0 698292 580005

69-82-92-58
(43.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 6

Место проведения Санкт-Петербург
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Каменина Андрея Дмитриевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

69-82-92-58

Итоговая оценка:

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Подпись	Расшифровка подписи
12	12	8	12	0	12	0	0	56	[illegible]	Данилов Б.Р.
									[illegible]	Никонин В.Е.

69-82-92-58 (43.1)

56 (половину листа)

Черновик

2 гр. 4 защ. 7 нап. 3 унив.

1 гр. 2 защ. 3 нап.

$2 \cdot C_4^2 \cdot C_7^3 \quad 2 \cdot ($

4 защ. 7 нап. 3 универ.

$C_4^2 \cdot C_7^3$

$-2y^2 + 18y - 12 = y - 3 \Rightarrow$

$2y^2 - 17y + 3 = 0$

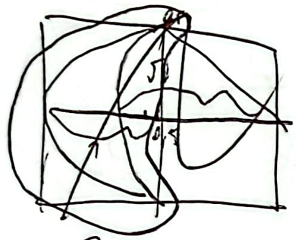
$D = 17^2 - 8 \cdot 3 = 17^2 - 56 =$

$= 289 - 56 = 233 \Rightarrow y = \frac{17 \pm \sqrt{233}}{4}$

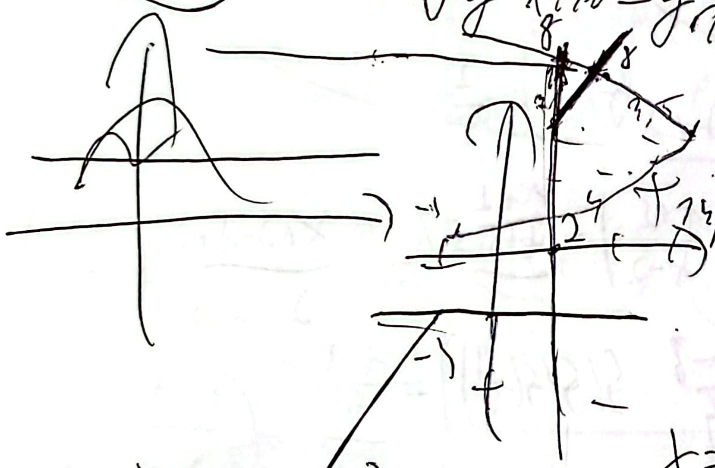
$2x = \frac{17 + \sqrt{233}}{4} - 3 =$

$= \frac{5 + \sqrt{233}}{4} > 4 \Rightarrow$ вер

$\left|(x-2)\cdot(y+3)\right| \cdot (y - x - 8) = (x-5) \cdot \left|(x-2)\cdot(y+3)\right|$



$\sqrt{y - x + 10} = y - 4 \quad x > 2$



$y - x - 8 = x - 5 \Rightarrow$

$y = 2x + 3$

$x = 2 \Rightarrow 7$

$y = -3 \Rightarrow x = -3$

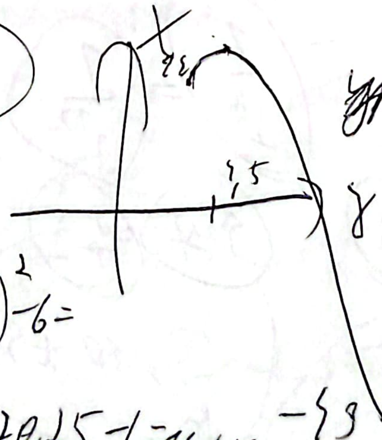
$x = 2$ — верно при мод $y \geq 4$

$y - \cancel{x} - 8 = 5 - \cancel{x} \Rightarrow y = 13$

$y - x + 10 = (y-4)^2$

$y - x + 10 = y^2 - 8y + 16 \Rightarrow$

$x = -y^2 + 9y - 6$



$y = 7$

$x = -y^2 + 9y - 6 \quad -\frac{b}{2a} = \frac{9}{2} = 4{,}5$

$y = 2x + 3 \Rightarrow \quad -(4{,}5)^2 + 2(4{,}5)^2 - 6 =$

$x = \frac{y}{2} - 1{,}5 \quad = (4{,}5)^2 - 6 = 20{,}25 - 6 = 14{,}25$

$9 \cdot 7 = 6$

$-49 + 63 - 6 = 63 -$

$y - 3 = -2y^2 + 18y - 12 \quad 16 + 36 - 6 = 2/4$

$-55 = 8$

$2y^2 - 17y + 3 = 0 \quad x = 2 \Rightarrow -y^2 + 9y - 6 = 2 \Rightarrow$

$y^2 - 9y + 8 = 0 \Rightarrow$ $y = 1$, $y = 8$

Черновик.

