



58-96-28-12
(40.47)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 9

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов“
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Евдошенко Михаил Андреевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

+1
+1

Дата
«25» февраля 2024 года

Подпись участника

Итоговая оценка:

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
12	4	12	12	8	12	12	0	72

Чистовик.

√5

$$y = f(x)$$

$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = -\frac{1}{x+1}$$

пусть $\frac{x-1}{x+1} = t$; тогда $\frac{t-1}{2} = -\frac{1}{x+1}$

$$f(t) = \frac{t-1}{2}$$

$$1) f(0) = -\frac{1}{2}$$

$$2) f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}$$

$$3) f\left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{7}{8}$$

$$4) f\left(-\frac{7}{8}\right) = -\frac{15}{16}$$

$$5) f\left(-\frac{15}{16}\right) = -\frac{31}{32}$$

$$6) f\left(-\frac{31}{32}\right) = -\frac{63}{64}$$

$$7) f\left(-\frac{63}{64}\right) = -\frac{127}{128}$$

$$8) f\left(-\frac{127}{128}\right) = -\frac{255}{256}$$

$$9) f\left(-\frac{255}{256}\right) = -\frac{511}{512} \Rightarrow g(x) = f\left(-\frac{511}{512}\right)$$

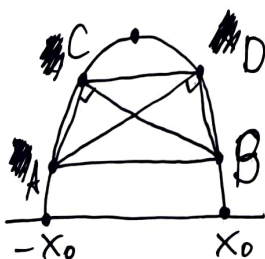
$$-\frac{511}{512} = \frac{x-1}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1} \Rightarrow \frac{2}{x+1} = \frac{1023}{512}$$

$$x+1 = \frac{1024}{1023} \Rightarrow x = \frac{1}{1023}$$

$$f'\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \frac{1}{(x+1)^2} = \operatorname{tg} \phi(x_0)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1023}{1024}\right)^2 \Rightarrow \text{Ответ: } \operatorname{tg} \text{ угла наклона кас} = \left(\frac{1023}{1024}\right)^2$$

√6.



сразу скажем, что \exists ось Oy и она является линией симметрии параболы, т.к. $a - b(x)^2 = a - b(-x)^2$

$$\Rightarrow \text{высота} = 10 = f(0) = a \Rightarrow a = 10$$

$$\text{корни параболы} = x_0 \text{ и } -x_0; x_0 > -x_0$$

$$10 - bx^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{10}{b}$$

$$x_0 = \sqrt{\frac{10}{b}} \Rightarrow 2\sqrt{\frac{10}{b}} = 20$$

$$-x_0 = -\sqrt{\frac{10}{b}} \Rightarrow b = \frac{1}{10}$$

$$f(x) = 10 - \frac{x^2}{10}$$

№6 (продолжение) Чистовик

[пусть у т. I, координаты $(x_{II}, 10 - \frac{x_{II}^2}{10})$]

тогда прямая BD = ~~$x_B a + b = 10 - \frac{x_B^2}{10}$~~
 $x_D a + b = 10 - \frac{x_D^2}{10}$

$$(x_B - x_D) a = \frac{x_D^2 - x_B^2}{10}$$

$$a = \frac{x_D^2 - x_B^2}{10(x_B - x_D)} = -\frac{x_B + x_D}{10}$$

прямая AD = $x_A k + p = 10 - \frac{x_A^2}{10}$

$$x_D k + p = 10 - \frac{x_D^2}{10}$$

$$k = -\frac{x_A + x_D}{10}, \text{ но } x_A = -x_B, \text{ т.к.}$$

AB // основанию $\Rightarrow kd = -1$, т.к. $\angle ADB = 90^\circ$

$$-\frac{x_D - x_B}{10} \cdot \left(-\frac{x_B + x_D}{10}\right) = -1$$

$$x_D^2 - x_B^2 = -100 \Rightarrow x_B^2 - x_D^2 = 100$$

надо найти высоту из т. D: $y_D - y_B = 10 - \frac{x_D^2}{10} -$

$$-10 + \frac{x_B^2}{10} = \frac{x_B^2 - x_D^2}{10} = \frac{100}{10} = 10$$

но высота параболы = 10 \Rightarrow т. A и т. B \in осн., т. D = т. C

Ответ: 10

№1.

