=3+\frac{b^2+c^2-2a^2}{2a}+\frac{a^2+c^2-2b^2}{2b}+\frac{a^2+b^2-2c^2}{2c}=$$

$$=3+\frac{b^3c+bc^3-2a^3bc+a^3c}{2abc}$$

$\cos(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\sin\beta\mp\cos\alpha\cos\beta$

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$

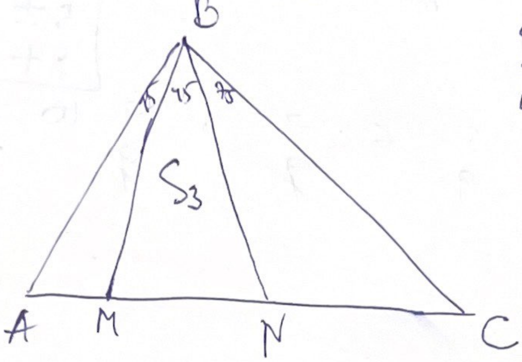
Ответ: 3) сллм.

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

2

Черновик

№5



$\angle ABM = 15^\circ$ $S_1 = S_{ABM}$

$\angle MBN = 45^\circ$

$\angle NBC = 75^\circ$ $S_2 = S_{BNC}$

$S_1 + S_2 = 5$

$S_1 \cdot S_2 = 3$

$S_{ABC} = AB \cdot BC \cdot \sin 135^\circ$

$S_2 = \frac{3}{S_1}$

$S_1 + \frac{3}{S_1} = 5 \quad | \cdot S_1$

$S_1^2 + 3 = 5S_1$

$S_1^2 - 5S_1 + 3 = 0$

$D = 25 - 12 = 13$

$S_1 = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$

$S_3 = BM \cdot BN \sin 45^\circ$

$\boxed{S_1 = \frac{5 - \sqrt{13}}{2}}$

$\boxed{S_2 = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}}$

$$\frac{AB \cdot BM \cdot \sin 15}{2} + \frac{BC \cdot BN \cdot \sin 75}{2} = 5$$

$$\frac{AB \cdot BM \cdot \sin 15^\circ}{2} \cdot \frac{BC \cdot BN \cdot \sin 75}{2} = 3$$

$$S_1 + S_3 = \frac{AB \cdot BN \cdot \sin 60^\circ}{2}$$

$$S_2 + S_3 = \frac{\cancel{AB}\, BC \cdot BM \cdot \sin 60^\circ}{2}$$

$$\underbrace{S_1 + S_2}_{5} + 2S_3 = \frac{\sin 60^\circ}{2}(AB \cdot BN + BC \cdot BM)$$

$$5 + 2 \cdot \frac{BM \cdot BN \cdot \sin 45^\circ}{2} = \frac{\sin 60^\circ}{2}(AB \cdot BN + BC \cdot BM)$$

$$5 + BM \cdot BN \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sin 60^\circ}{2}(AB \cdot BN + BC \cdot BM)$$

$$\frac{AB \cdot BM \cdot BC \cdot BN\, 2\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ}{8} = 3$$

$$AB \cdot BM \cdot BC \cdot BN \cdot \sin 30^\circ = 24$$

$$\boxed{AB \cdot BM \cdot BC \cdot BN = 48}$$ – из произв.

$3 \cdot \frac{2}{5 - \sqrt{13}} = \frac{6}{5-\sqrt{13}}$

$\frac{6(5+\sqrt{13})}{12} = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$

$$\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \cdot \sin 30^\circ =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$$\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ + \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$$

$$2\sin 15 \cdot \cos 15^\circ = \frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}{2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}} \cdot 2 = \frac{(3-1)\cancel{2}}{4 \cdot \cancel{2}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

черновик

№4

1 +	5
2 +	6 +
3 ±	7
4 +	

5д 5м учт

от 1 до 10

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

I) д д д д д

~~5·4·3·2~~

д : 5!

ост : 5!

II) д д д д д

5! · 5!

$2 \cdot 5! \cdot 5! = 2 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5)^2 = 2 \cdot 120^2 =$

$= 2 \cdot 14400 = \boxed{28800}$

№6

7л +5л :2

→ 10

$\boxed{1)\ 10л}$

7л 3,5+5 = 8,5

8,5 : 2 = 4,25

~~4,25+5 = 9,25~~

~~9,25 : 2 = 4,625~~

4,25+5 = 9,25

9,25 : 2 = 4,625

4,625+5 =

9,99

V ≥ 99,9%

1 – 8,5 $10-\frac{3}{2}$

2 – 9,25 $10-\frac{3}{4}$

3 – 9,625 $10-\frac{3}{8}$

n – $10-\frac{3}{2^n} \geq 9,99$ $10-\frac{3}{16}$

1 – 7

2 – 8,5 $y = 10-\frac{3}{2^{n-1}}$

$\frac{3}{2^{n-1}} \leq 0,01$

$\frac{3}{0,01} \leq 2^{n-1}$

$300 \leq 2^{n-1}$

$n-1 = 9$

n = 10 день

2) на

$\boxed{\text{Ответ: а) 10 л б) на 10 день}}$