



0 058493 620007

05-84-93-62

(40.53)



# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 8

Место проведения Москва  
город

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов  
наименование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ  
профиль олимпиады

КАЛАЙЧИДИ ВЛАДИМИРА СЕРГЕЕВИЧА  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«25» февраля 2024 года

Подпись участника

ВШУ

Итоговая оценка:

1	2	3	4	5	6	7	8	$\Sigma$
4	12	8	12	12	8	0	0	56

Чистовик

1. Вселенная: 3 вр., 4 зам., 7 кап., 3 уч.

Надо выбрать: 1вр., 2 зам., 3 кап.

Рассмотрим возможные расположения универсалов (были они выбраны или нет и по сколько раз):

	выбор-уч.	вр.	зам.	кап.
1) если 0 уч. =>	1	3	4 · 3	7 · 6 · 5
2) если 1 уч. - кап =>	3	3	4 · 3	7 · 7 · 6
если 2 уч. - кап. =>	3	3	4 · 3	7 · 7
если 3 уч. - кап =>	1	3	4 · 3	<del>7 · 7 · 6</del> 1
3) если 1 уч. - зам =>	3	3	4 · 4	7 · 6 · 5
если 2 уч. - зам =>	3	3	4 · 1	7 · 6 · 5
<del>    если 3 уч. - зам =&gt;</del>	<del>1</del>	<del>3</del>	<del>4 · 1</del>	<del>7 · 6 · 5</del>
4) если 2-кап, 1-зам	3	3	4 · 4	7 · 7
если 1-кап, 2-зам	3	3	4 · 1	7 · 7 · 6

~~$\Rightarrow \Sigma = 3$~~

$\Sigma_1 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3^2 = 3 \cdot (7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3) = 3 \cdot 2520$

$\Sigma_2 = 4 \cdot 3^2 (1 + 21 + 126) = 3 \cdot (4 \cdot 3 \cdot 148) = 3 \cdot 1776$

$\Sigma_3 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 3 (12 + 3) = 3 \cdot (7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 15) = 3 \cdot 3150$

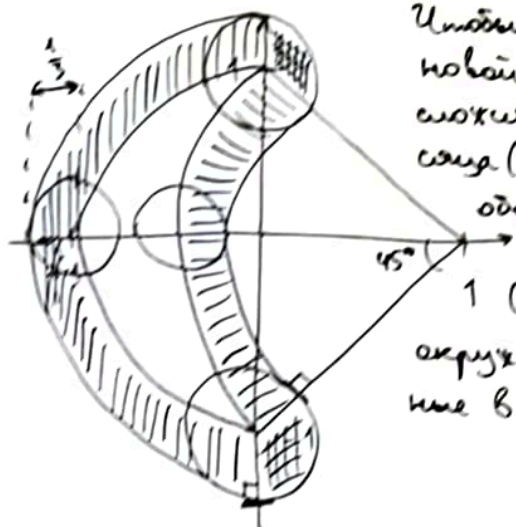
$\Sigma_4 = 7 \cdot 3^2 (4 + 6) = 3 \cdot (7 \cdot 3 \cdot 10) = 3 \cdot 210$

$\Rightarrow \Sigma_{\text{общ}} = 3(2520 + 1776 + 3150 + 210) = 3 \cdot 7656 = 22968$

Ответ: 22968

## Чистовик

2.



Чтобы посчитать площадь новой фигуры, необходимо сложить площадь начального полушара ( $S_0$ ), площади, прироста к ободу окружностей, заштрихованные, новые одинарные линии, 1 ( $S_1$  и  $S_2$ ) и площади секторов окружностей по краям, заштрихованные в клетку ( $S_3$  и  $S_4$ )

1) Найдем  $S_0$ 

$$S_0 = \frac{1}{2} S_{\text{шар}} + \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} - \frac{1}{4} S_{\text{шар}} = \frac{1}{2} \pi + 1 - \frac{1}{4} \cdot 2\pi = 1$$

2) Найдем  $S_1$  и  $S_2$ 

$$S_1 = \frac{1}{2} \left( \pi \cdot \frac{16}{3} - \frac{1}{3} \pi \right) = \frac{7}{18} \pi$$

$$S_2 = \frac{1}{4} \left( 2\pi - \left( \sqrt{2} - \frac{1}{3} \right)^2 \pi \right) = \frac{6\sqrt{2}-1}{36} \pi$$

