0 628817 020006

62-88-17-02
(40.36)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7

Выход: $14^{52}-14^{54}$

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

Кириллова Андрея Александровича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«25» февраля 2024 года

Подпись участника

Итоговая оценка:

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
12	0	8	12	12	12	0	4	60

60 (шестьдесят)

62-88-17-02 (40.36)

Чистовик

Страница 1

Задача 1

Сразу отметим, что кол-во способов выбрать вратаря равно 2 (универсал не может быть вратарём). А относительно защитников и нападающих случаев несколько:

1) выбранные защитники и нападающие — не универсалы. Кол-во способов выбрать так защитников и нападающих равно $C_5^2 \cdot C_6^3 = \frac{5\cdot\cancel{4}^2}{\cancel{2}_1}\cdot\frac{\cancel{6}\cdot 5\cdot 4}{\cancel{6}_1} = 10\cdot 20 = 200$

2) выбрали ровно 1 универсала, и это защитник. Тогда $(3\cdot C_5^1)\cdot C_6^3 = 15\cdot 20 = 300$

3) выбрали ровно 1 универсала, и это нападающий. Тогда $C_5^2\cdot(3\cdot C_6^2) = 10\cdot 3\cdot\frac{\cancel{6}^3\cdot 5}{\cancel{2}_1} = 450$

4) выбрали ровно 2 универсалов, и это защитники. Тогда $(C_3^2\cdot 1)\cdot C_6^3 = (3\cdot 1)\cdot 20 = 60$

5) выбрали ровно 2 универсалов, и это нападающие. Тогда $C_5^2\cdot(C_3^2\cdot C_6^1) = 10\cdot(3\cdot 6) = 180$

6) выбрали ровно 2 универсалов: одного как защитника, другого как нападающего. Тогда $(C_3^1\cdot C_5^1)\cdot(C_2^1\cdot C_6^2) = (3\cdot 5)\cdot(2\cdot 15) = 450$

7) выбрали ровно 3 универсала, и это нападающие. Тогда $C_5^2\cdot 1$ (нападающих больше 3 нельзя брать) $= 10$

8) выбрали ровно 3 универсала, из которых только один, как защитник. Тогда $(C_3^1\cdot C_5^1)\cdot(C_2^2\cdot C_6^1) = (3\cdot 5)\cdot(1\cdot 6) = 90$

9) выбрали ровно 3 универсалов (то есть всех), из которых только один, как нападающий. Тогда $(C_3^2\cdot C_5^0)\cdot(C_1^1\cdot C_6^2) = (3\cdot 1)\cdot(1\cdot 15) = 45$

Итого способов собрать шестёрку $2\cdot(200+300+450+60+180+450+10+90+45) = 2\cdot 1785 = \boxed{3570}$ $\boxed{\text{Ответ: } 3570}$

Чистовик
Страница 2

Задача 3 (часть 1)

$$\begin{cases}(xy-3+3x-y)\,|y-x-9| = (x-4)\,|xy-3+3x-y| \;(1)\\ \sqrt{y-x+9} = y-4 \;(2)\end{cases}$$

Заметим в (1): $(\underbrace{xy+3x}_{x(y+3)})-(y+3)=(y+3)(x-1)$. А из (2): $y\geq 4$ (так как $\sqrt{y-x+9}\geq 0$). Значит:

$$\begin{cases}(x-1)\cdot(y+3)\cdot|y-x-9| = |x-1|\cdot(y+3)\cdot(x-4) \;(1.1)\\ \sqrt{y-x+9} = y-4 \;(2)\end{cases}$$

~~Пусть $y=-3$. Тогда (2): $\sqrt{-x+6}=$~~

Понимаем, что $y+3\geq 7>0$. Значит (1.1) преобразуется в (1.2): $(x-1)\,|y-x-9| = |x-1|\cdot(x-4)$.