$x+2-2+2$

$f\left(\frac{x+2}{x-2}\right)=\frac{2}{x-2}$

(1) 5 5 9 . . . . (1).

(n) $9 \cdot 10^{n+1}-1$ . . . . . .

$\cancel{f(5+1)}$ $x\cdot(x-2)-2$

$f\left(1+\frac{4}{x+2}\right)=\frac{2}{x-2} \to f\left(\frac{4}{x-2}\right)$

$x=\frac{4}{t}+2 \Rightarrow \cancel{f\left(1+\frac{4}{\frac{4}{t}+4}\right)=\frac{2}{\frac{4}{t}}=f(1+4t)=2t}$

$\frac{4}{t-1}-2$ $f\left(1+\frac{4}{\frac{4}{t-1}}\right)=f(t)=\frac{2}{\frac{4}{t-1}}=\frac{t-1}{2}$.

$f(-3)=\frac{2}{-1}=-2$

$x-1=2 \Rightarrow x=3$ $\cancel{f(3+2}$ $f(5)=\frac{2}{2}$

$f(t)=\frac{t-1}{2}$. $f\left(\frac{t+2}{t-2}\right)=\frac{\frac{x+2}{x-2}-1}{2}=\frac{x+2-x+2}{2\cdot(x-2)}=\frac{2}{x-2}$.

$f(f(t))=\frac{\frac{t-1}{2}-1}{2}=\frac{t-3}{4}$ $f(f(f(t)))=\frac{\frac{t-3}{4}-1}{2}=\frac{t-7}{8}$

$\cancel{-1-2-4}$ $f(f(\dots f(t)))=\frac{t-2^{n}+1}{2^{n}}$ $S(n^2)-S(n)$ 8

$f(f\dots)=\frac{1}{2^{n}} \to \frac{1}{2^{12}}$ $\cancel{S(n^2)-S(n)}$

$n \to n+1$

75-ут. 9. $9\cdot 8$ $\cancel{8}\,2$

$\cancel{99999}$ . . . $99=9\cdot 10+9$

$\underbrace{9\dots}_{n}\cdot 10+9$

$9\cdot 10+9\cdot 8=$ $-n$.

$9\cdot(1 \dots 1)$ $=10\cdot 9\cdot 8+5\cancel{8}\,7)$

$8(\cancel{100-1}$ (10^2-1) n n

$9n$. m. $m\cdot 10^n-m$.

Черновик

21

2.1

7 зач., 3 кап., 4 универ.

0 унив. → $C_4^2 \cdot C_7^3 \cdot C_4^1$

1 универ → $C_3^1 \cdot (C_7^3 \cdot C_4^1 + C_7^2 \cdot C_4^2)$

2 универ. → $C_3^2 \cdot (C_7^2 \cdot C_4^1 + C_7^3 + C_4^2 \cdot C_7^1)$

3 универ. → $C_4^2 + C_7^1$

$C_4^2 \cdot C_7^3 + C_3^1 \cdot (C_7^1 \cdot C_7^3 + C_4^2 \cdot C_7^2) +$

2 унив. $+ C_3^2 \cdot (C_7^3 + C_4^2 \cdot C_7^1 +$

$+ C_7^2 \cdot C_4^1 + C_7^2)$

$C_7 C_4^2 + C_3^2 \cdot C_4^1 + C_4^1 + C_3^3 \cdot C_7^2$

Ответ: $2 \cdot (C_4^2 \cdot C_7^3 + C_3^1 \cdot (C_7^1 \cdot C_7^3 + C_4^2 \cdot C_4^2) + C_3^2 \cdot (C_7^3 + C_7^2 \cdot C_3^2) \cdot C_7^2 \cdot C_4^1 +$

$+ C_4^2 + C_3^2 \cdot C_7^2 \cdot C_4^1 + C_3^3 \cdot C_7^2) = 2 \cdot (6 \cdot 35 + 3 \cdot (35 \cdot 4 + 6 \cdot 21) + 3 \cdot (35 +$

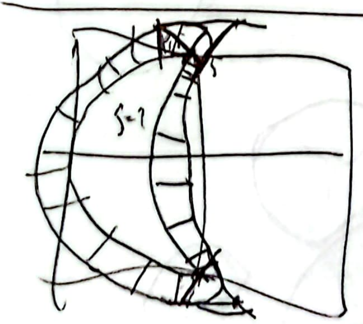
$C_7^3 \quad \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 35 \quad \frac{7 \cdot 6}{2} = 21$