3) Найдем  $S_3$  и  $S_4$ 

$$S_3 = S_4 = \frac{135}{360} \cdot \frac{1}{3} \pi = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3} \pi = \frac{1}{24} \pi$$

$$\Rightarrow S_{\text{иск}} = 1 + \left( \frac{7}{18} + \frac{6\sqrt{2}-1}{36} + 2 \cdot \frac{1}{24} \right) \pi = \frac{3\sqrt{2}+8}{18} \pi + 1$$

$$\text{Ответ: } \frac{3\sqrt{2}+8}{18} \pi + 1$$

Чистовик

$$3. \begin{cases} (xy+2x-y-2)|y-x-10| = (x-4)|xy+2x-y-2| \\ \sqrt{y-x+8} = y-5 \end{cases}$$

$$\sqrt{y-x+8} = y-5$$

$$y \geq 5$$

$$xy+2x-y-2 = (x+2)(y-1) \underset{0}{(x-1)(y+2)} \Rightarrow \text{рассмотрим 2 случая со знаками под модулем - одно выражение}$$

$$\Rightarrow 1) x > 1$$

$$\begin{cases} |y-x-10| = x-4 \\ y-x+8 = y^2-10y+25 \end{cases}$$

$$1.1) y > x+10$$

$\Rightarrow$  решаем систему, получаем:

$$(x;y) = (-2; 3) \cdot (2; 7) \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$\text{не подходит} = \left( \frac{\sqrt{217}-3}{8}; \frac{\sqrt{217}+21}{4} \right)$$

$$7 < 2+10 \Rightarrow \emptyset$$

$$\text{но } y < x+10 \Rightarrow \emptyset$$

$$1.2) y < x+10$$

$$(x;y) = (-85; 14)$$

$$14 < -85+10 \Rightarrow \emptyset$$

$$\Rightarrow (x;y) = (-85; 14); (-2; 3)$$

$$\Rightarrow 2) x < 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{y+7} = y-5 \Rightarrow y = 9$$

$$\Rightarrow (x;y) = (1; 9)$$

$$\Rightarrow \text{из всех вариантов получаем: } (x;y) = (-85; 14); (1; 9)$$

$$\text{Ответ: } (x;y) = (-85; 14); (1; 9)$$

$$2) x < 1$$

$$\begin{cases} |y-x-10| = 4-x \\ y-x+8 = y^2-10y+25 \end{cases}$$

$$2.1) y > x+10$$

$$(x;y) = (-85; 14)$$

$$14 > -85+10 \Rightarrow \text{подходит}$$

$$-85 < 1$$

$$2.2) y < x+10$$

$$(x;y) = (-2; 3); (2; 7)$$

$$3 < 2+10 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$(x;y) = \left( \frac{\sqrt{217}-3}{8}; \frac{\sqrt{217}+21}{4} \right)$$

$$\text{но } x > 1 \Rightarrow \emptyset$$



Чистовик

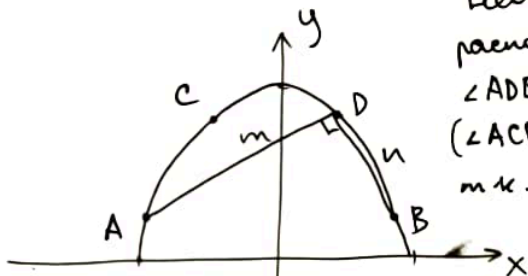
6.  $a - bx^2 = 0$

$x = \pm \sqrt{\frac{a}{b}}$

$x_1 - x_2 = 10 \Rightarrow 2\sqrt{\frac{a}{b}} = 20 \Rightarrow \frac{a}{b} = \cancel{100}$

$xb = 0 \Rightarrow cb = a = 10 \Rightarrow b = \frac{1}{10}$

$\Rightarrow -\frac{1}{10}x^2 + 10 = y$



необходимо найти такое расположение точек A, B, D, чтобы  $\angle ADB = 90^\circ$  ( $\angle ACB$  также будет прямым, т.к. график симметричен относительно  $Oy$ )