Пусть $x=1$. Тогда в (2): $\sqrt{y+8}=y-4 \Leftrightarrow \begin{cases}y\geq 4\\ y+\cancel{8} = y^2-8y+\cancel{16}\end{cases} \Leftrightarrow y^2\underbrace{-9y}_{-8y-y}+8=0 \Leftrightarrow (y-8)(y-1)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1<4 \text{ (не подходит)}\\ y=8\geq 4 \text{ (подходит)}\end{array}\right.$ Итак, нашли решение $(1;8)$

Теперь пусть $x\neq 1$. Тогда 2 случая:

I) $x>1 \Rightarrow |y-x-9| = x-4 \Leftrightarrow \begin{cases}x\geq 4\\ \left[\begin{array}{l} y-\cancel{x}-9=4-\cancel{x} \Leftrightarrow y=13\\ y-x-9=x-4 \Leftrightarrow y=2x+5\end{array}\right.\end{cases}$

Iа) $y=13>4 \xRightarrow{\text{из (2)}} \sqrt{22-x}=9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 22-x=81 \Leftrightarrow x=-59$ ~~$\boxed{\neq 1 \Rightarrow}$~~ $<1 \Rightarrow$ Iа невозможен

Iб) $y=2x+5 \xRightarrow{\text{из (2)}} \sqrt{x+14}=2x+1 \Leftrightarrow \begin{cases}x\geq -\frac{1}{2} \text{ (очевидно, т.к. } x>1)\\ \cancel{x}+\cancel{14} = 4x^2+\cancel{4x}+\cancel{1}\end{cases} \Leftrightarrow 4x^2+3x-13=0 \Rightarrow D=9+4\cdot(4\cdot 13)=213>0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{213}}{8}$. Но $x>1 \Rightarrow x=\frac{\sqrt{213}-3}{8}>1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sqrt{213}>11 \Leftrightarrow 213>121$ (верно) $\Rightarrow y=\frac{\sqrt{213}-3}{4}+5=\frac{17+\sqrt{213}}{4}$

Нашли ещё одно решение: $\left(\frac{\sqrt{213}-3}{8};\ \frac{17+\sqrt{213}}{4}\right)$

Чистовик

Страница 3

Задача 3 (часть 2)

II) $x<1 \Rightarrow |y-x-9| = 4-x \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 4 \text{ (очевидно, т.к. } x<1) \\ y-\cancel{x}-9 = 4-\cancel{x} \Leftrightarrow y=13 \\ y-x-9 = x-4 \Leftrightarrow y = 2x+5 \end{cases}$

IIа) $y = 13 > 4 \Rightarrow \sqrt{22-x} = 9 \Leftrightarrow x = -59 < 1$

Нашли ещё одно решение: $(-59; 13)$

IIб) $y = 2x+5 \Rightarrow \sqrt{x+14} = 2x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -\frac{1}{2} \\ 4x^2+3x-13=0 \Rightarrow \end{cases}$

$\Rightarrow x_{3,4} = \frac{-3 \pm \sqrt{213}}{8}$. Но $\cancel{x<1 \Rightarrow x = \frac{-3-\sqrt{213}}{8}}$ $\cancel{<1 \Leftrightarrow}$

$\frac{-3-\sqrt{213}}{8} < \frac{-3-\sqrt{196}}{8} = \frac{-3-14}{8} = -2\frac{1}{8} < -\frac{1}{2}$, а

$\frac{-3+\sqrt{213}}{8} > \frac{\sqrt{196}-3}{8} = \frac{14-3}{8} = 1\frac{3}{8} > 1 \Rightarrow$ IIб невозможен

Отметим, что II напоминает I (но отличается от I, так как $x<1$ в II, а $x>1$ в I), поэтому некоторые рассуждения в II аналогичны I и не повторяются.