1 вр.

2 зам.

3 кан.

3 вр.

5 зам.

6 кан.

} 3 унив.

№3

Чистовик

(доп. задание) (лист 4/4)

сокращая на

$$(x-2)(y+3):$$

$$1) x=2$$

$$2) y=-3 \quad \phi$$

$$y \geq 4 \text{ (по условию)}$$

$$\sqrt{y+8} = y-4$$

$$y^2 - 8y + 16 = y + 8$$

$$y^2 - 9y + 8 = 0$$

$$(y-8)(y-1) = 0$$

$$y=8$$

$$y=1$$

$$\text{(не удовл. усл.) } y \geq 4$$

$$\text{Ответ: } x=2; y=8$$

$$x=-58; y=13$$

Черновик

 $\sqrt{3}$

$$\begin{cases} (xy+3x-2y-6)|y-x-8|=(x-5)|xy+3x-2y-6| \\ \sqrt{y-x+10}=y-4. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y-x+10 &\geq 0 \\ y &\geq x-10 \end{aligned}$$

$$1) xy+3x-2y-6 \geq 0$$

$$|y-x-8|=(x-5)$$

$$f(0)=-\frac{1}{2}$$

$$x(y+3)-2(y+3)=(x-2)(y+3) \quad f(-\frac{1}{2})=-\frac{3}{-4}=\frac{3}{4}$$

$$(a) \cdot ((y-4)^2-18)=(x-5) \cdot |a|$$

$$((y-4)^2-18)=\pm(x-5) \quad \begin{matrix} 12 \\ 21 \end{matrix}$$

$$C_3^2 = \frac{3!}{1! \cdot 2!}$$

$$1) \begin{cases} y^2-8y+16-18=x-5 \\ y^2-8y-2=x-5 \end{cases}$$

$$y-x+10=y^2-8y+16$$

$$y=f(x)$$

$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=-\frac{1}{x+1}$$

$$y-(x-5)+5=y^2-8y+16$$

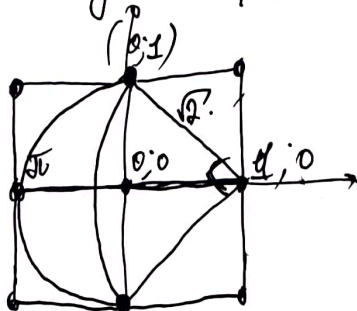
$$f\left(\frac{1-1}{1+1}\right)=-\frac{1}{2}$$

$$y-y^2+8y+2+5=y^2-8y+16$$

$$2y^2-17y+9=0$$

$$289-72=217$$

$$y=\frac{17 \pm \sqrt{217}}{4}$$

 $\sqrt{2}$ 

$$2\sqrt{r} = \frac{2\sqrt{r}}{2} = \sqrt{r}$$

$$\frac{2\sqrt{r}}{4} = \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} x+1 &= -\frac{4}{3} \\ x &= -\frac{7}{3} \end{aligned}$$