пусть  $A(-x_0; 10 - \frac{x_0^2}{10})$   
 $B(x_1; 10 - \frac{x_1^2}{10})$   
 $D(x_1; 10 - \frac{x_1^2}{10})$

пусть прямая  $m = AD$   
 $n = BD$

Надо найти:  $y_1 - y_0 = \frac{1}{10}(x_0^2 - x_1^2)$

Запишем координаты векторов  $\vec{m}$  и  $\vec{n}$ :

$\vec{m} : (x_0 + x_1; \frac{1}{10}(x_0^2 - x_1^2))$

$\vec{n} : (x_0 - x_1; \frac{1}{10}(x_1^2 - x_0^2))$

$\vec{m} \cdot \vec{n} = 0 = (x_0^2 - x_1^2) - \frac{1}{10}(x_0^2 - x_1^2)^2 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_0 \leftarrow \text{не годит.} \\ 1 - \frac{1}{10}(x_0^2 - x_1^2) = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{1}{10}(x_0^2 - x_1^2) = 1$  (это и есть расстояние от AB до CD)

Ответ: 1



1.3 вв, 4 зам, 7 кап, 3 чм.

если 3 чм - кап.

Выборы: 1 вв., 2 зам., 3 кап.

если 3 чм - кап  $\Rightarrow 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3$

если 2 чм - кап, 1 чм - зам.  $\Rightarrow 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot (\text{перекр.} = 3)$

если 1 чм - кап, 2 чм - зам.  $\Rightarrow 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 6 \cdot (\text{перекр.} = 3)$

если 1 чм - кап  $\Rightarrow 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 6 \cdot (\text{перекр.} = 3)$

если 2 чм - кап  $\Rightarrow 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2$

если

$$\begin{cases} y - x - 10 = x - 4 \Rightarrow 2x = y - 6 \\ y - x + 8 = y^2 - 10y + 25 \end{cases}$$

$$y^2 - (1y + 17 + x) = 0$$

$$2y^2 - 22y + 34 + 2x = 0$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 28 \\ \hline 224 \end{array}$$

$$2y^2 - 22y + 34 + y - 6 = 0$$

$$2y^2 - 21y + 28 = 0$$

$$D = 441 - 224 = 217$$

$$100a + 10b + c$$

$$100m \cdot a + 10b \cdot m + c \cdot m$$

$$\frac{21 \pm \sqrt{217}}{4}$$

$$\frac{21 + \sqrt{217}}{4} - 6 =$$

$$\frac{21 + \sqrt{217} - 24}{4} = \frac{\sqrt{217} - 3}{4} = 2x$$

$$\frac{\sqrt{217} - 3}{8} = x$$

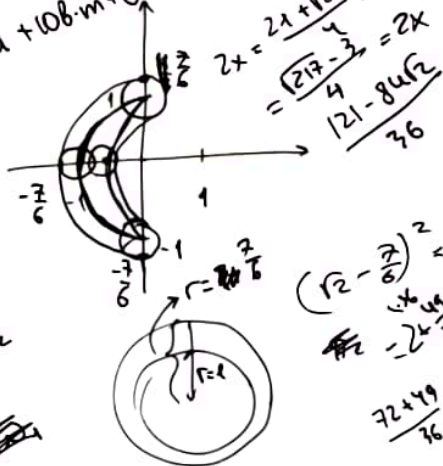
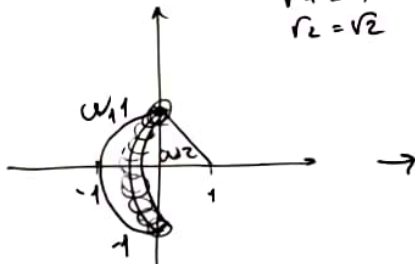
$$\frac{121 - 84\sqrt{2}}{36}$$

abc

a+b+c

2.

