

0 534219 810001
53-42-19-81
 (37.5)



Работа Сдана досрочно; 14:18
[Signature]

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
 имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант _____

Место проведения город Москва
 город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников «Ломоносов»
 наименование олимпиады

по математике
 профиль олимпиады

Константинова Анна
 фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
53-42-19-81	80	15	15	15	15	5	0	15	X

53-42-19-81

(37.5)

N1

A, K, Y, L, A

⇒ A × 2 Всего 2 варианта составления

K × 1 слова:

Y × 1

L × 1

1) с 1 буквой A

⇒ буквы в слове будут A, K, Y, L - все

различны ⇒ всего $4! = 24$ разных слов

2) с 2 буквами A

⇒ буквы в слове будут A, A и 2 буквы из K, Y, L

⇒ всего 3 варианта выбрать 2 буквы из K, Y, L $\binom{K, Y, L}{2}$

⇒ Далее выберем 2 позиции для этих двух букв в слове ⇒ всего вариантов это сделать

 $4 \cdot 3 = 12$ (4 для первой буквы, 3 для второй)⇒ Всего разных слов $12 \cdot 3 = 36$ (т.к. две буквы A поставятся в 2 ост. позиции)⇒ Всего слов $36 + 24 = \boxed{60}$

23



Пусть целый круг длины a

\Rightarrow I за 5 мин проходит $3a$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{3}{5}a/\text{мин}$$

$$V_2 = \frac{6}{5}a/\text{мин}$$

$$V_3 = \frac{9}{5}a/\text{мин}$$

$$V_4 = \frac{12}{5}a/\text{мин}$$

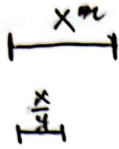
$$V_5 = 3a/\text{мин}$$

Заметим, что $V_{i+1} - V_i = \frac{3}{5}a/\text{мин}$ для всех i

\Rightarrow т.к. в конце расстояние между соседними по номерам ~~и~~ светлячками равно $\frac{2}{5}a$, все скорости отдаления равны и они все ползут в одном направлении \Rightarrow Когда расстояние между 1 и 2 станет $\frac{2}{5}a$, то образуется кучская фигура

$$\Rightarrow t = \frac{\frac{2}{5}a}{\frac{3}{5}a/\text{мин}} = \frac{2}{3} \text{ мин} = \boxed{40 \text{ с}}$$

24



Всего шагов $z+t=78$ или $z+t+1=79$
 Всего $R=59$ шагов по $x=9$ см
 \Rightarrow Всего $z+t-R=19$ или $z+t-R+1=60$
 шагов по $\frac{x}{y}=3$ см

\Rightarrow Всего попузай прошёл:

$$Rx + (z+t-R) \frac{x}{y} = 59 \cdot 9 \text{ см} + 19 \cdot 3 \text{ см} = 588 \text{ см}$$

или

$$Rx + (z+t-R+1) \frac{x}{y} = 588 \text{ см} + 3 \text{ см} = 591 \text{ см}$$

Пусть длина удава $L \Rightarrow$ Попузай прошёл длину удава $\frac{L}{2}$

$$\Rightarrow 2L = 588 \text{ см} \text{ или } 2L = 591 \text{ см}$$

$$\Rightarrow L = 294 \text{ см} \text{ или } L = 295,5 \text{ см}$$

т.к. $\frac{L}{2}$ попузай прошёл длину удава только шагами по 3 и 9 см, а 3 и 9 - целые числа

$$\Rightarrow \boxed{L = 294 \text{ см}}$$

N6

Д - девочки

М - мальчики

У - учительница

Все люди Д x 5, М x 3, У x 1

Также есть не занятое место ~~Д~~ М x 1

⇒ Всего 5 Д и 5 не Д



Рассмотрим на все рассадки девочек, в которых нет 2 сидящих рядом

1) Между девочками по 1 месту

Д-Д-Д-Д-Д-

-Д-Д-Д-Д-Д

2 варианта

2) Есть 2 девочки, между которыми 2 места



2 места

3 Д

3 промежутка 1 место
и 1 промежуток 2 места

нужно выбрать порядок промежутков. Всего их

4, нужно выбрать позицию для промежутка 2 места

⇒ Всего 4 варианта →

⇒ Всего 6 возможных рассадок девочек

(Промежутков длины 3 и более не может быть т.к. тогда какие-то 2 Д бы сидели рядом. По этой же причине не может быть двух или более промежутков длины 2)