Итого мы нашли 3 решения: $(1; 8)$, $\left(\frac{\sqrt{213}-3}{8}; \frac{17+\sqrt{213}}{4}\right)$ и $(-59; 13)$

$\boxed{\text{Ответ: } (1; 8), \left(\frac{\sqrt{213}-3}{8}; \frac{\sqrt{213}+17}{4}\right), (-59; 13)}$

ЧИСТОВИК
СТРАНИЦА 4

ЗАДАЧА 4 (часть 1)

Пусть a – кол-во преодолений ~~одной~~ дистанции $A \to B$ и $B \to A$ (в сумме) автомобилем; b – кол-во $B \to C$ и $C \to B$; c – кол-во $C \to A$ и $A \to C$. Так как 1ч 35мин = 95мин, то $95 = 5a + 13b + 19c$

Заметим, что $a \geq 0$; $b \geq 0$; $c \geq 0$; $a \in \mathbb{Z}$; $b \in \mathbb{Z}$; $c \in \mathbb{Z} \Rightarrow 19c \leq 95 \Rightarrow c \in \{0;1;2;3;4;5\}$. Будем считать, что автомобиль начинает движение по часовой стрелке.

Если $c = 5$, то автомобиль двигался только по внешней трассе $\Rightarrow$ в конце будет в C. Противоречие с условием.

Если $c = 4$, то $19 = 13b + 5a \Rightarrow 13b \leq 19 \Leftrightarrow b \leq 1\frac{6}{13} \Rightarrow b \leq 1$.
При $b = 1$: $a = \frac{6}{5} \notin \mathbb{Z}$; а. при $b = 0$: $a = 3\frac{4}{5} \notin \mathbb{Z}$.

Если $c = 3$, то $38 = 13b + 5a \Rightarrow 13b \leq 38 \Leftrightarrow b \leq 2\frac{12}{13} \Rightarrow b \leq 2$
При $b = 2$: $a = \frac{12}{5} \notin \mathbb{Z}$; при $b = 1$: $a = 5$ (запомним); при $b = 0$: $a = \frac{38}{5} \notin \mathbb{Z}$.

Если $c = 2$, то $57 = 13b + 5a \Rightarrow 13b \leq 57 \Leftrightarrow b \leq 4\frac{5}{13} \Rightarrow b \leq 4$
При $b = 4$: $a = 1$ (запомним); при $b = 3$: $a = \frac{18}{5} \notin \mathbb{Z}$; при $b = 2$: $a = \frac{31}{5} \notin \mathbb{Z}$; при $b = 1$: $a = \frac{44}{5} \notin \mathbb{Z}$; при $b = 0$: $a = \frac{57}{5} \notin \mathbb{Z}$

Если $c = 1$, то $76 = 13b + 5a \Rightarrow 13b \leq 76 \Leftrightarrow b \leq 5\frac{11}{13} \Rightarrow b \leq 5$
При $b = 5$: $a = \frac{11}{5} \notin \mathbb{Z}$; при $b = 4$: $b =$ ~~5 (запомним)~~ $\frac{24}{5} \notin \mathbb{Z}$; при $b = 3$: $a = \frac{37}{5} \notin \mathbb{Z}$; при $b = 2$: $a = 10$ (запомним); при $b = 1$: $a = \frac{63}{5} \notin \mathbb{Z}$; при $b = 0$: $a = \frac{76}{5} \notin \mathbb{Z}$.

Если $c = 0$, то $95 = 13b + 5a \Rightarrow 13b \leq 95 \Leftrightarrow b \leq 7\frac{4}{13} \Rightarrow b \leq 7$
~~При~~ Аналогично при $b \in \{0;1;2;3;4;5;6;7\}$ соответственно $a \in \{19; \frac{82}{5}; \frac{69}{5}; \frac{56}{5}; \frac{43}{5}; \frac{30}{5}; \frac{17}{5}; \frac{4}{5}\}$, из которых целое только $a = 19$ при $b = 0$. Но тогда 2

Чистовик
Страница 5

Задача ~~3~~ 4 (часть 2)

автомобиль двигался только по трассе $AB \Rightarrow$ в конце будет в B. Противоречие с условием.
Таким образом, рассмотрим следующие тройки $(a;b;c)$: ~~(1;5;3)~~, $(5;1;3)$, $(1;4;2)$, $(10;2;1)$.
Первая тройка реализуется: $A \to B \to A \to B \to A \to C \to A \to C \to B \to A$.
Заметим, что $(a+c) \vdots 2$ (так как 2 дуги AB и 2 дуги AC содержат $A \Rightarrow$ если автомобиль проедется по 1 из них, то или приедет в A, или выедет из A; в конце автомобиль в A, как и в начале) $\Rightarrow$ две другие тройки не подходят.