$$\frac{3}{2} = -\frac{2}{x+1}$$

Черновик

$$f(0) = -\frac{1}{2}$$

$$f(-\frac{1}{2}) = \frac{3}{4}$$

$$t = \frac{x-1}{x+1}$$

$$-\frac{1}{x+1} = 2 - 1 - t$$

$$t-1 = \frac{x-1-x-1}{x+1} = -\frac{2}{x+1}$$

$$f(t) = \frac{t-1}{2}$$

$$1) f(0) = -\frac{1}{2}$$

$$2) f(-\frac{1}{2}) = -\frac{3}{4}$$

$$3) f(-\frac{3}{4}) = \frac{-\frac{3}{4}-1}{2} = -\frac{7}{8}$$

$$4) f(-\frac{7}{8}) = \frac{-\frac{7}{8}-1}{2} = -\frac{15}{16}$$

$$5) f(-\frac{15}{16}) = -\frac{31}{32}$$

$$6) f(-\frac{31}{32}) = -\frac{63}{64}$$

$$7) -\frac{127}{128}$$

$$8) = -\frac{255}{256}$$

$$9) = -\frac{511}{512}$$

$$x^2 = 10\sqrt{10}$$

$$10 - \frac{x^2}{10} = 0$$

$$x^2 = 10^3$$

$$x =$$

$$10 - bx^2 = 0$$

$$x_0 = \sqrt{\frac{10}{b}}$$

$$10 - bx^2 = 0 - x_0 = -\sqrt{\frac{10}{b}}$$

$$2\sqrt{\frac{10}{b}} = 20$$

$$10 - bx^2 = 0$$

$$0 + 40b = 2$$

$$\sqrt{40b} = 20 \quad \frac{10}{b} = 100$$

$$b = 10$$

$$b = \frac{1}{10}$$

$$10 - bx^2 = 0$$

$$bx^2 = 10$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{10}{b}}$$

$$x^2 = \frac{10}{b}$$

$$0 \pm 2\sqrt{10b}$$

$$x_0 = \frac{0 \pm 2\sqrt{10b}}{-2b}$$

$$10 - bx^2 = 0$$

$$2 = 0 + 40b$$

$$\sqrt{40b} = 20 \pm \sqrt{\frac{10}{b}}$$

$$b = 10$$

$$b =$$

$$x^2 = 100$$

$$f'(x) = -(x+1)^{-1} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$f'(\dots) = \left(\frac{1023}{1024}\right)^2$$

$$x+1 = \frac{1024}{1023}$$

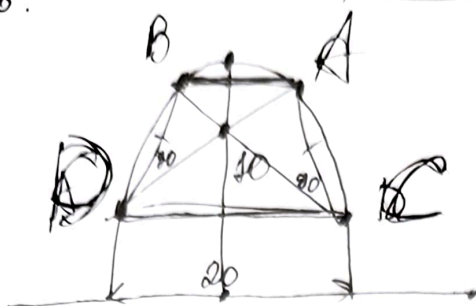
$$f(-\frac{511}{512}) = x = \frac{1}{1023}$$

$$-\frac{511}{512} = 1 - \frac{2}{x+1}$$

$$\frac{2}{x+1} = \frac{1023}{512}$$

№6.

Чертежи.



$$20 = \sqrt{8}$$

$$a - bx^2 = 0$$

$$x^2 = \frac{a}{b}$$

$$x = -\frac{a}{b}$$

$$x = \frac{a}{b}$$

$$\frac{2a}{b} = 20$$

$$\frac{a}{b} = 10$$

$$a = 10$$

$$(y_0 - y_D)^2 = x_0^2 - x_D^2$$

$$(10 - x_0^2 - 10 + x_D^2)^2 = x_0^2 - x_D^2$$

$$(x_D^2 - x_0^2)^2 = x_0^2 - x_D^2$$

$$x_D^2 - x_0^2 = -1$$

$$x_D^2 = x_0^2 - 1$$

$$(x_D - x_0)(x_D + x_0) = -1$$

$$\frac{x_D - x_0}{x_D + x_0} = \frac{1}{x_D + x_0}$$

$$10b - bx^2 = 0$$

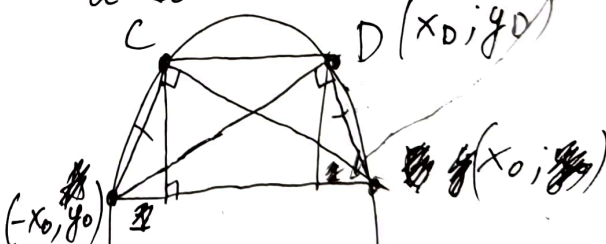
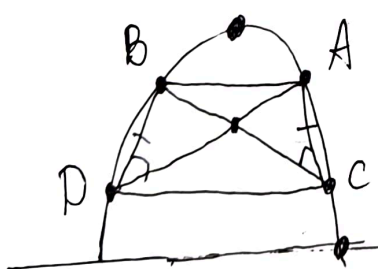
$$x_b = 0$$