$+ 4 \cdot 6 + 2 \cdot 21 \cdot 4 + 6 + 3 \cdot 7 \cdot 4 +$

$+ 3 \cdot 21) =$

$2 \cdot (6 \cdot 35 + 12 \cdot 35 + 18 \cdot 21 + 3 \cdot 35 + 18 \cdot 4 + 8 \cdot 21 + 6 + 4 \cdot 21 + 3 \cdot 21) =$ $7 + 8 + 18 = 33$

$= 2 \cdot (27 \cdot 35 + 33 \cdot 21 + 6 +$



$\frac{\pi \cdot 1}{2} - \frac{\pi \cdot 2}{1}$ $\frac{\pi}{2} \quad 1, \pi$

$\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 1 - \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 2$

$85 = 1$

$(\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 2) = 360°$

$180 = 15 \cdot 8$

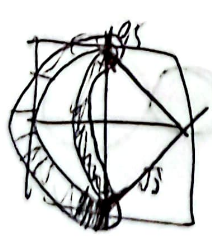
135°

45°:3

$85 | 17$

$17 \cdot 4 = 40 + 28 = 68$

$5 \to 35$



$\frac{3}{8} \cdot \pi \cdot (0,5)^2 \cdot 2 + 1 + (\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (\pi \cdot 1,5^2 - 1)) +$

$+ \frac{1}{4} \pi \cdot (\sqrt{2} - (\sqrt{2} - 0,5)^2)$

$5 \cdot 17$

$3 \cdot 17 \cdot 4 \cdot 17$

1 кол 35 мин = 85 мин

x: $7x + 17k + 177 = 85$

$3x + 11k = 34$

$7x + 11k = 17$ — нечётн. $2 \cdot k$

$17 + 2 - 10 \cdot 17$

Черновик

$7x + 11k = 51$ k=0 – реш. нет $x = 13$

$34 + 17 = 54 + 51 = 51$ 22 $37 - 2 = 23$ 28 7.

k=1 – нет

k=2 ⇒ $k = 4 \Rightarrow x = 1$

$7x + 11k = 68$ $68 - 11 = 57$ 47 35 24 13 2

k=0 – нет

k=1 – нет

k=1 – нет

$k = 4$ – да $x = 5$ нет

k=7

1 по 17 0 раз

$7x + 11k = 85$

85 74 63

51 41 30

19 8.

k=0 – нет

$k = 2 \Rightarrow x = 5$

$2 \cdot 17 + 7 \cdot 19$

$7 + 11 \cdot 4 + 2 \cdot 17$

$34 + 44 = 78$

$4 \cdot 11 + 17 + 5 \cdot 7$

$\cancel{11 \cdot 2 + 7 \cdot 5}$

$\cancel{2 \cdot 17 + 7 \cdot 19}$

$7 + 11 \cdot 4 + 2 \cdot 17$

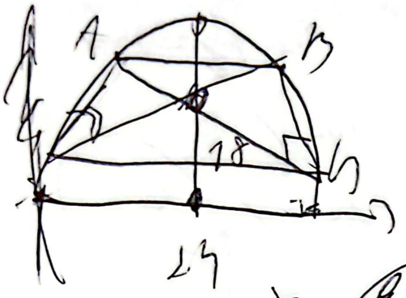
$2 \cdot 17 + 7 \cdot 19$

$\cancel{11 \cdot 2 + 7 \cdot 5}$

$4 \cdot 11 + 17 + 5 \cdot 7$

69-82-92-58
(43.1)

Черновик



$y=a-bx^2=0 \Leftrightarrow bx^2=a \Rightarrow$

$x=\pm\sqrt{\frac{a}{b}}$

$2\sqrt{\frac{a}{b}}=24 \Rightarrow \sqrt{\frac{a}{b}}=12$

$x_0=\frac{a}{2b} \Rightarrow a-b\cdot\frac{a^2}{4b^2}=18 \Leftrightarrow$

$\frac{a}{b}=144 \Rightarrow$

$4ab-a^2=18\cdot4b$

$a=144b$

$4\cdot144\cdot b^2-144^2\cdot b^2=18\cdot4\cdot b$

$x=\pm\sqrt{\frac{a}{b}} \Rightarrow$

$2\sqrt{\frac{a}{b}}=24 \Rightarrow \sqrt{\frac{a}{b}}=12.$

$-\frac{a}{-2b}=\frac{a}{2b} \Rightarrow a-b\frac{a^2}{4b^2}=a-\frac{a^2}{4b}=18$