Наконец, длина дуги AC равна $\frac{\pi D_{AC}}{2} = \frac{\pi(D_{AB} + D_{BC})}{2}$ (см. рис.) $= \frac{\pi D_{AB} + \pi D_{BC}}{2} = \cancel{15км+25}\ \frac{\pi D_{AB}}{2} + \frac{\pi D_{BC}}{2} = (15+25)$ км $= 40$ км.

Поэтому автомобиль проедет $(15a + 25b + 40c)$ км $= (\overset{75}{15 \cdot 5} + \overset{25}{25 \cdot 1} + \overset{120}{40 \cdot 3})$ км $= \boxed{220\text{ км}}$

$\boxed{\text{Ответ: } 220\text{ км}}$

Чистовик
Страница 6

ЗАДАЧА 5

$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = -\frac{1}{x+1} \Leftrightarrow f\left(1-\frac{2}{x+1}\right) = -\frac{\frac{2}{x+1}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow f\left(1-\frac{2}{x+1}\right) = \frac{\left(1-\frac{2}{x+1}\right)-1}{2}$$

Пусть $1-\frac{2}{x+1}=t$ (единственное ограничение на t: $t\neq 1$ (так как $\frac{2}{x+1}\neq 0$)) $\Rightarrow f(t) = \frac{t-1}{2} = \frac{t}{2}-\frac{1}{2}$

~~Хотим, чтобы~~ $\cancel{f(t)\neq}$ ~~. И это правда, потому что иначе~~ $\cancel{\frac{t}{2}-\frac{1}{2}=}$

Пусть $\frac{1}{2}=a_1$. Тогда $f(f(x)) = f\left(\frac{t}{2}-\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{t}{4}-\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{2} =$
$= \frac{t}{4} - a_2$ ($a_2 = \frac{3}{4}$). И так далее. В итоге:

$$g(x) = \underbrace{f(f(\dots f(x)))}_{9} = \frac{x}{2^9} - \left(\frac{1}{2^9}+\frac{1}{2^8}+\dots+\frac{1}{2}\right) = \frac{x}{2^9} - a_9.$$

Значит $g'(x) = \frac{1}{2^9} = \cancel{\frac{1}{1024}}\ \boxed{\frac{1}{512}} = tg(\alpha_{x=0})$

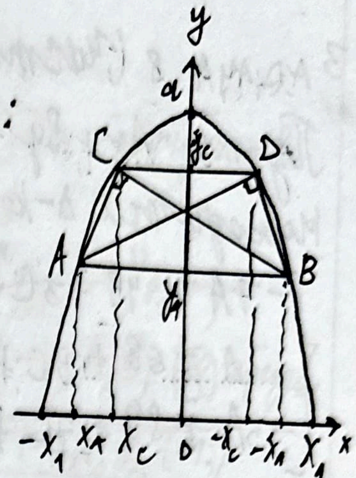
Получили, что $g(x)$ — линейная функция: у $g(x)$ производная в любой точке одна и та же (в том числе и в ~~нуле~~ $x=0$)

~~Ответ:~~ $\cancel{\frac{1}{1024}}$

$\boxed{\text{Ответ: } \frac{1}{512}}$

Чистовик
Страница 7

Задача 6



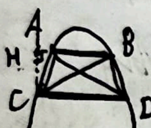
Определим a и b для $y = a - bx^2$:

~~$\begin{cases} \overset{1}{7}x_1 = \overset{9}{78} \Leftrightarrow x_1 = 9 \\ 0 = -ax_1^2 + b \Rightarrow b = 729 \\ a = 9 \Rightarrow b = 9x_1^2 \end{cases}$~~

$$\begin{cases} \overset{1}{\cancel{7}}x_1 = \overset{9}{\cancel{78}} \Leftrightarrow x_1 = 9 \Rightarrow b = \frac{1}{9} \\ a = 9 \Rightarrow bx_1^2 = 9 \\ a - bx_1^2 = 0 \end{cases}$$

Итак, $y = 9 - \frac{x^2}{9}$ — парабола из условия.

