

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант _____

Место проведения г. Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников «Ломоносов»
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

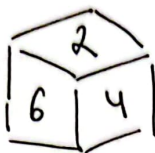
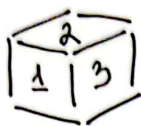
Ковтух Вероника Игоревна
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
35-85-85-97	75	15	15	5	15	0	10	15	

75
(семьдесят пять)

Задача 2.

Чистовик лист 1



Кубик выпадает так с разницей граней

Пусть выпадет 6 в первый бросок, тогда будет 0 возрастающих последовательностей т.к. на границе нет числа больше 6.

Пусть выпадет 5 в первый бросок, тогда будет 0 возрастающих последовательностей т.к. во второй бросок если ~~на~~ ~~выпадет~~ на 6 ($6 > 5$), то на ~~2~~ ~~выпадет~~ ~~числа~~ больше 6 уже не найдётся.

Пусть выпадет 4, тогда будет только 1 последовательность ~~при которой~~ ~~на~~ ~~выпадет~~ ~~выпадает~~ 5, на ~~выпадет~~ ~~выпадет~~ 6.

Пусть выпадет 3, тогда будет 1 последовательность. Самое маленькое число больше 3 — это 4, но 4 находится на грани напротив $3 \Rightarrow$ до нее можно добраться на второй перекал \Rightarrow на первом перекале нужна 5, на втором уже 6.

Пусть выпадет 2, тогда будет $2 \cdot 2 = 4$ последовательностей

во время первого перекал нам подойдет любое число кроме 1 и 6 $\Rightarrow 2$
на второй перекал подойдет любое число кроме 1, 2 $\Rightarrow 2$

Пусть выпадет 1, тогда будет $3 + 2 + 2 + 1 = 8$ последовательностей

• Если после 1 перекал куб на 2, то нам подойдет любая грань кроме 1 (т.к. $1 < 2$) для следующего перекал $\Rightarrow 3$

• Если после 1 перекал куб на 3, то подойдет любая грань кроме 1, 2 для следующего перекал (т.к. $1 < 3; 2 < 3$) $\Rightarrow 2$

• Если перекал куб на 4, то подойдет для перекал любая грань кроме 1, 2 (т.к. $1 < 4; 2 < 4$) $\Rightarrow 2$

• Если перекал куб на 5, то подойдет только 6 для следующего перекал $\Rightarrow 1$

$1 + 1 + 4 + 8 = 14$ последовательностей.

Ответ: 14.

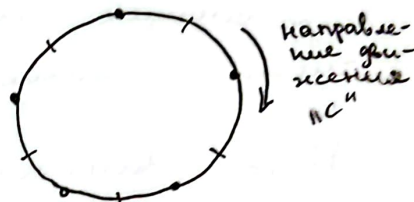
35-85-85-97

(37.9)

Задача 3. Цветовик лист 2

"С" - светиток

Чтобы "С" встали так, чтобы на экране нарисовалась правильная звезда нужно чтобы они стояли на равном расстоянии друг от друга. Для этого разделим окружность на 5 равных частей.



А сколько таких частей проходит каждый "С" за минуту

C_1 5 мин $3к \Rightarrow \frac{3}{5} \cdot 5 = 3$ части/мин

C_2 5 мин $\overset{(2 \cdot 3)}{6к} \Rightarrow \frac{6}{5} \cdot 5 = 6$ з./мин

C_3 5 мин $\overset{(3 \cdot 3)}{9к} \Rightarrow \frac{9}{5} \cdot 5 = 9$ з./мин.

C_4 5 мин $\overset{(4 \cdot 3)}{12к} \Rightarrow \frac{12}{5} \cdot 5 = 12$ з./мин

C_5 5 мин $\overset{(5 \cdot 3)}{15к} \Rightarrow \frac{15}{5} \cdot 5 = 15$ з./мин.

Чтобы узнать как меняется положение "С" отнимем от их пройденные круги за мин.

C_1 3 части

C_2 $6 - 5 = 1$ часть

C_3 $9 - 5 = 4$ части

C_4 $12 - 10 = 2$ части

C_5 $15 - 15 = 0$ частей.

Расположение "С" через первую минуту



Чтобы получилась правильная звезда между "С_n" и "С_{n+1}" должно быть расстояние равное 2 частям

$C_1 - C_2 = 3 - 1 = 2$

$C_2 - C_3 = 1 - 4 = 1 + 5 - 4 = 2$

$C_3 - C_4 = 4 - 2 = 2$

$C_4 - C_5 = 2 - 0 = 2$

Спустя минуту после начала пути изобразит правильную звезду

Ответ: через 1 минуту.