№6 (Продолжение)

Возьмём ост 5 мест

Нужно из них выбрать место для У и место И

Всего вариантов $5 \times 4 = 20$ (И садятся на ост. места)

→ Всего возможных рассадок $6 \times 20 = \boxed{120}$

№7

$$A = \frac{\overbrace{1111 \dots 1110}^{2024}}{\underbrace{1111 \dots 1111}_{2024}}$$

Пусть $x = \overbrace{1111 \dots 1110}^{2024}$

→ $A = \frac{x}{x+1}$

→ $B = \frac{2x+1}{2x+3}$

$C = \frac{3x+1}{3x+4}$

Сравним А и В

$$\frac{x}{x+1} \sqrt{\frac{2x+1}{2x+3}}$$

$$\cancel{x} - \frac{1}{x+1} \sqrt{\cancel{x} - \frac{2}{2x+3}}$$

$$\frac{2}{2x+3} \sqrt{\frac{1}{x+1}}$$

$$\frac{1}{x+1,5} \sqrt{\frac{1}{x+1}} \quad | \cdot (x+1)(x+1,5)$$

~~также~~ $x+1 < x+1,5$

→ $A < B$

Сравним В и С

$$\frac{2x+1}{2x+3} \sqrt{\frac{3x+1}{3x+4}}$$

$$\cancel{x} + \frac{2}{2x+3} \sqrt{\cancel{x} - \frac{3}{3x+4}}$$

$$\frac{3}{3x+4} \sqrt{\frac{2}{2x+3}}$$

$$\frac{1}{x+\frac{4}{3}} \sqrt{\frac{1}{x+1,5}} \quad | \cdot (x+\frac{4}{3})(x+1,5)$$

$x+1,5 > x+\frac{4}{3} \Rightarrow B > C$

Сравним А и С

$$\frac{x}{x+1} \sqrt{\frac{3x+1}{3x+4}}$$

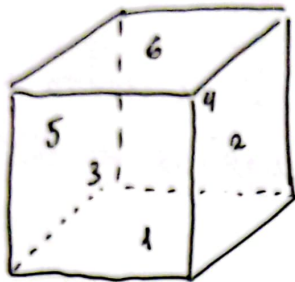
$$\cancel{x} - \frac{1}{x+1} \sqrt{\cancel{x} - \frac{3}{3x+4}}$$

$$\frac{3}{3x+4} \sqrt{\frac{1}{x+1}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+\frac{4}{3}} \sqrt{\frac{1}{x+1}} \Rightarrow x+1 < x+\frac{4}{3} \Rightarrow A < C$$

→ $\boxed{A < C < B}$

12



Если ~~изначально~~ бросок

1) Если кубик изначально выпал на 5 или 6, то последовательностей 0 (т.к. 6 - max число, а

больше 5 только 6)

2) Если выпало 4, то единственная послед. - 4, 5, 6

3) Если выпало 3: рядом с 3 (сосед. грани)

1, 2, 5, 6. 1, 2 не подходят т.к. $1, 2 < 3$

6 тоже не подходит (т.к. 6 - max число)

→ единственная послед 3, 5, 6

4) Если выпало 2: рядом с 2, 1, 3, 6, 4

1 и 6 не подходят → 2 → 3, 4

Если 2 → 3, то: рядом с 3 1, 2, 5, 6 подходят 5, 6

→ 2 послед (2, 3, 5; 2, 3, 6)