$$10b = 10$$

$$b = 1$$

$$a = 10$$

$$y = 10 - x^2$$



$$\begin{cases} x_0 a + b = y_0 \\ x_D a + b = y_D \end{cases}$$

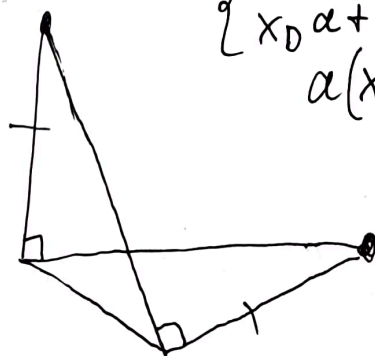
$$10 - x_D^2 - 10 + x_0^2$$

$$a(x_0 - x_D) = y_0 - y_D$$

$$a_1 = \frac{y_0 - y_D}{x_0 - x_D}$$

$$a_2 = \frac{y_0 - y_D}{-x_0 - x_D}$$

$$-\frac{(y_0 - y_D)^2}{x_0^2 - x_D^2} = -1$$



Черновик.

1 вр.

2 заш.

3 нар.

3 вр.

5 заш.

6 нар.

3 ун.

пусть $у_к - \Phi$, тогда

пусть $у_к - \Phi$, тогда заш.

пусть $у_к - \Phi$, тогда нар.

пусть $у_к - 2$, тогда заш.

$$C_3^1 \cdot C_5^2 \cdot C_6^3$$

$$C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_5^1 \cdot C_6^3$$

$$C_3^1 \cdot C_5^2 \cdot C_3^1 \cdot C_6^2$$

$$C_3^1 \cdot C$$

$$(x-2)(y+3) > 0.$$

$$y^2 - x + 10 = y^2 - 8y + 16$$

$$y^2 - 8y + 6 = -x.$$

$$x = -(y^2 - 8y + 6)$$

$$x \leq y + 10$$

$$-y^2 + 8y - 6 \leq y + 10$$

$$-y^2 + 8y - 16 \leq 0$$

$$-(y-4)^2 \leq 0$$

$$\begin{array}{r} x \leq 16 \\ x \leq 12 \\ + 32 \\ 16 \\ \hline 182 \end{array}$$

207

$$\frac{9}{2}$$

$$\frac{81}{4} - \frac{81}{2} + 6 =$$

$$= 6 - \frac{81}{4} =$$

$$= \frac{57}{4}$$

$$x \leq \frac{57}{4}$$

\sqrt{I} (продажа) Чистовик
 1) пусть универ. нет: $C_3^1 \cdot C_5^2 \cdot C_6^3 = 3 \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot \frac{6!}{3! \cdot 3!} = 3 \cdot 10 \cdot 20 = 600$

 \uparrow \uparrow \uparrow
 в \uparrow \uparrow \uparrow
 за \uparrow \uparrow \uparrow
 на \uparrow \uparrow \uparrow
 3

2) пусть $\#y_k = 1$ и он займёт: $C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_5^1 \cdot C_6^3$
 ↑ ↑
 унив. заня.

3) пусть $\#y_k = 1$ и он на i : $C_3^1 \cdot C_5^2 \cdot C_3^1 \cdot C_6^2$

4) пусть $\#y_k = 2$ и одна из зон: C_3^1, C_3^2, C_6^3

5) пусть $\#y_k = 2$ и они оба нап: $C_3^1, C_5^2, C_3^2, C_6^1$

6) пусть $\# \chi_k = 2$ и ~~одн~~ один-заче, другой-кан:

$$C_2^1 \cdot C_3^1 \cdot C_5^1 \cdot C_2^1 \cdot C_6^2$$

7) пусть $\#y_k = 3$ и 2-году; 1-кан: 1.

$$C_3^1 \cdot C_3^2 \cdot C_1^1 \cdot C_6^2$$

8) пусть $\#_{\text{ук}} = 3$ и 1-заяц; 2-нор: $C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_5^1 \cdot C_2^2 \cdot C_6^1$

г) пусть $\# Y_n = 3$ и все они непл: $C_3^1 \cdot C_5^2 \cdot C_3^3$

1) 600

$$2) \overline{3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 20} = \underline{\underline{900}}$$

$$3) 3 \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot 3 \cdot \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 30 \cdot 3 \cdot 15 = 90 \cdot 15 = \underline{1350}$$

$$4) 3 \cdot 3 \cdot 20 = \underline{180}$$

$$5) 3 \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot 3 \cdot \frac{6!}{5! \cdot 1!} = 9 \cdot 10 \cdot 6 = \underline{540}$$

$$6) 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 90 \cdot 15 = \underline{1350}$$