Задача 4

Читовик лист 3.

$$x = 9 \text{ м}$$

$$y = 9 : 3 = 3 \text{ м}$$

всего попузай прошёл либо $Z+T$, либо $Z+T+1$

Пусть $Z+T = 38+40 = 78$ шагов

$$59 \cdot 9 = 531 \text{ см кивком вперёд}$$

$$(78 - 59) \cdot 3 = 19 \cdot 3 = 57 \text{ см спиной}$$

$$531 + 57 = 588 \text{ см всего прошёл}$$

Т.к. попузай прошёл туда и обратно, он измерил
Угада двукратно $\Rightarrow \begin{matrix} 78 : 2 = 39 \text{ шагов длина Угада} \\ 588 : 2 = 294 \text{ см длина Угада} \end{matrix}$

Пусть $Z+T+1 = 38+41 = 79$ шагов

$$59 \cdot 9 = 531 \text{ см кивком вперёд}$$

$$(79 - 59) \cdot 3 = 20 \cdot 3 = 60 \text{ см спиной}$$

$$531 + 60 = 591 \text{ см всего прошёл}$$

$79 / 2 \Rightarrow$ он не смог бы измерить Угада одинаково \Rightarrow
 \Rightarrow он сделал T шагов обратно \Rightarrow длина Угада = 294 см

Ответ: 294 см.

Задача 1

Чистовик лист 4

$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$ различных слов можно составить, но в таком случае "А" считается как 2 разные буквы \Rightarrow
 \Rightarrow по 2 раза одно и то же слово засчитывается \Rightarrow

$120 : 2 = 60$ различных слов

Ответ: 60.

Задача 6 Чистовик лист 6

5 - девочек

 $3 + 1 + 1 = 5$ - вариантов как ~~разделить~~ разделить девочек

Чтобы разделить девочек, будем садить их через одно место \Rightarrow 2 варианта: либо девочки занимают места $1; 3; 5; 7; 9$ ^{1 случай}, либо $2; 4; 6; 8; 10$ - 2 случай.

1 случай: $\overset{\Delta}{5} \cdot \overset{\Delta}{5} \cdot \overset{\Delta}{4} \cdot \overset{\Delta}{4} \cdot \overset{\Delta}{3} \cdot \overset{\Delta}{3} \cdot \overset{\Delta}{2} \cdot \overset{\Delta}{2} \cdot \overset{\Delta}{1} \cdot \overset{\Delta}{1} = 5! \cdot 5! = (5!)^2$ вариантов рассадки

2 случай аналогичный в плане кол-ва вариантов рассадки \Rightarrow
 $\Rightarrow (5!)^2$

$(5!)^2 + (5!)^2 = 2(5!)^2$ различных способов рассадки.

Ответ: $2(5!)^2$

Задача 7. Чистовик лист 6

$$1 - A = \frac{1}{\underbrace{11 \dots 1}_{2024}}$$

$$1 - B = \frac{2}{\underbrace{22 \dots 23}_{2024}} \xrightarrow{\frac{2}{\sqrt{2024}}} \frac{2}{\underbrace{22 \dots 24}_{2024}} = \frac{1}{\underbrace{11 \dots 12}_{2024}}$$

$$1 - C = \frac{3}{\underbrace{33 \dots 34}_{2024}} \neq \frac{3}{\underbrace{33 \dots 34}_{2024}} > \frac{3}{\underbrace{33 \dots 36}_{2024}} = \frac{3}{\underbrace{33 \dots 36}_{2024}} = \frac{1}{\underbrace{11 \dots 12}_{2024}}$$

$$\frac{1}{\underbrace{11 \dots 1}_{2024}} > \frac{1}{\underbrace{11 \dots 12}_{2024}} \Rightarrow A < B$$

$$A < C$$

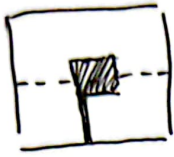
$$\frac{2}{\underbrace{22 \dots 23}_{2024}} \cdot \frac{3}{3} = \frac{6}{\underbrace{66 \dots 69}_{2024}}$$

$$\frac{3}{\underbrace{33 \dots 34}_{2024}} \cdot \frac{2}{2} = \frac{6}{\underbrace{666 \dots 68}_{2024}}$$

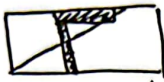
$$\frac{6}{\underbrace{66 \dots 69}_{2024}} < \frac{6}{\underbrace{66 \dots 68}_{2024}} \Rightarrow B > C \Rightarrow B > C > A$$