Если 2 → 4, то: рядом с 4 1, 2, 5, 6 подходят 5, 6

→ 2 послед (2, 4, 5; 2, 4, 6) → Всего 4 послед

5) Если выпало 1: рядом с 1, 2, 3, 4, 5

Если 1 → 2 → рядом с 2 1, 3, 6, 4 подходят 3, 6, 4

→ 3 послед

Если 1 → 3 → рядом с 3 1, 2, 5, 6 подходят 5, 6

→ 2 послед

Если 1 → 4 → рядом с 4 1, 2, 5, 6 подходят 5, 6

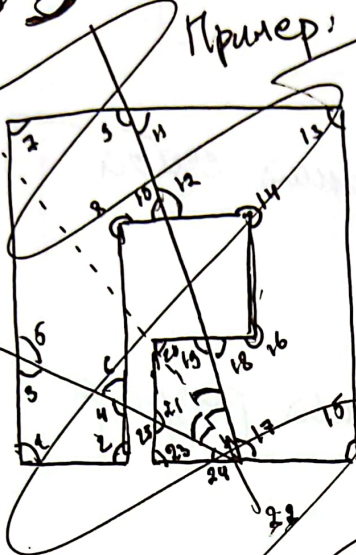
→ 2 послед

Если 1 → 5 → рядом с 5 1, 3, 4, 6 подходит 6

→ 1 послед → Всего 8 послед

→ Всего $8 + 4 + 1 + 1 = 14$ последовательностей

№5

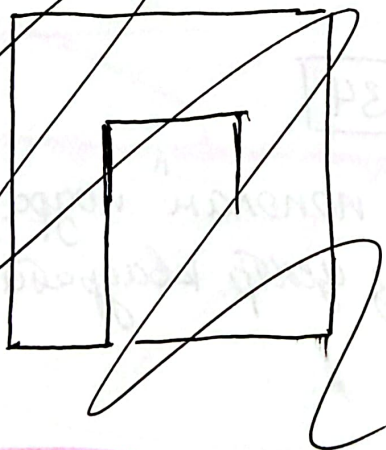


- линия сгиба

- разрез

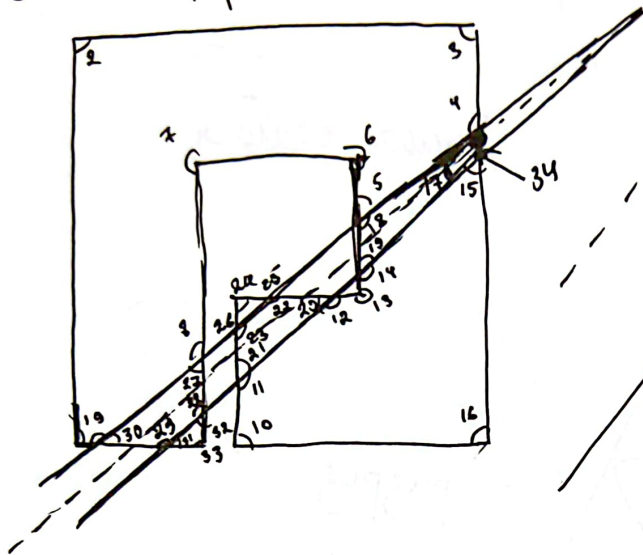
Каждое пересечение с отрезком даёт +2 угла
 Изначально углов 10
 Максимум пересечений с отрезками - 7, но
 также на линии сгиба происходит отражение
 разреза + 1 угол
 ⇒ Всего углов $10 + 7 \cdot 2 + 1 = 25$

№5



N5

Пример.



- линия симбда

- линия разреза

Изначально углов 10

Каждое пересечение разреза с отрезком
стороны фигуры даёт + 2 угла

Максимум пересечений со сторонами проведед
одну прямую - 6

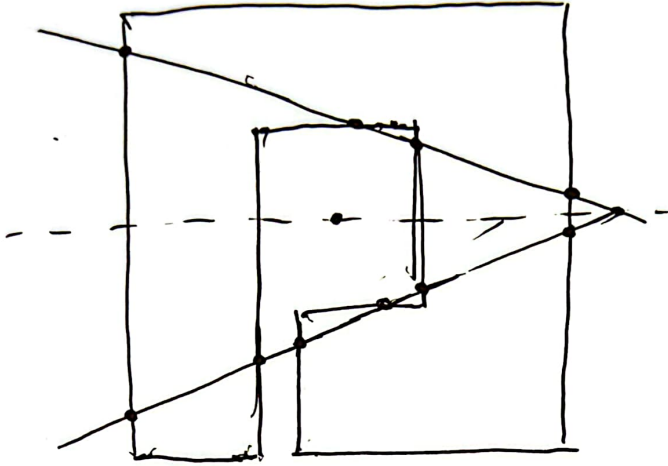
⇒ Проводим линию симбда так, чтобы при
отражении отн. неё вторая прямая также
давала 6 пересечений

→ Всего 12 пересечений

→ Всего углов $10 + 12 \cdot 2 = \boxed{34}$

Если под «складывают пополам» подразумевают,
что линия симбда проходит через центр квадрата, то
ответ другой

№5 (Продолжение)



Так получается максимум 10
пересечений

$$\rightarrow \text{Углов } 10 + 10 \cdot 2 = \boxed{30}$$