7) $3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 15 = \underline{135}$

8) $3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 6 = \underline{270}$

$$g) = 3 \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot 1 = 3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$$

$$\sum (1-g) = 1500 + 2700 + 720 + 405 + 30 = 4200 + 750 + 405 =$$

Answer: $= 4200 + 1155 = \boxed{5355}$

Чистовик

 $\sqrt{3}$ (лист 1/4)

$$\int (xy + 3x - 2y - 6) |y - x - 8| = (x - 5) |xy + 3x - 2y - 6|$$

$$\sqrt{y - x + 10} = y - 4 \Rightarrow y \geq 4$$

возведем 2-ое в квадрат:

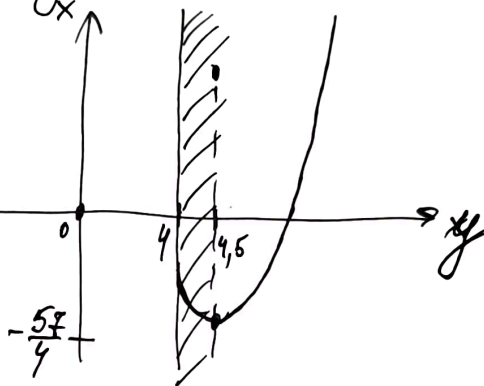
$$y - x + 10 = y^2 - 8y + 16$$

$$x = -(y^2 - 9y + 6)$$

$$f(y) = y^2 - 9y + 6$$

$$y_B = \frac{9}{2}$$

$$f(4,5) = 6 - \frac{81}{4} = -\frac{57}{4}$$



$$\Rightarrow x \leq \frac{57}{4}$$

1) пусть $x(y+3) - 2(y+3) = (x-2)(y+3) > 0$, тогда:

$$|y - x - 8| = (x - 5) \Rightarrow x \geq 5 \quad \textcircled{v}$$

$$\text{II) } y - x \geq 8$$

$$y - x - 8 = x - 5$$

$$2x = y - 3$$

$$y = 2x + 3$$

$$\sqrt{x + 13} = 2x - 1$$

$$x + 13 = 4x^2 - 4x + 1$$

$$4x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$25 + 16 \cdot 12 = 207$$

$\sqrt{3}$ (продолжение) (лист 2/4) ^{Чистовик.}

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{207}}{8}$$

$$\frac{5 + \sqrt{207}}{8} \geq 5$$

$$\sqrt{207} \geq 35 \quad \phi \Rightarrow \text{данный случай не подходит.}$$

$$\text{II } y - x \leq 8$$

$$8 + x - y = x - 5$$

$$13 = y$$

$$\sqrt{23 - x} = 9$$

$$23 - x = 81$$

$$x = -58 ; (x \geq 5) \phi$$

2) пусть $(x-2)(y+3) < 0$, тогда: ; $x \leq 2$

$$|y - x - 8| = 5 - x ; x \leq 5$$

$$\text{I } y - x \geq 8$$

$$y - x - 8 = 5 - x$$

$$y = 13$$

$$\sqrt{23 - x} = 9$$

$$x = -58 ; y = 13 \quad \text{✓} \quad 13 + 58 \geq 8$$

$$\text{II } y - x \leq 8$$

$$8 + x - y = 5 - x$$

$$2x = y - 3$$

$$y = 2x + 3$$

$$\sqrt{x + 13} = 2x - 1$$

$$x + 13 = 4x^2 - 4x + 1$$

$$4x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$D = 25 + 16 \cdot 12 = 207$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{207}}{8}$$

$$\frac{5 - \sqrt{207}}{8} < 2 \quad \text{✓}$$

$$\frac{5 + \sqrt{207}}{8} < 2 \quad \text{✗}$$

Чистовик.