$$\begin{aligned} r_1 &= 1 \\ r_2 &= \sqrt{2} \end{aligned}$$



$$\sqrt{217+42} = \sqrt{259} = 15+77$$

$$(x-1)^2 + y^2 = 2$$

$$(x-1) = \sqrt{2}$$

$$x = 1 + \sqrt{2}$$

$$x = 1 - \sqrt{2}$$



$$\left(\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 =$$

$$\frac{2 + 2 - 2\sqrt{2}}{4} = \frac{4 - 2\sqrt{2}}{4} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{72 + 49 - 2\sqrt{2} \cdot 12}{36} = \frac{121 - 24\sqrt{2}}{36}$$

$$S_{\text{сек}} = \frac{1}{2} \left( \frac{49}{36} - \pi \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{13}{36} \pi$$

$$S_{\text{сек}} = \frac{1}{4} \left( 2\pi - \frac{121 - 84\sqrt{2}}{36} \pi \right) =$$

$$= \frac{84\sqrt{2} - 49}{36} \pi$$

$$\begin{aligned} 360 : 90 &= 4 \\ 360 : 45 &= 8 \end{aligned}$$

$$S_{\text{мелоч. кап}} = \frac{1}{4} S_{w_1} - \frac{1}{2} S_{w_2} - 1$$

$$\frac{360}{4 \cdot 45} = \frac{8}{3}$$

$$S_{\text{сек}} = S_{\text{мелоч. кап}} + S_{w_1 \text{ сек}} + S_{w_2 \text{ сек}} + 2 \cdot S_{\text{сек}}^3$$

$$\left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)^2$$



Черновик

$$xy + 2x - y - 2 = y(x-1) + 2(x-1) = (y+2)(x-1)$$

$$y > x + 8$$

$$x > 4$$

$$1) \text{ если } f(x,y) > 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{мин } y > 2 \text{ и } x > 1 \\ \text{мин } y < -2 \text{ и } x < 1 \end{cases}$$

$$|y - x - 10| = x - 4$$

$$(y+2)(x-1) > 0$$

$$1) \text{ если } x > 1$$

$$\begin{cases} |y - x - 10| = x - 4 \\ \sqrt{y - x + 8} = y - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = y - 6 \\ x = \frac{y-6}{2} \end{cases}$$

$$2) \text{ если } x < 1$$

$$\begin{cases} |y - x - 10| = 4 - x \\ \sqrt{y - x + 8} = y - 5 \end{cases}$$

$$1.1) y > x + 10$$

$$y - x - 10 = 4 - x \Rightarrow y = 14$$

$$\begin{cases} y - x - 10 = x - 4 \Rightarrow 2x = y - 10 \Rightarrow x = \frac{y-10}{2} \\ y - x + 8 = y^2 - 10y + 25 \end{cases}$$

$$y^2 - 11y + 33 + x = 0$$

$$y^2 - 11y + 33 + \frac{y-10}{2} = 0$$

$$y^2 - 10y + 28 = 0$$

$$y = \frac{10 \pm 4}{2} = 5 \pm 2 = 7, 3$$

$$x = 7, 3$$

Решение:

$$(x,y) = (7, 3)$$

$$7 > 3 + 10$$

$$\sqrt{y-x+8} = y-5$$

$$\begin{aligned} 2y^2 - 22y + 34 + y - 6 &= 0 \\ 2y^2 - 21y + 28 &= 0 \\ 441 - \end{aligned}$$

$$\frac{21 \pm 28}{2 \cdot 2}$$

$$2) \text{ если } x < 1$$

$$\begin{cases} |y - x - 10| = 4 - x \\ \sqrt{y - x + 8} = y - 5 \end{cases}$$

$$y - x - 10 = 4 - x \Rightarrow y = 14$$

$$\begin{cases} y - x - 10 = x - 4 \Rightarrow 2x = y - 10 \Rightarrow x = \frac{y-10}{2} \\ y - x + 8 = y^2 - 10y + 25 \end{cases}$$

$$y^2 - 11y + 33 + x = 0$$

$$y^2 - 10y + 28 = 0$$

$$y = \frac{10 \pm 4}{2} = 5 \pm 2 = 7, 3$$

$$x = 7, 3$$

$$\frac{7}{18} + \frac{5\sqrt{2}-1}{36} + \frac{1}{12} = \frac{14 + 6\sqrt{2} - 1 + 6}{72} = \frac{19 + 6\sqrt{2}}{72}$$