$a-a\cdot\frac{144}{4}=18 \Rightarrow a-36a=18 \Rightarrow a=-\frac{18}{35}$

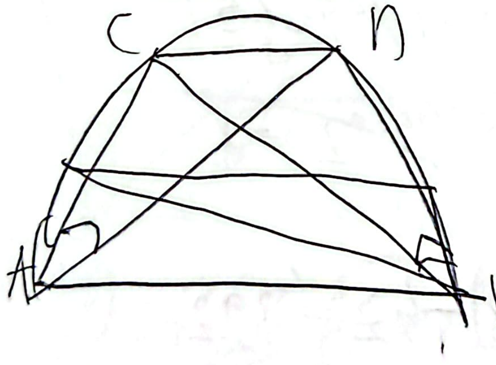
$\frac{12^2}{2^2}=6^2$

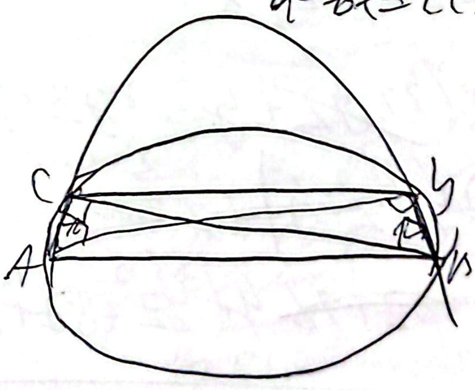
$a-bx^2=0 \Leftrightarrow x^2=\frac{a}{b} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{a}{b}}$ $\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{a}{b}}=24 \Rightarrow \sqrt{\frac{a}{b}}=12.$

$a\ \frac{a}{2b} \Rightarrow a-b\cdot\frac{a^2}{4b^2}=a-a\cdot\left(\frac{a}{4b}\right)=18=a-a\cdot\frac{144}{4}=a-36a=18 \Rightarrow$

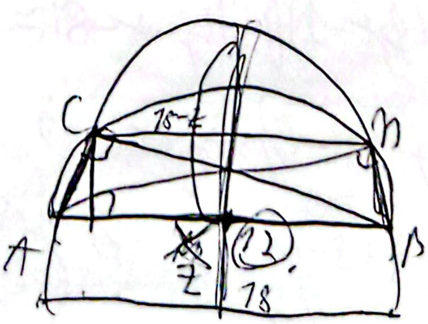
$a=-\frac{18}{35}.$

$a-bx^2=c \Leftrightarrow$

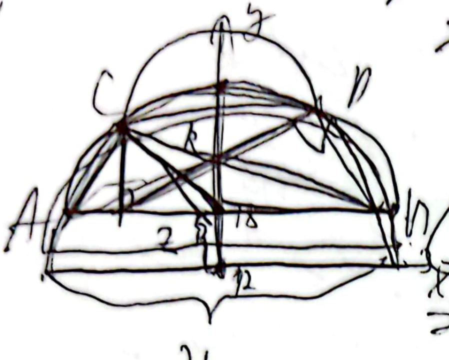




$y=a-bx^2 \Rightarrow$



Черновик



$x^2 = \frac{a}{b} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{a}{b}} \Rightarrow 2\sqrt{\frac{a}{b}} = 24 \Rightarrow$

$\frac{a}{b} = 144 \Rightarrow a = 144 \cdot b$

$x_0 = 0 \Rightarrow 18 = 18,\ b = \frac{18}{144}$

$= \frac{2 \cdot 8 \cdot 8}{8 \cdot 16} = \frac{1}{8}$

$12^2 = 3^2 \cdot 4^2$

$y = 18 - \frac{1}{8}x^2$ $\quad 18 - \frac{1}{8}x^2$

$f(0) = c \Rightarrow 18$

$x^2 + (y-z)^2 = 144 - 8z$

$18 - \frac{1}{8}x^2 - z = 0 \Rightarrow x^2 = 144 - 8c \Rightarrow$

$x = \sqrt{144 - 8c}$

$x^2 + y^2 - 2yz + z^2 = 144 - 8z$

$y = -\frac{1}{8}x^2 + 18 - z \Rightarrow x^2 = -8y + 144 - 8z$

$-8y + \cancel{144 - 8z} + y^2 - 2yz + z^2 = \cancel{144 - 8z} \Rightarrow$

$\cancel{y^2 - 2y(4+z) + z^2 = 0}$ $\quad x^2 + (y-z)^2 = 144 - 8z$

$\cancel{x^2}$ $\quad y = 18 - z - \frac{1}{8}x^2 \Rightarrow x^2 = -8y + 144 - 8z$