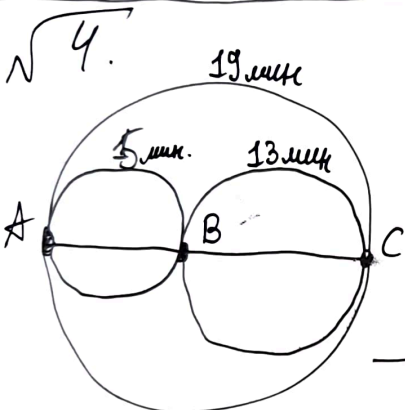
 $\sqrt{3}$ (продолжение) (лист 3/4)

$$x = \frac{5 - 3\sqrt{23}}{8}; y = \frac{5 - 3\sqrt{23}}{4} + 3 = \frac{17 - 3\sqrt{23}}{4}$$

$$y \geq 4 \text{ (по условию)} \quad \frac{17 - 3\sqrt{23}}{4} \geq 4$$

$$1 - 3\sqrt{23} \geq 0 \quad \phi$$

\Rightarrow ~~ан. доказательство к задаче~~
 ~~$5n + 13k + 19m = 95$~~



$$5n + 13k + 19m = 95$$

n дуг по 5 мм
 k дуг по 13 мм
 m дуг по 19 мм

$$1) m = 5$$

$$95 = 95 \Rightarrow \text{т.к. } \# \text{ дуг} - \text{неогр} - \text{отн} \text{ закончим в т. С } \phi$$

$$2) m = 4$$

$$5n + 13k + 76 = 95$$

$$5n + 13k = 19 \quad \phi$$

$$3) m = 3$$

$$5n + 13k + 57 = 95$$

$$5n + 13k = 38$$

$$k = 1: 5n = 25 \Rightarrow n = 5$$

$$k = 2: 5n = 12 \quad \phi$$

$$\Rightarrow \boxed{m = 3; n = 5; k = 1.}$$

$$4) m = 2$$

$$5n + 13k + 38 = 95$$

$$5n + 13k = 57$$

$$k = 1: 5n = 44 \quad \phi$$

$$k = 2: 5n = 31 \quad \phi$$

$$k = 3: 5n = 18 \quad \phi$$

$$k = 4: 5n = 5$$

$$n = 1$$

$$\boxed{m = 2; n = 1; k = 4}$$

Черновик.



$u_{AB} = 15 \text{ км за } 5 \text{ мин.}$

$u_{BC} = 25 \text{ км за } 13 \text{ мин.}$

$u_{AC} - \text{за } 19 \text{ мин.}$

~~19~~

95 мин.

$$15 = \pi r_1$$

$$13 = \pi r_2$$

$$\pi(r_1 + r_2) = 28$$

18 мин.

19 мин.

$A \rightarrow C$

$A \rightarrow A$ 18
31
44

$$5k + 13n + 19p = 95$$

$$p = 5$$

$$5k + 13n + 19p = 95$$

$$3n + 4p = 0$$

$$3n - p \equiv 0$$

$$3n \equiv p$$

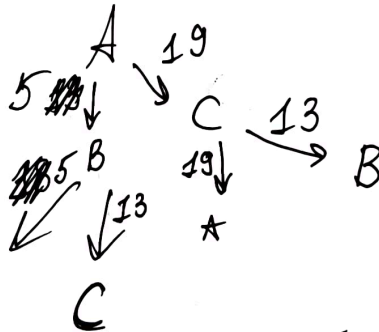
$$\frac{95}{4} \frac{13}{7}$$

$$95 \mid 19$$

5	5
10	10
15	15
20	20
25	25
30	30
35	35
40	40
45	45
50	50
55	55
60	60
65	65
70	70
75	75
80	80
85	85
90	90
95	95

$$18k + 19m +$$

$$k + m : 2$$



$$13k < 95$$

$$k \leq 7$$

$$p \equiv 1$$

$$19p + 13n = 95$$

$$13n \equiv 0$$

$$n = 1$$

$$5 + 13k$$

$$5n + 13k \equiv 0$$

$$n = 19$$

Черновик.