4. Все муш на 35

$$17 - 1 \text{ муш} \Rightarrow \text{ост. } 33$$

$$17 - 0 \text{ муш} \Rightarrow \text{ост. } 50$$

$$17x + 11y + 7z = 85$$

$$\text{если } x=0: \text{ если } y=0: 17 \text{ / } 7$$

$$y=1: 12 \text{ / } 7$$

$$y=2: 11 \text{ / } 7$$

$$y=3: 10 \text{ / } 7$$

$$y=4: 9 \text{ / } 7$$

$$y=5: 8 \text{ / } 7$$

$$y=6: 6 \text{ / } 7$$

$$1 \text{ муш } 25 \text{ мм} = 85 \text{ мм} \quad 66 + 4 + 15$$

$$85 - 17 = 68$$

$$85 - 7 = 78$$

$$5 + 7 = 12$$

$$5 + 8 = 13$$

$$11y + 7z = 85$$

$$y, z - \text{остаток}$$

$$11$$

$$22$$

$$33$$

$$44$$

$$55$$

$$66$$

$$77$$

$$\Rightarrow x=0; y=4; z=11$$

$$y=7: 5 \text{ / } 7$$

$$y=8: 4 \text{ / } 7$$

$$y=10: 2 \text{ / } 7$$

$$y=12: 1 \text{ / } 7$$

05-84-93-62  
(40.53)

Черновик

- 4.  $y=0: 5/7$
- $y=1: 7/7$
- $y=2: 6/7 \Rightarrow 7 \text{ по } 2=9$
- $y=4: 4/7$
- $y=6: 19/7$
- $y=3:$

<del><math>i</math></del>	$j$
$0$	$\frac{1-2^i}{2^{i+1}}$
$1$	$\frac{1-2^1}{2^{1+1}} = \frac{1-2}{4} = -\frac{1}{4}$
$2$	$\frac{1-2^2}{2^{2+1}} = \frac{1-4}{8} = -\frac{3}{8}$
$3$	$\frac{1-2^3}{2^{3+1}} = \frac{1-8}{16} = -\frac{7}{16}$
$4$	$\frac{1-2^4}{2^{4+1}} = \frac{1-16}{32} = -\frac{15}{32}$
$10:$	$\frac{1-2^{10}}{2^{10+1}} = \frac{1-1024}{2048} = -\frac{1023}{2048}$

Сум  $x=1: y=3 \Rightarrow z=5$

$17 \cdot 1 + 11 \cdot 3 + 7 \cdot 5 = 17 + 33 + 35$

$\Rightarrow \Sigma = 40 + 3 \cdot 25 + 5 \cdot 15 = 40 + 75 + 75 = 190 \text{ сум}$

$tg = \frac{1}{2^{10+1}}$

5.  $f\left(\frac{x-2}{x+2}\right) = -\frac{2}{x+2}$

$D=9$   
 $\frac{1 \pm 3}{2} = -1; 2$

$x+2 = \frac{5t}{t-1}$

$f\left(\frac{x-2}{x+2}\right) = \frac{x-2}{x+2} - \frac{x}{x+2}$

$t = \frac{x-2}{x+2} \Rightarrow t(x+2) = x-2 \Rightarrow x(t-1) = 2(t+1) \Rightarrow x = \frac{2t+2}{t-1}$

$f(t) = t - \frac{2t+2}{4t} = \frac{4t^2 - 2t - 2}{4t} = \frac{2t^2 - t - 1}{2t}$

$= \frac{2(t+1)(t-2)}{2t} = \frac{(t+1)(t-2)}{t}$

~~Сумма~~

$\frac{2t+2}{t-1} + 2$

$f\left(\frac{x-2}{x+2}\right) = \frac{x-2}{x+2} - \frac{x}{x+2}$

Сум  $t = \frac{x-2}{x+2} \Rightarrow t(x+2) = x-2 \Rightarrow x(t+2) = x-2 \Rightarrow x(1-t) = 2t+2 \Rightarrow x = \frac{2t+2}{1-t}$

$x = \frac{-2t+2}{t+1}$   
 $x+2 = \frac{4t}{t-1} \Rightarrow \frac{x}{x+2} = \frac{-2t-2}{4t} = \frac{-t-1}{2t}$