Ответ: ~~ACB~~ ACB

Задача 5 Чистовик лист 7

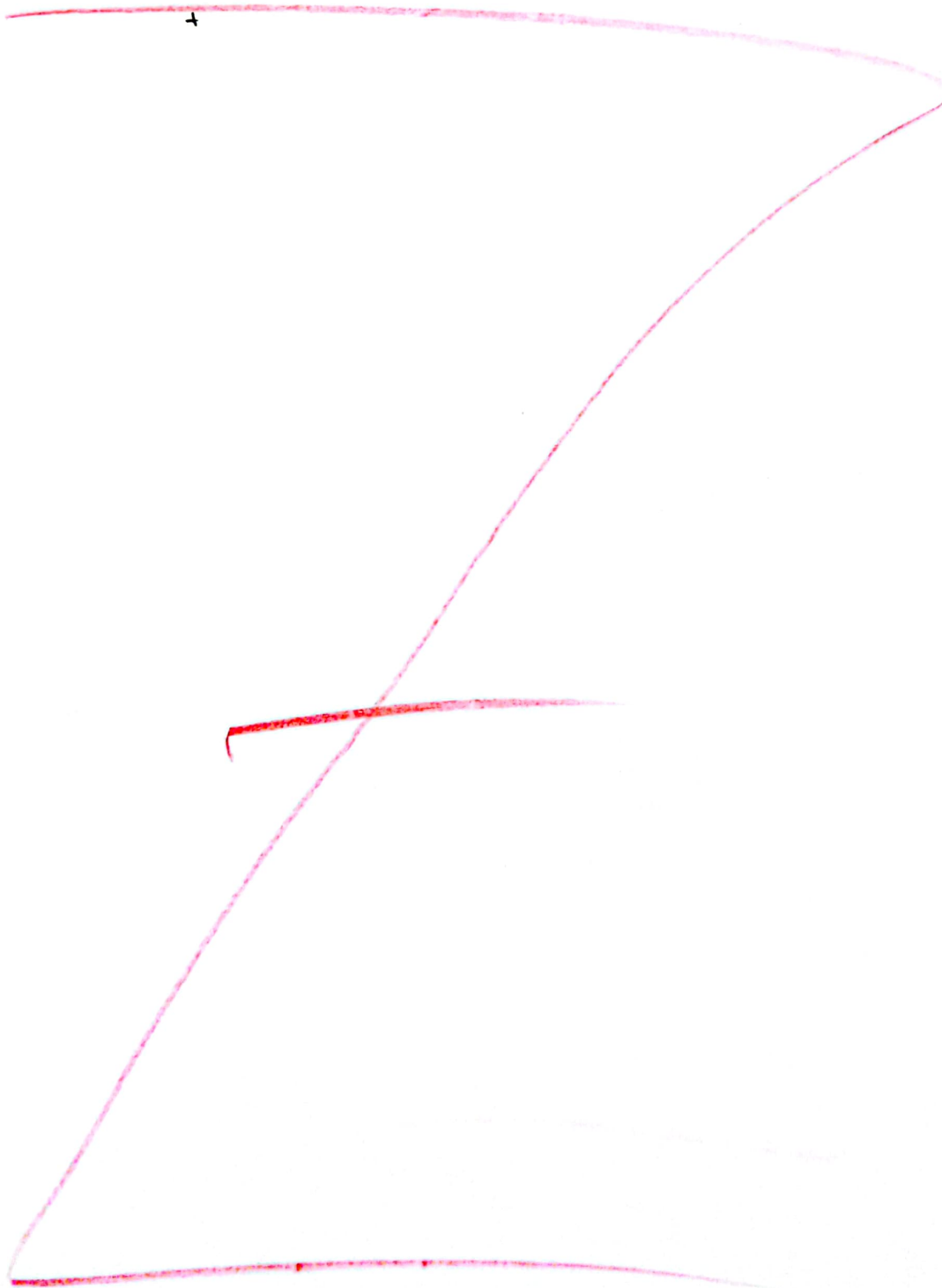


сгибаем по пунктиру



разные стороны

отрезаем по прямой



Черновик лист 2.

A.