Если бы CD под AB, то $\angle ACB < \angle HCB < 90^\circ$ (противоречие с условием) $\Rightarrow$ CD над AB.



~~Пусть $x_A =$~~ Заметим, что $x_B = -x_A$ (так как $AB \parallel Ox$, а парабола симметрична отн. Oy) и $x_D = -x_C$ (аналогично). Считаем $x_A < 0$ и $x_C < 0$.

Заметим, что $ACDB$ — равнобокая трапеция, симметричная относительно Oy.

Далее $\vec{AC} \perp \vec{CB} \Rightarrow \vec{AC} \cdot \vec{CB} = 0 \Leftrightarrow$ (так как $y_A = y_B = 9 - \frac{x_A^2}{9}$ и $y_C = y_D = 9 - \frac{x_C^2}{9}$) $(x_C - x_A)(x_B - x_C) + (y_C - y_A)(y_B - y_C) = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow (x_C - x_A)(-x_A - x_C) + \left(-\frac{x_C^2}{9} + \frac{x_A^2}{9}\right)\left(-\frac{x_A^2}{9} + \frac{x_C^2}{9}\right) = 0 \Leftrightarrow (x_A^2 - x_C^2) - \frac{1}{81}(x_A^2 - x_C^2)^2 = 0$$

Заметим, что $\rho((AB),(CD)) = |y_A - y_C| = \left|-\frac{x_A^2}{9} + \frac{x_C^2}{9}\right| =$ (так как $y_C > y_A$, то $x_A^2 > x_C^2$. Но $x_A < 0$ и $x_C < 0$, а $(x_A - x_C)(x_A + x_C) > 0 \Rightarrow x_A < x_C$) $= \frac{x_A^2 - x_C^2}{9}$. И у нас

$\underset{\neq 0 \text{ (так как } x_A < x_C < 0)}{(x_A^2 - x_C^2)}(81 - (x_A^2 - x_C^2)) = 0 \Rightarrow \rho((AB),(CD)) = \frac{81}{9} = \boxed{9}$ $\boxed{\text{Ответ: } 9}$

7

ЧИСТОВИК
СТРАНИЦА 8

Задача 8 (часть 1)

Пусть $Ax+By+Cz+D=0$ — плоскость, в которой находится Δ-к из условия. Тогда:

$$\begin{cases} -7A+4B+3C+D=0 \Leftrightarrow D=7A-4B-3C \\ A+5B+9C+D=0 \\ -5A+8B+7C+D=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8A+B+6C=0 \Rightarrow -15B-10C=0 \quad C=-\frac{3}{2}B \\ \cancel{2}^{1}A+\cancel{4}^{2}B+\cancel{4}^{2}C=0 \Leftrightarrow A=-2B-2C \end{cases}$$

Таким образом, $A=-\cancel{2B}^{B}+\cancel{3B}^{B}=B$ и $D=\cancel{7B}^{3B}-\cancel{4B}^{0}+\frac{9}{2}B=$
$=\frac{15}{2}B \Rightarrow x+y-\frac{3}{2}z+\frac{15}{2}=0 \Leftrightarrow 2x+2y-3z+15=0$ — плоскость из условия. И нужно понять, сколько на ней целочисленных точек в Δ-ке (или на границе).

Из делимости на 2: $z=2k+1$ $(k\in\mathbb{Z}) \Rightarrow$
$\Rightarrow x+y-3k+6=0$. Заметим, что $z\in[\min(3;9;7);\max(3;9;7)]=[3;9] \Rightarrow k\in\{1;2;3;4\}$

Если $k=4$, то $x+y=6$ (а $z=9$) (I)
Если $k=3$, то $x+y=3$ (а $z=7$) (II)
Если $k=2$, то $x+y=0$ (а $z=5$) (III)
Если $k=1$, то $x+y=-3$ (а $z=3$) (IV)

~~Если k~~ Из условия: $x\in[\min(-7;-5;1);\max(-7;-5;1)]=$
$=[-7;1]$, а $y\in[\min(4;5;8);\max(4;5;8)]=[4;8]$.

