



81-43-90-46  
(37.12)



Работа сдана  
досрочно 14.19

# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант \_\_\_\_\_

Место проведения город Москва  
город

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов“  
наименование олимпиады

по математике  
профиль олимпиады

Кострицина Андрея Николаевича  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
81-43-90-46	75	15	15	15	15	0	0	15	

4. (семьдесят пять)

Пусть Попугай прошёл  $Z+T=78$  шагов, 59 из которых он прошёл кивком вперёд. Тогда оставшиеся шаги он прошёл спиной вперёд, т.е.  $78-59=19$ . Тогда удвоенная длина Удава равна  $59X+19\frac{X}{3}$ , где  $X=9$ , а  $\frac{X}{3}=\frac{9}{3}=3$ .

$$\text{Удвоенная длина Удава (2l)} = 59 \cdot 9 + 19 \cdot 3 =$$

$$= 531 + 57 = 588 \text{ см}$$

$$l = \frac{588}{2} = 294 \text{ см}$$

Если Попугай прошёл  $Z+T+1=79$  шагов, 59 из которых - кивком вперёд, то  $2l =$

$$= 59X + (19+1)\frac{X}{3} = 59 \cdot 9 + 20 \cdot 3 = 531 + 60 = 591 \text{ см}$$

$l = \frac{591}{2} = 295,5 \text{ см}$ . Шаги Попугая были целыми длинами и счёт шагов вёлся целыми числами, так что такой  $l$  быть не может.

Ответ: 294 см.

~~2. Если вышло число 6, то в Budget единичным элементом последовательности, но в ней должно быть 3 числа.~~

В последовательности ровно 3 числа. Если последовательность состоит из 3 чисел, идущих по возрастанию, то числа в ней не повторяются т.к. число может повториться только через 1 после 2 перекачиваний, а между 2 одинаковыми числами стоит на 3 большее или на 2 меньшее, что нарушает условия.

Число 6 в последовательности может быть только третьим, т.к. больше 6 чисел на кости нет, а 1 может быть только первым, т.к. минимальное число на кости.

Рассмотрим все последовательности с 1 и 6. Таковых 4, потому что и есть 1 и 6 граничат с 4 цифрами / гранями кости, на которых по цифре.

В последовательностях без 1 и 6 число 5 является только третьим, а 2 - только первым. От 2 можно пройти или к 3 или к 4, а от 3 или от 4 только к 5. Последовательности не начинаются с 3 или 4 потому что от 3 или 4 можно пройти только к 5, а от 5 некуда (при этом от 3 нельзя).

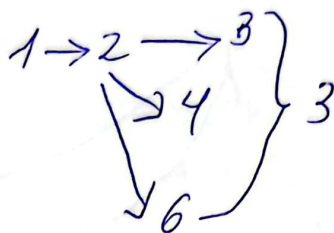
2.

Составим все возможные варианты переходов от числа к числу:  $1 \rightarrow 2$ ;  $1 \rightarrow 3$ ;  $1 \rightarrow 4$ ;  $1 \rightarrow 5$ ;  $2 \rightarrow 3$ ;  $2 \rightarrow 4$ ;  $2 \rightarrow 6$ ;  $3 \rightarrow 5$ ;  $3 \rightarrow 6$ ;  $4 \rightarrow 5$ ;

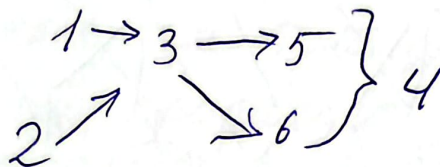
$4 \rightarrow 6$ ;  $5 \rightarrow 6$ . Составим кол-во объединений. Составим также такие последовательности из 3 чисел, середины которых - это концы одних возможных переходов и начала других.

1 не является концом ни одного из возможных переходов, а 6 - началом, т.е. не являются серединами.

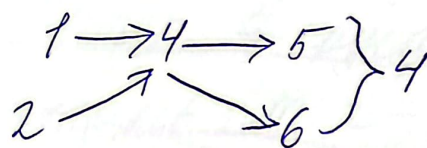
2 - середина.