$f(t) = t - \frac{-t-1}{2t} = \frac{2t^2 + t + 1}{2t}$   
 $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{-\frac{1}{2} - 1}{-1} = \frac{-\frac{3}{2}}{-1} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow x = \frac{2t+2}{1-t}$   
 $x+2 = \frac{2t+2+2-2t}{1-t} = \frac{4}{1-t} \Rightarrow \frac{x}{x+2} = \frac{2t+2}{4} = \frac{t+1}{2}$

$t=0 \Rightarrow f(t) = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow f(t) = t - \frac{t+1}{2} = \frac{2t-t-1}{2} = \frac{t-1}{2}$

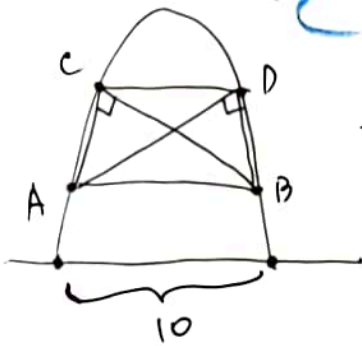
$f(f(t)) = \frac{\frac{t-1}{2} - 1}{2} = \frac{t-1-2}{4} = \frac{t-3}{4}$

$f(f(f(t))) = \frac{\frac{t-3}{4} - 1}{2} = \frac{t-3-4}{8} = \frac{t-7}{8}$

$\frac{t-1-2}{2^2} - 1 = \frac{t-2^0-2^1-2^2}{2^3}$

Черновик

6



$$-bx^2 + ax + a = 0$$

$$a - bx^2 = 0$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$2\sqrt{\frac{a}{b}} = 10 \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = 5$$

$$\frac{a}{b} = 25$$

$$x_0 = 0 \quad a = 10$$

$$b = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

$$-\frac{2}{5}x^2 + 10 = 0$$

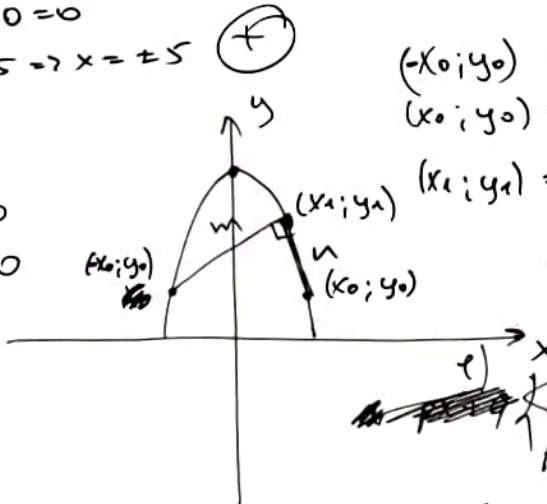
$$x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$$

$$a = 10$$

$$b = \frac{1}{10}$$

$$-\frac{1}{10}x^2 + 10 = 0$$

$$x = \pm 10$$



$$(x_0; y_0) = (x_0; 10 - \frac{2}{5}x_0^2)$$

$$(x_0; y_0) = (x_0; 10 - \frac{2}{5}x_0^2)$$

$$(x_1; y_1) = (x_1; 10 - \frac{2}{5}x_1^2)$$

$$18 \cdot 4 = 72$$

$$121 - 72 = 49$$

$$px_0 + q = 10 - \frac{2}{5}x_0^2$$

$$px_1 + q = 10 - \frac{2}{5}x_1^2$$

$$p(x_1 - x_0) = \frac{2}{5}(x_1 - x_0)(x_1 + x_0)$$

$$p = \frac{2}{5}(x_1 + x_0)$$

~~$$p(x_1 - x_0) = \frac{2}{5}(x_1 - x_0)(x_1 + x_0)$$~~

$$y + 7 = y^2 - 10y + 25$$

$$y^2 - 11y + 18 = 0$$

$$\frac{11 \pm 7}{2} = 2; 9$$

$$5620 \quad (x; y) = (7; 9)$$

$$\begin{array}{r} 1986 \\ + 127 \\ \hline 2113 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19968 \\ + 127 \\ \hline 20095 \end{array}$$

$$x_1 = x_0$$

$$1 + \frac{2}{5}(x_0^2 - x_1^2) = 0$$

$$\left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 2 + \frac{1}{9} - \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$= \frac{19}{9} - \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$= \frac{19 - 6\sqrt{2}}{3}$$

$$42 \cdot 3 = 126$$

$$126 \cdot 2 = 2520$$

$$\begin{array}{r} 148 \\ \times 12 \\ \hline 296 \\ + 1480 \\ \hline 1776 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ \times 42 \\ \hline 150 \\ + 3000 \\ \hline 3150 \end{array}$$