I) $x=6-y\in[-2;2]$. И $x\in\cancel{[-2;2]}\,[-7;1] \Rightarrow \cancel{(-2;8),(-1;7),(0;6),(1;5)}$.
$\Rightarrow$ кандидаты в точки: $(-2;8;9)$, $(-1;7;9)$, $(0;6;9)$, $(1;5;9)$

II) $x=3-y\in[-5;-1]$. И $x\in[-7;1] \Rightarrow$ кандидаты в точки: $(-5;8;7)$, $(-4;7;7)$, $(-3;6;7)$, $(-2;5;7)$, $(-1;4;7)$

III) $x=-y\in[-8;-4]$. И $x\in[-7;1] \Rightarrow$ кандидаты в точки: $(-7;7;5)$, $(-6;6;5)$, $(-5;5;5)$, $(-4;4;5)$.

Чистовик

Страница 9

Задача 8 (часть 2)

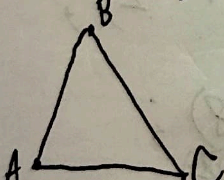
IV) $x = -3-y \in [-11;-7]$, и $t \in [-7;1] \Rightarrow$ кандидат в точки: $(-7; 4; 3)$.

Теперь вспомним, что $\overset{A}{(-7;-4;3)}$; $\overset{B}{(1;5;9)}$; $\overset{C}{(-5;8;7)}$ – вершины Δ-а, и заметим, что $M = (-6;6;5)$ – середина AC. ~~Осталось рассмотреть точки: (-2;8;9), (-1;~~

Далее есть ровно одна точка с аппликатой 9 (это B) и ровно одна точка с аппликатой 3 (это A), так как у A и C аппликаты < 9, а у B и C аппликаты > 3. ~~Далее~~ ~~есть~~ Аналогично есть ровно 1 точка с абсциссой −7 (это A) и 1 (это B), ровно 1 точка с ординатой 8 (это C) и 4 (это A).

Помимо A, B, C, M имеет смысл рассматривать точки: $(-4;7;7)$, $(-3;6;7)$, $(-2;5;7)$, $(-6;6;5)$, $(-5;5;5)$. Нужно проверить, лежат ли они внутри Δ-а.

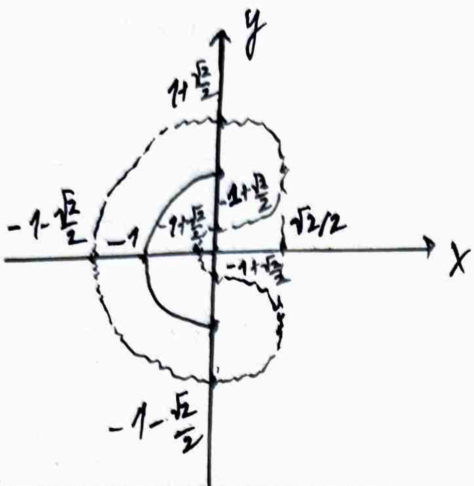
Заметим, что ... (решение не закончено, но можно посмотреть на ограничение прямыми, содержащие стороны ΔABC : параметрические уравнения).