~~1211~~

$$1 - A = \frac{1}{\underbrace{111 \dots 111}_{2024}}$$

$$1 - B = \frac{2}{\underbrace{222 \dots 2223}_{2024}}$$

$$1 - C = \frac{2024}{\underbrace{333 \dots 334}_{2024}}$$



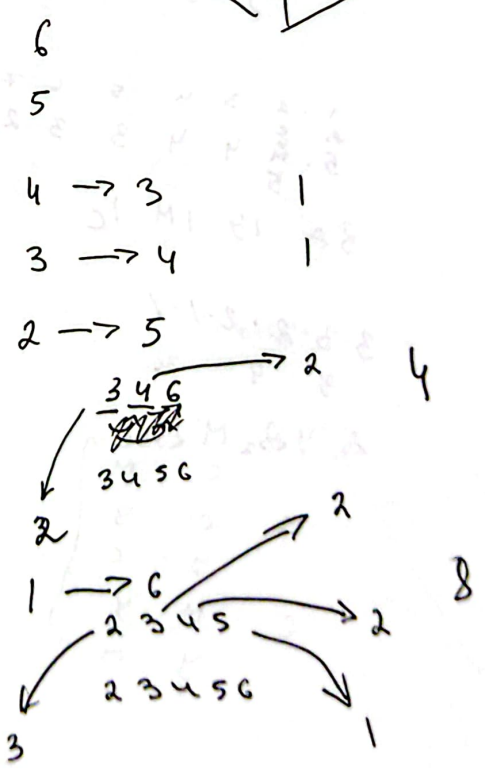
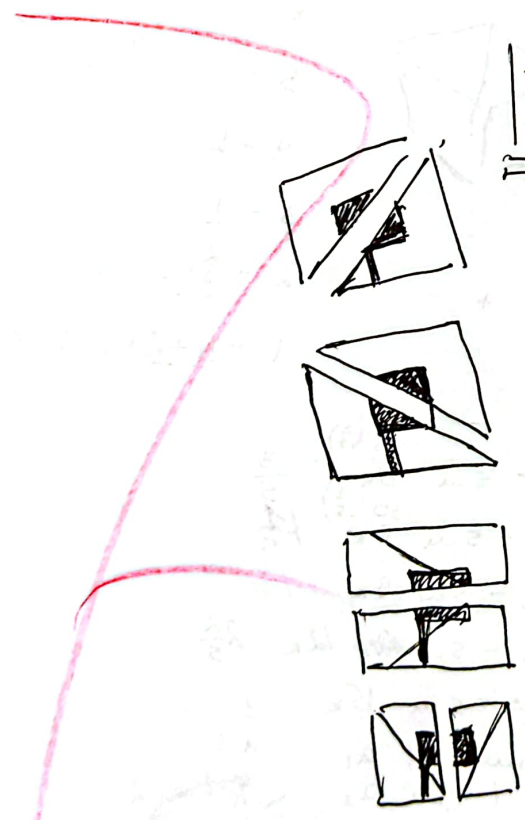
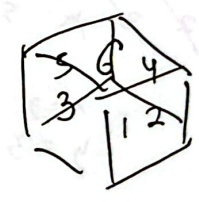
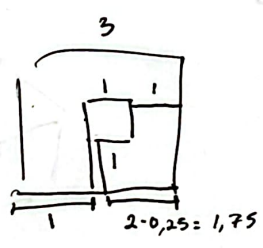
$$> \frac{1}{\underbrace{111 \dots 12}_{2024}}$$

$$> \frac{1}{\underbrace{111 \dots 12}_{2024}}$$

A $\not\leq$ B
C

$$\frac{6}{\underbrace{888 \dots 89}_{2024}}$$

$$\frac{6}{\underbrace{666 \dots 668}_{2024}}$$



Черновик лист 1

1-к
1-у
1-л
2-А

4 3 2 1

4!

$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2} = 12$$

АКУА
АКУА

$$\frac{5!}{4! \cdot 1!}$$

$$\frac{8 \cdot 2}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

1 2
2 1
2 2

7 8 7 9

$$R = 59 \Rightarrow 59 \cdot 9 = 450 + 81 = 531$$

$$78 - 59 = 19 \cdot 3 = 30 + 27 = 57$$

$$531 + 57 = 588$$



1 7 7 X 5 7

x=9
y=3

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 +
5 5 4 4 3 3 2 2 1 1

3A 1y 1M 1C

3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1
9 4 36

A₁ y A₂ M A₃ C
C C M
M C y C
C M y C
y y y

C₁ - сум 15 (1/2) 3
C₂ - сум 30 (1/2) 5
C₃ - сум 9k 1/5
C₄ - сум 12k 2/5
C₅ - сум 15k 3
1 сум 3 a₁ H 5
1 ≤ 6 a₂ 3
4 ≤ 9 a₃
2 ≤ 12 a₄
0 ≤ 15 a₅ 1



$$a_1 + 4 = a_2 + 3 = a_3 + 2 = a_4 + 1 = a_5$$