Черновики

~~1. Вело сест:~~

1. Вело сест: 3вр., 4зам., 7ман., 3уч.  
нужно выбрать: 1вр., 2зам., 3ман.

$$\frac{155}{360} = \frac{3 \cdot 45}{9 \cdot 40}$$

1) если 0уч  $\Rightarrow 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$

2) если 1уч-ман:  $\frac{3}{\downarrow \text{выбрать 1уч.}} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{\text{---}}{\uparrow \uparrow} = \frac{3}{\text{---}} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{3 \cdot 2 \cdot 6}{\text{---}} \Rightarrow 3 \cdot 7 \cdot 6$

если 2уч-ман:  $\frac{3}{\text{---}} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{6 \cdot 7}{\text{---}}$

$$\frac{1}{2} \frac{2}{1} \Rightarrow 6$$

$$\frac{19 - 9\sqrt{2}}{9} = \frac{19 - 9\sqrt{2} - 1}{9}$$

если 3уч-ман.:  $\frac{1}{\text{---}} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{3!}{\text{---}}$

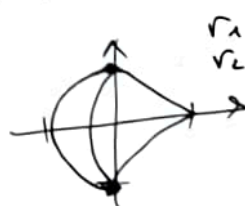
3) если 1уч.-зам.

$$\left(\sqrt{2} - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{19}{9} - \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{19 - 6\sqrt{2}}{9}$$

$$49 - 36 = 13$$

$$16 - 9$$

2. 1) Посчитать  $S$  шес. нар.

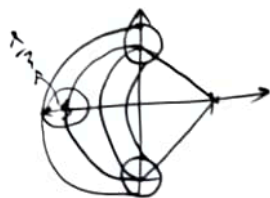


$$r_1 = 1$$

$$r_2 = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow S_{\text{ш.н.}} = \frac{1}{2} \pi \cdot 1^2 + 1 \cdot \frac{1}{4} \pi \cdot (\sqrt{2})^2 = \frac{1}{2} \pi + 1 - \frac{1}{4} \cdot 2\pi = 1$$

2) Посчитать площади  $S_1$  и  $S_2$



$$S_1 = \frac{1}{2} \pi \left(\frac{7}{6}\right)^2 - \pi \cdot 1^2 = \frac{1}{2} \frac{13}{36} \pi = \frac{13}{72} \pi$$

$$S_2 = \frac{1}{4} (\pi \cdot 2 - \pi)$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \left( \pi \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \pi \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{9} \pi = \frac{7}{18} \pi$$

$$S_2 = \frac{1}{4} \left( 2\pi - \frac{19 - 6\sqrt{2}}{9} \pi \right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{9\sqrt{2} - 1}{9} \pi = \frac{9\sqrt{2} - 1}{36} \pi$$

3) Посчитать сумму оср-стей

$$r = \frac{1}{3} \Rightarrow S + S = 2 \cdot \frac{3}{8} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{\pi}{12}$$

$$\Rightarrow \Sigma = 1 + \left( \frac{7}{18} + \frac{9\sqrt{2} - 1}{36} + \frac{1}{12} \right) \pi$$

$$\sqrt{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{19 - 6\sqrt{2}}{9} = \frac{6\sqrt{2} - 1}{9}$$



Черновик

$$42 \cdot 3 = 126 \cdot 20 = 2520$$

$$\begin{array}{r} 148 \\ \times 12 \\ \hline 296 \\ 148 \\ \hline 1776 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 42 \\ \times 75 \\ \hline 210 \\ 294 \\ \hline 3150 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 5670 \\ \times 1986 \\ \hline 5656 \end{array}$$

1986

5600 + 700  
2.900

$$\begin{array}{r} 111 \\ \times 7656 \\ \hline 3 \\ \hline 22968 \end{array}$$