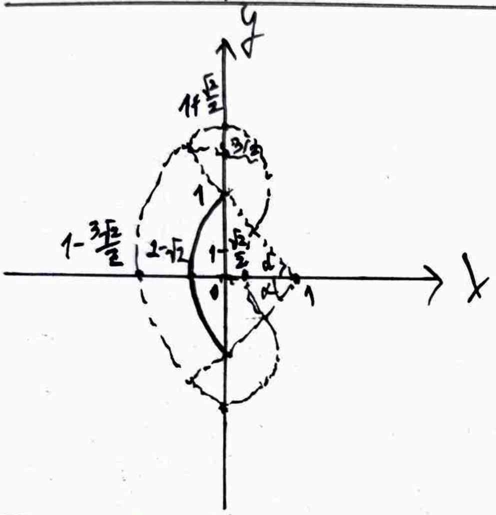
Чистовик

Страница 10

ЗАДАЧА 2

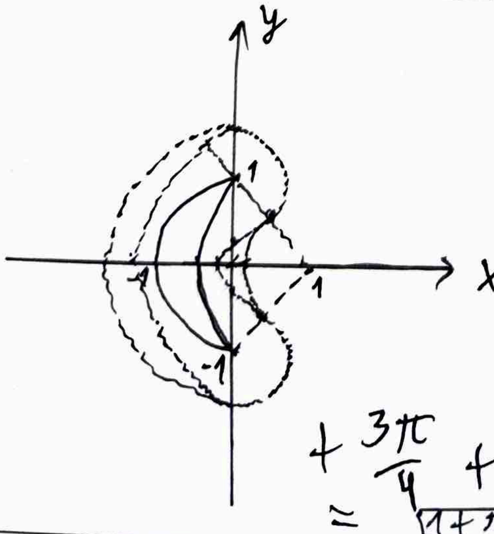


Посмотрим, что даст левая граница месяца (слева от Oy): см. слева. Видим полукольцо и 2 полукруга (справа от Oy)



Посмотрим, что даст правая граница месяца: см. слева. Видим четверть кольца (так как $\alpha = \operatorname{arctg}(1) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{4}$) и 2 полукруга.

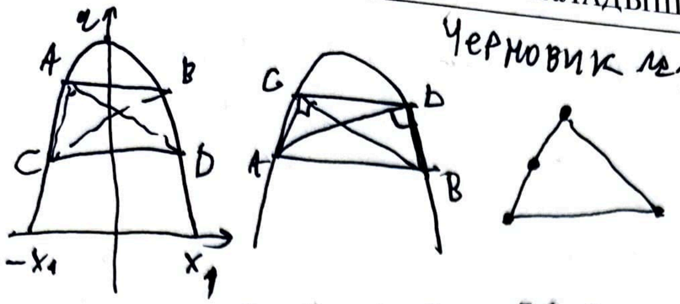
Заметим, что $1-\frac{3\sqrt2}{2} > -1-\frac{\sqrt2}{2}$ (т.к. $4>2$);
$1-\frac{3\sqrt2}{2} < -1$ (т.к. $4 < 3\sqrt2$, ведь $16<18$);
$-1 < 1-\sqrt2$ (т.к. $2<4$); $1-\sqrt2 < -1+\frac{\sqrt2}{2}$ (т.к. $4<3\sqrt2$);



Итак, итоговая площадь равна $\left(1-\pi\left(\sqrt2-\frac{\sqrt2}{2}\right)^2\cdot\frac14\right) + \frac34\cdot\pi + \pi\cdot\left(1+\frac{\sqrt2}{2}\right)^2 = \left(1-\frac{\pi}{4}\left(2+\frac12-2\right)\right) + \frac{3\pi}{4} + \pi\left(1+\frac12+\sqrt2\right) = 1-\frac{\pi}{8}+\frac{3\pi}{4}+\frac{3\pi}{2}+\pi\sqrt2 = \boxed{1+\pi\left(\sqrt2+\frac{17}{8}\right)}$

$\boxed{\text{Ответ: } 1+\pi\left(\sqrt2+\frac{17}{8}\right)}$

Черновик №1



$0 = a - bx_1^2$ $-6\ 6\ 5$

$-7;4;3$ $1;5;9$ $8\ 1\ 6$

$-7;4;3$ $-5;8;7$ $2\ 4\ 4$

$1;5;9$ $-5;8;7$ $-6\ 3\ -2$

$1;5;9$ $-6;6;5$

$1-\sqrt{2}$

$1-\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{2} = 1-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Черновик №2

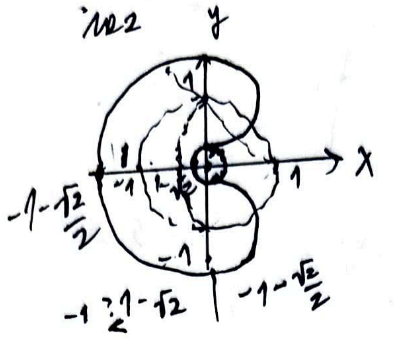
№1

1 вр. 2 з. 3 н.