$-8y + \cancel{144 - 8z} + y^2 - 2yz + z^2 = \cancel{144 - 8z} \Rightarrow$

$y^2 - 2y(z+4) + z^2 = 0$

$D = \cancel{z^2 + 8z + 16}\ 4(z^2 + 8z + 16) - 4z^2 = 32z +$

$(|y+3| \cdot |y-x-2|) \cdot |y-x-8| = 4x-5) \cdot |(y+3)(x-2)| (y+4)|$

$|y - x - 8| = x - 5$ $\quad y = x + 8$

$y < x + 8$ $\quad y = 13$

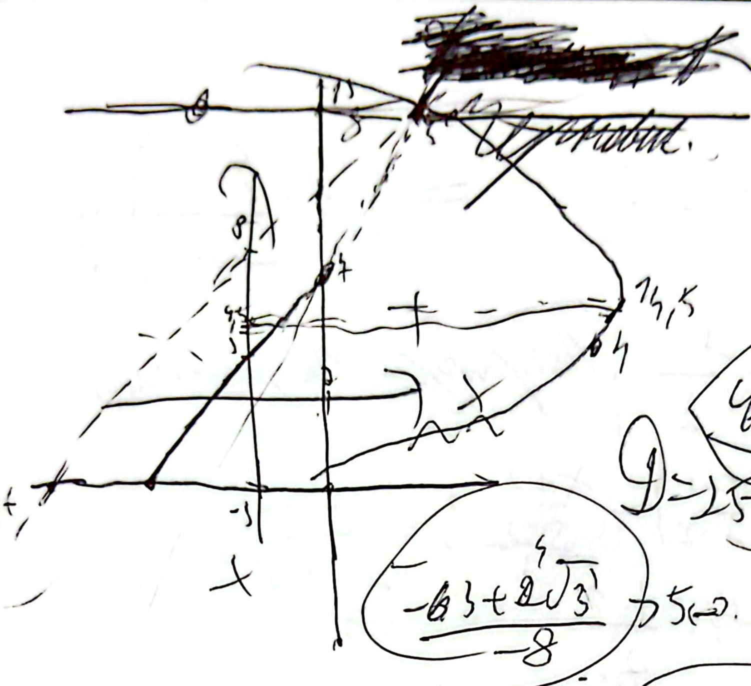
$y > x + 8$ $\quad y - x - 8 = 5 - x$

$2x + 3 = x + 8 \Rightarrow$ $\quad |y - x - 8| = 5 - x$ $\quad y = 2x + 3$

$x = 5$ $\quad 13$

$-y + x + 8 = 5 - x \Rightarrow$ $\quad y = 2x + 3$

$= 13$



черновик

$-165+127-6=$

$=-35-6$

$130-13=17$

$4x^2-5x-12=0$

$D=25+4\cdot4\cdot12=(192)$

$\frac{-63+2\sqrt{3}}{-8}>5$

$x=\frac{-6\pm 2\sqrt{48}}{-8}$

$y-x+10=y^2-8y+16 \Rightarrow x=-y^2+8y-6$ $-169+13-6=$

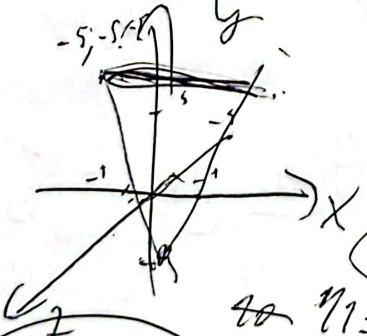
$=-16$

$y>4$ $-16-6+36=24$.

$y=13$ $-169+13\cdot9$

$y=2x+3$; $x=-(2x+3)^2+18x+27-6=-(4x^2+12x+9)$

$-3+4\sqrt{3}>-40 \Rightarrow 4\sqrt{3}>$ $=-4x^2+6x+12=x=1$



(9) → 4 верно ; (1)

$10^{44}-7=2\cdot3\cdot10^{44}+10^{44}-2$

$8\cdot10-8=72$

$; 9 ; S_{цифр} : 5$

$99\cdot2=(100-1)\cdot2=$

$=198$

$11\cdot99=100\cdot11-11=1100-11=1089$

$S(n)=S(11n)$

$4/5 \Rightarrow n=9$ - плохо

$4:5$

75 ум.

$S(10n)=S(n)$

$(4+9)$

$S(10^{44}\cdot n)=S(n)$

$x+9 = x+5$

Чистовик

Задание №6

$f\left(\frac{x+2}{x-2}\right)=\frac{2}{x-2} \Leftrightarrow f\left(1+\frac{4}{x-2}\right)=\frac{2}{x-2} \Rightarrow f\left(1+\frac{4}{\frac{4}{x-1}+2-2}\right)=\frac{2}{\frac{4}{x-1}+2-2}$

$f(x)=\frac{2}{4}\cdot(x-1)=\frac{x-1}{2}$ Попробуем подставить

~~$f(x+2$~~ $f(x)=\frac{x-1}{2}$. $f\left(\frac{x+2}{x-2}\right)=\frac{\frac{x+2}{x-2}-1}{2}=\frac{x+2-x+2}{2\cdot(x-2)}=\frac{2}{x-2}$.

подходит. Значит $f(x)=\frac{x-1}{2}$.