$$5k + 13n + 192 = 95$$

$$z=5 \quad \phi$$

$$z=4$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ 4 \\ \hline 76 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 95 \\ -76 \\ \hline 19 \end{array}$$

$$5k + 13n = 19 \quad \phi$$

$$\begin{array}{r} 95 \\ -57 \\ \hline 38 \end{array}$$

$$z=3 \quad 5k + 13n + 57 = 95$$

$$5k + 13n = 38$$

$$26 = 38$$

$$13 \quad 25$$

$$z=3$$

$$h=1$$

$$k=$$



$$h \rightarrow \dots - m.$$

$$h \rightarrow k - m$$

$$m - k - k - h.$$

$$m = h.$$

$$m - m - k - k - k - k - h.$$

$$\begin{array}{c} m \\ h \end{array} \quad 1 \rightarrow \quad \rightarrow 1 \rightarrow \quad \begin{array}{c} m \\ m \end{array} \rightarrow 1$$

$$S(n)$$

$$\overline{a_1 a_2 \dots a_{90}} \in \mathbb{N}.$$

$$1 \leq m \leq h.$$

$$S(mh) = S(n)$$

№4 (продолжение) Чистовик

$$5) m=1: 5n + 13k + 19 = 95$$

$$5n + 13k = 76$$

$$k=1 \quad 5n = 63 \quad \emptyset$$

$$k=2 \quad 5n = 50 \quad n=10 \quad (\checkmark)$$

$$k=3 \quad 5n = 37 \quad \emptyset$$

$$k=4 \quad 5n = 24 \quad \emptyset$$

$$k=5 \quad 5n = 11 \quad \emptyset$$

$$\boxed{m=1 \quad n=10 \quad k=2}$$

В итоге удовлетворяют следующие:

$$1) m=3 \quad n=5 \quad k=1$$

$$2) m=2 \quad n=1 \quad k=4$$

$$3) m=1 \quad n=10 \quad k=2$$

1) пример: A-C-A-C-B-A-B-A-B-A

чтобы попасть из A → A, требуется, чтобы
~~м~~ # проходов через A : 2, т.к. A → ... → A → ... A
 если мы приходим в A где-то по пути, то
 мы заходим в вершину и выходим из неё и так
 же в начале выходим из A и приходим в A

$$2) m+n=3 \quad \emptyset$$

$$3) m+n=11 \quad \emptyset$$

⇒ ∃ ! способ

$$v_{AB} = 15 = \pi r_1$$

$$v_{BC} = 25 = \pi r_2$$

$$v_{AC} = \pi \left(\frac{2r_1 + 2r_2}{2} \right) = \pi(r_1 + r_2) = 40$$

$$v_{AC} + v_{AC} + v_{AC} + v_{CB} + v_{BA} + v_{AB} + v_{BA} + v_{AB} + v_{BA} =$$

$$= 25 + 75 = 220 \text{ Ответ: } 220 \text{ км.}$$

Черновик.

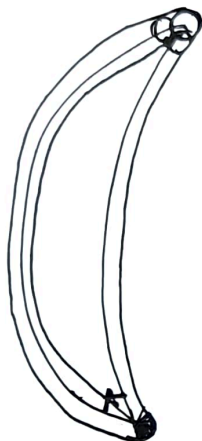
$\sqrt{7}$.

$$1 \leq m \leq h.$$

$$S(mn) = S(n)$$

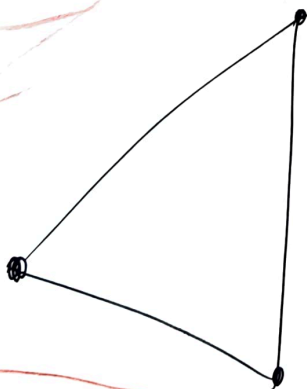
$$S(n^2) = S(n).$$

$$\begin{array}{r} \times a_1 a_2 \dots a_{90} \\ a_1 a_2 \dots a_{90} \end{array}$$



$$\begin{array}{r} \times 999 \\ 2 \\ \hline 1998 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 999 \\ 3 \\ \hline 2997 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 99999 \dots 9 \\ abcde \dots r \end{array}$$



$$\begin{array}{r} \times 999 \\ 23 \\ \hline + 2997 \\ 1998 \\ \hline 22977 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 999 \dots 9 \\ abc \dots d \\ \hline (9-k) \dots 9999(k) \\ + (9-p) \dots 999p \\ \hline (10-p)(9-k) \dots 999(p-1)k \end{array}$$

$\sqrt{7}$

Чистовик.