2 вр. 5 з. 6 н.

3 у.

№2



$-1+\frac{\sqrt2}{2} \;?\; 1-\sqrt2$

$3\sqrt2 \;?\; 4$

$18 \;?\; 16$

$\frac{1-3\sqrt2}{2} \in (1-\sqrt2; -1)$

$-1 \;\underset{<}{?}\; 1-\sqrt2$

$(1-\sqrt2)-(-1) = 2-\sqrt2 \;\underset{<}{?}\; \frac{\sqrt2}{2}$

$4 \;\underset{<}{?}\; 3\sqrt2$

$x^2+y^2=1 \rightarrow$

$\rightarrow x^2+y^2=\left(1+\frac{\sqrt2}{2}\right)^2 = \quad -1-\frac{\sqrt2}{2} \;?\; 1-\frac{3\sqrt2}{2} \;\underset{<}{?}\; -1$

$4 \;\underset{<}{?}\; 3\sqrt2$

$\cancel{x} = \frac{3}{2}+\sqrt2$

$(x-1)^2+y^2 = \left(\cancel{\sqrt2+1}\right)\left(\frac{3\sqrt2}{2}\right)^2 = \frac{9}{2}$

$-1-\frac{\sqrt2}{2} < -1-\frac12$

$x \le 4$

$(y+3)\cdot|x-1|$

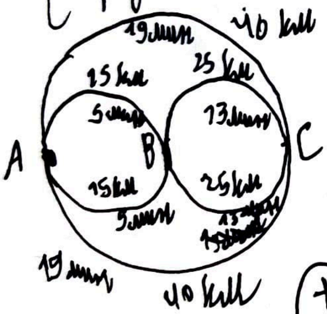
$y = \quad (y+3)(x-1)$

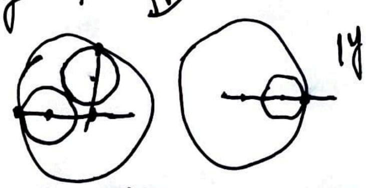
$\boxed{№3}$ $(x-4)\;|xy-3+3x-y|$

$$\begin{cases} (xy-3+3x-y)\;|y-x-9| = \\ \sqrt{y-x+9} = y-4 \end{cases}$$

$|y-x-9| = x-4$

$|y-x-9| = 4-x$





1) $x \ge 1 \Rightarrow \;\ge 4$

2) $x \le 1 \Rightarrow \;\Rightarrow x \le 4$

$\Rightarrow$ OK

~~$\pi x \ldots$~~

$\cancel{\pi R} \quad \frac{\pi D}{2} = \frac{\pi(d_1+d_2)}{2} = \cancel{\ldots}$

(+) 95

$10 \to 19$

$10 \to 13$

~~AB~~
~~BA~~
~~AC~~
~~CA~~

AC ⇄ CA, CB

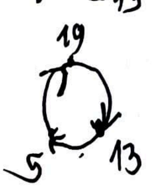
CA → AB, AC

AB → BA, BC

BA → AB, AC

BC → CA, CB

CB → BA, BC

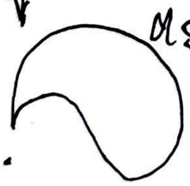


~~95~~

5 13

1 4 2

10 21



$a \le 4$

$95 = \cancel{19a+13b+5c}$

$19a+13b+5c$

~~$4 \to 12 \to 13b+5$~~

$\ne 1$

$-\frac{1}{x+1} = t$

$2t+1=z$

$f(1+2t) = t$

$f(z) = \frac{z}{2}-\frac12$

$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = -\frac{1}{x+1}$

$f\left(1-\frac{2}{x+1}\right) = -\frac{1}{x+1}$

$x \ne -1$

$t \ne 0 \quad z \ne 1$

$\frac{z}{2}-\frac12 = -1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow z=-1$