$f(f(x))=\frac{\frac{x-1}{2}-1}{2}=\frac{x-3}{4}$, $f(f(f(x)))=\frac{\frac{x-3}{4}-1}{2}=\frac{x-7}{8}$.

Д-м. ММИ, что $\forall n:\ \underbrace{f(f(\ldots(x)))}_{n}=\frac{x-2^n+1}{2^n}$

1). База верна: $n=1$ верно

2). Верно для n

3). Д-м. для $n+1$

$\underbrace{f(f(\ldots(x)))}_{n+1}=\frac{\frac{x-2^n+1}{2^n}-1}{2}=\frac{x-2^n+1-2^n}{2^{n+1}}=\frac{x-2^{n+1}+1}{2^{n+1}}$ — верно

Т.е. $\underbrace{f(f(f(\ldots(x))))}_{12}=\frac{x-2^{12}+1}{2^{12}}$. $\left(\underbrace{f(f(\ldots(x)))}_{12}\right)'=\frac{1}{2^{12}}$.

Ответ: $\frac{1}{2^{12}}$

Задание №1

Т.к универсалы не могут быть вратарями, то пока их рассматривать не будем. Т.е. „решим задачу" без вратарей

I Если участвуют 0 универсалов: $C_4^2\cdot C_7^3$ вар.

II Если участвует 1 универсал: $C_3^1\cdot(C_4^1\cdot C_7^3+C_7^2\cdot C_4^2)$ вар.

III Если участвуют 2 универсала: $C_3^2\cdot(C_7^3+C_4^2\cdot C_7^1+2\cdot C_4^1\cdot C_7^2)$

IV участвуют 3 универсала: $C_4^2+C_3^2\cdot C_4^1\cdot C_7^1+C_3^1\cdot C_7^2$.

Итого: ~~$C_4^2\cdot C_7^3+C_3^1\cdot(C_4^1\cdot C_7^3+C_7^2\cdot C_4^2)+C_3^2(C_7^3+C_4^2\cdot C_7^1+2\cdot C_4^1\cdot$~~

Чистовик

Задание №1 – продолжение.

Итого: $C_4^2 \cdot C_7^3 + C_3^1 \cdot (C_4^1 \cdot C_7^3 + C_7^2 \cdot C_4^2) + C_3^2 \cdot (C_4^3 + C_4^2 \cdot C_7^1 + 2 C_4^1 \cdot C_7^2) +$
$+ C_4^3 + C_3^2 \cdot C_4^1 \cdot C_7^1 + C_3^1 \cdot C_7^2 = 6 \cdot 35 + 3(4 \cdot 35 + 21 \cdot 6) + 3(35 + 6 \cdot 7 + 2 \cdot 4 \cdot 21)$
$+ 6 + 3 \cdot 4 \cdot 7 + 3 \cdot 21 = 6 \cdot 35 + 12 \cdot 35 + 18 \cdot 21 +$
$+ 3 \cdot 35 + 18 \cdot 7 + 24 \cdot 21 + 6 + 4 \cdot 21 + 3 \cdot 21 =$

$C_4^2 = 6$; $C_7^3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 35$

$C_7^2 = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21$

$= 21 \cdot 35 + 21 \cdot (18 + 24 + 4 + 3) + 18 \cdot 7 + 6 = 21 \cdot 35 + 21 \cdot 49 + 18 \cdot 7 + 6 =$
$= 21 \cdot 84 + 18 \cdot 7 + 6 = 1764 + 126 + 6 = 1.770 + 126 = 1.896$ кар.

$84 \cdot 21 = 1764$; $18 \cdot 7 = 126$

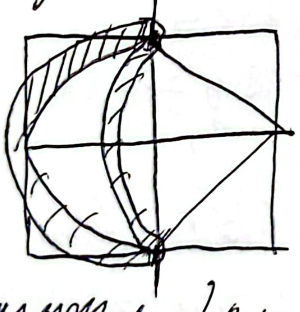
Но мы могли выбрать одного из 2-х вратарей

значит ответ: $2 \cdot 1.896 = 3.792$

$1.896 \cdot 2 = 3792$

Ответ: 3.792 кар.

Задание № 2



Посчитаем для начала обычную площадь полумесяца. Она равна: $\frac{\pi \cdot 1^2}{2} - \left(\frac{\pi \cdot (\sqrt{2})^2}{4} - \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{2})^2\right) = 1$.
Рассмотрим заштрихованные зоны. Их можно очень легко посчитать просто как разность ~~от~~ площадей областей 2-х окружностей. Основную сложность представляют окр-сти у концов полумесяца. Назовём эти окр-сти „маленькими". Т.к. полумесяц образован дугами 2-х окр-тей, то, чтобы посчитать искомую пл-дь, достаточно провести отрезки, показанные на чертеже. Они будут перпендикулярны кас-ной к мал. окр.-сти и образовывают угол $45° + 90° = 135°$. Т.е. искомая пл-дь

$2 \cdot \frac{135}{360} \cdot \pi \cdot (0,5)^2$.