пусть такое число = $\underbrace{9999 \dots 9}_{90 \text{ знаков.}}$

докажем, что оно подходит.

$$\begin{array}{r} \times 999 \dots 9 \\ \quad abc \dots d \\ \hline (9-k) \cdot 99999k \\ (9-p) \cdot 9 \dots 9999p \\ \hline \end{array} \quad , \text{ т. к. } \begin{array}{r} 18 \\ 27 \\ 36 \\ 45 \\ 54 \\ 63 \\ 72 \\ 81 \\ 90 \end{array} - \sum \text{ цифр} = 9.$$

тогда всё число будет иметь вид:

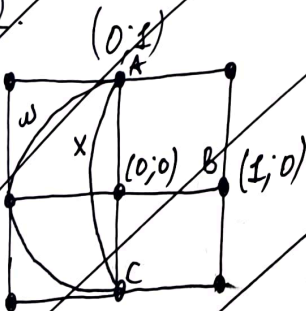
$$\dots (11-2)(10-p)(9-k) \dots (2-2)(p-1)(k) \quad \text{цифры берутся по mod 10}$$

(пишется в случае

когда $11-2 > 9$ не $11-2$, а остаток $11-2$ по модулю 10.
 \Rightarrow сумма цифр получившегося числа = сумме цифр исходного и $>$ него \nexists 90-значных чисел

Ответ: $\underbrace{999 \dots 99}_{90 \text{ цифр.}}$

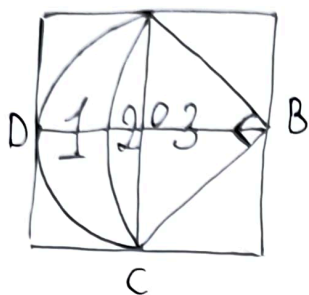
$\sqrt{2}$



$$\begin{aligned} v(w) &= \pi \cdot 1 = \pi \\ \angle ABC &= 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ \Rightarrow v(x) = \frac{2\pi \cdot \sqrt{2}}{4} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\pi}{\sqrt{2}} \\ \Rightarrow \text{длина суммарная контура} &= \pi \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \end{aligned}$$

Чистовик.

$\sqrt{2}$. A



$$\angle ABO + \angle OBC = 90^\circ = \angle ABC$$

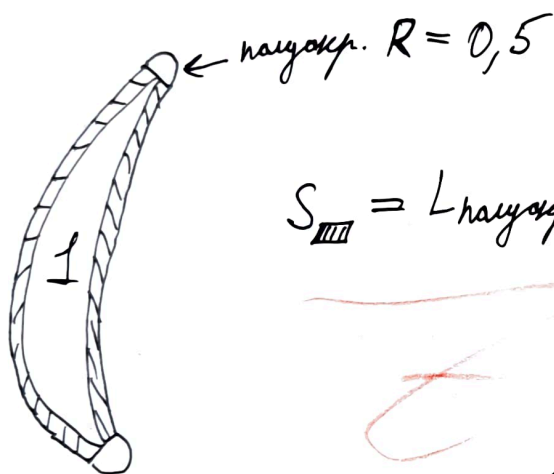
$$\blacksquare ADC = \frac{1}{2} \pi \cdot 1^2 = \frac{\pi}{2} = (1 + 2)$$

$$\blacksquare ABC = \frac{1}{4} \pi \cdot (\sqrt{2})^2 = \frac{\pi}{2} = (2 + 3)$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 1 = (3)$$

$$\Rightarrow \cup ADC = \blacksquare ABC - S_{\triangle ABC} = \frac{\pi}{2} - 1 = (2)$$

$$\blacksquare (1) = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) = 1$$



$$S_{\text{ш}} = L_{\text{наукр}} \cdot 0,5$$

$$L_{\text{наукр}} = \frac{2\pi \cdot 1}{2} + \frac{2\pi \sqrt{2}}{4} = \pi + \frac{\pi}{\sqrt{2}}$$

$$2 S_{\text{наукр}} = S_{\text{круга}} = \pi \cdot 0,5^2 = 0,25\pi$$

$$\Rightarrow \text{Итоговая площадь} = (1) + 0,25\pi + \pi + \frac{\pi}{\sqrt{2}} =$$

$$= \pi \left(1,25 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + 1$$

$$\text{Ответ: } \pi \left(1,25 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + 1$$