Это пл-дь заштрихованной области легко считается – это:
$\frac{1}{2} \pi \cdot (1 + 0,5)^2 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 1^2 + \frac{1}{4} \cdot (\pi \cdot (\sqrt{2})^2 - \pi \cdot (\sqrt{2} - 0,5)^2)$.

Задание № 2 – продолжение

Значит искомая площадь $= ~~2\cdot\frac{3}{8}\cdot\pi\cdot(0{,}5)^2+1+\frac{1}{2}\pi(1{,}5^2-1)~~+\frac{1}{4}(5\pi-{\ldots})$

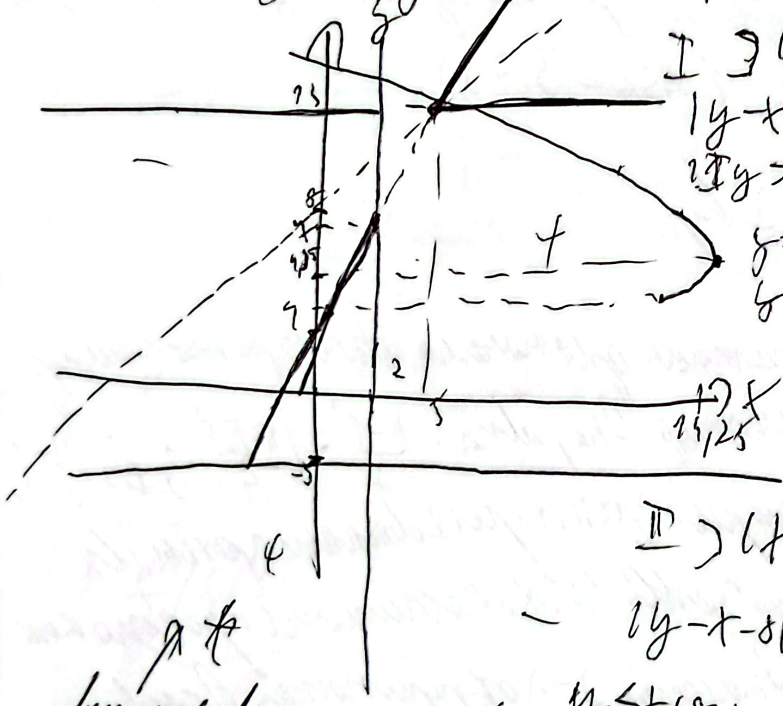
$= \frac{3}{4}\cdot\pi\cdot0{,}5^2+1+\frac{1}{2}\pi\cdot(1{,}5^2-1)+\frac{1}{4}\cdot(2\pi-(\sqrt{5}-0{,}5)^2\pi)$

Ответ: $\frac{3}{4}\cdot\pi\cdot0{,}5^2+1+\frac{1}{2}\pi(1{,}5^2-1)+\frac{1}{4}\cdot(2\pi-(\sqrt{5}-0{,}5)^2\pi)$.

Задание № 3

$$\begin{cases} |xy+3x-2y-6|\cdot|y-x-8|=(x-5)\cdot|xy+3x-2y-6| \ (*) \\ \sqrt{y-x+10}=y-4 \end{cases}$$

$(*)$ $|x-2|\,|y+3|\cdot|y-x-8|=(x-5)\cdot|(x-2)\cdot(y+3)|$



I) $(x-2)\cdot(y+3)\ne0$, тогда.

$|y-x-8|=x-5$.

1) $y>x+8 \Rightarrow y=2x+3$

$y=2x+3$, $y=x+8$ $\Rightarrow x=5$

2. $y\le x+8 \Rightarrow$

$x+8-y=x-5 \Rightarrow$

$y=13$

II) $(x-2)\cdot(y+3)=0$. Тогда

$|y-x-8|=5-x$. $y>x+8\Rightarrow$

$y-x-8=5-x\Rightarrow y=13$

$y<x+8\Rightarrow$ $x+8-y=5-x\Rightarrow y=2x+3$

Вот так выглядит гр-к первого равенства.

$\sqrt{y-x+10}=y-4 \Leftrightarrow \begin{cases} y\ge4 \\ y-x+10=y^2-8y+16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y\ge4 \\ x=-y^2+9y-6 \end{cases}$

$f(y)=-y^2+9y-6$, $y_0=\frac{9}{2}=4{,}5$; $f(y_0)=-(4{,}5)^2+2\cdot4{,}5^2-6=$

$=4{,}5^2-6=20{,}25-6=14{,}25$

$f(4)=-16+36-6=14$. Я нарисовал примерный эскиз.

Получается, нам лишь нужно посмотреть где не пересечения ($y=13$; ~~$y=$~~ $x=2$; $y=2x+3$)

Задание №3 — продолжение

$y=13 \Rightarrow f(13)=-169+9\cdot13-6=-169+117-6<0$. Значит решение есть. $-169+117-6=-6-52=-58$ — реш. $(-58;13)$.

$-\frac{169}{117}$ $\frac{169}{-117}$ $\overline{52}$

подстр. на 2: $8-y^2+3y-6=2 \Rightarrow y^2-3y+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=8 \end{array}\right.$

$y=1$ нам не подх. $(y\geq 7)$ значит $y=8$ — подх.

$(2;8)$ — решение

$y=2x+3$
$x=-y^2+3y-6$ $\Rightarrow x=-(4x^2+12x+9)+3(2x+3)-6=-4x^2-12x-9+18x+27-6$
$=-4x^2+6x+12 \Rightarrow 4x^2-5x-12=0$

$D=25+16\cdot12=25+13\cdot25+252=277 \Rightarrow$

$x=\frac{5\pm\sqrt{277}}{8}$ отриц. x нас не интересует. (очевидно у гр. кол)

$x=\frac{5+\sqrt{277}}{8}<7 \Leftrightarrow 5+\sqrt{277}<56 \Leftrightarrow \sqrt{277}<51$ — верно. но он и больше 0, значит решение есть.

$\times\frac{12}{16}$, 72, 12, $13\,2$, 25, 277

$x=\frac{5+\sqrt{277}}{8}$; $y=\frac{5+\sqrt{277}}{4}+3=\frac{17+\sqrt{277}}{4}$

Ответ: $(-58;13)$, $(2;8)$, $\left(\frac{5+\sqrt{277}}{8};\frac{17+\sqrt{277}}{4}\right)$.

Задание №4

Посмотрим сколько раз по какой дуге он мог проехать. Пусть автомобиль проехал x раз по AB; y раз по BC; z раз по AC. Тогда

$7x+11y+17z=85$ (1 час 25 мин). Будем перебирать z.

$z=5 \Rightarrow 7x+11y=0 \Rightarrow (0;0;5)$ — реш

$z=4 \Rightarrow 7x+11y=17$. — нет реш

$z=3 \Rightarrow 7x+11y=34$ — $y=1 \Rightarrow 7x=23$ — нет реш.
$y=2 \Rightarrow 7x=12$

$z=2 \Rightarrow 7x+11y=51$ $y=0 \Rightarrow 7x=13 \Rightarrow (13;0;2)$ — реш
$y=1$ — нет реш.
$y=3$ — нет реш.
$y=2$ — нет реш. ...
$x=1; y=4$ — реш. $(1;4;2)$

$51-11$, 40, 29, 18, 7

Задание № 4 - продолжение.

$z=1 \Rightarrow 7x+11y=68$ $\quad$ $y=0$ - нет реш. $\quad$ $y=3$ - реш. $(5;3;1)$

68 57 46 35 24 13

$z=0 \Rightarrow 7x+11y=85$ $\quad$ $y=2$ - реш. $(9;2;0)$

85 67 74 63 52 41 30 19 8.

Т.е. ~~опил~~ автомобиль мог проехать только столько раз: $(0;\cancel{7};5)$; $(13;0;2)$; $(1;4;2)$; $(5;3;1)$; $(9;2;0)$.

Этот очевидно не подходит; $(9;2;0)$ тоже не подх., т.к. автомобиль должен проехать только 2 раза по BC, и это означает, что напр. движения по AB он не изменит, а т.к. 9 нечётно, то такое невозможно.

Аналогично $(13;0;2)$ не подходит.

Остаются только $(1;4;2)$ и $(5;3;1)$

$(5;3;1)$ - подходит: $\to AC$; $3\times BC$ и $5\times AB$ - такая посл-ность подходит.

$(1;4;2)$ не подх., т.к. кол-во $AB=1$ а все ост. чётные, значит и они должны ~~2 раза~~ проехать полные обороты из-за чего попадёт он в A.

Значит ответ: $5\cdot 13+3\cdot 21+|AC|\cdot 1$.

$R_{AC}=\frac{2\cdot R_{AB}+R_{BC}}{2}=R_{AB}+R_{BC}$. Значит $|AC|=\pi(R_{AB}+R_{BC})=$
$=\pi R_{AB}+\pi R_{BC}=|AB|+|BC|=21+13=34$.

Т.е. ответ: $5\cdot 13+3\cdot 21+34=65+63+34=128+34=$
$=132+30=162$

Ответ: 162 км.