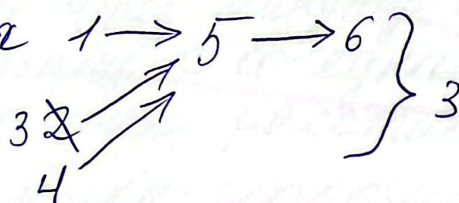
3 - середина



4 - середина

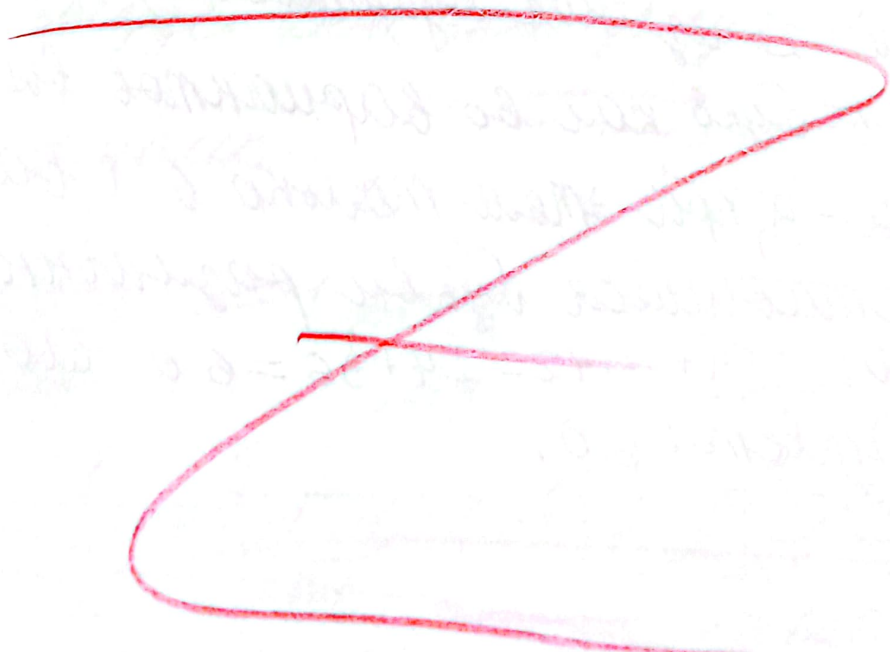


5 - середина

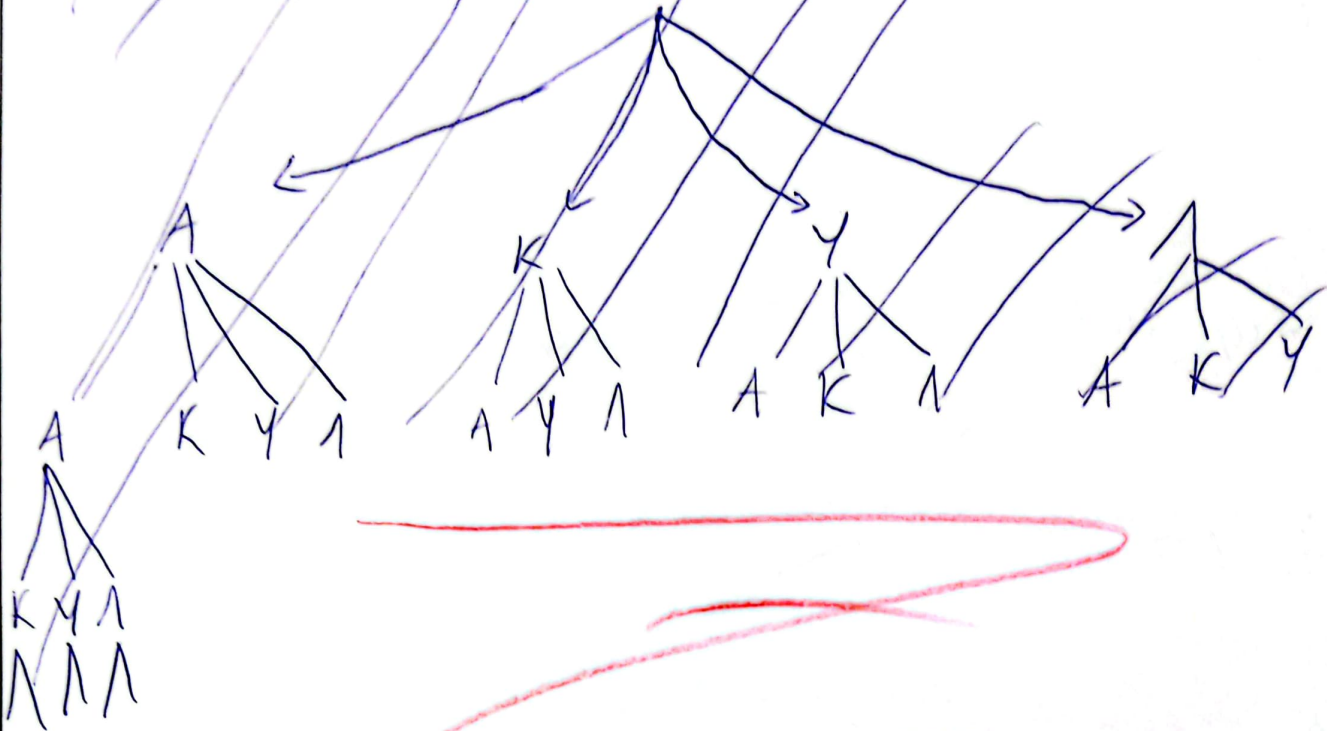


$$3 + 4 + 4 + 3 = 14$$

Ответ: 14.



1.  
Рисунки дерева возможных букв



1.  
Кол-во вариантов расположения 4  
различных букв в слове —  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ ,  
а если 2 из них одинаковые, то  $\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2} = 12$   
Из 5 букв кол-во вариантов выбора  
1 буквы — 4, при этом только в 1 варианте  
все оставшиеся буквы различны.  
Итого:  $1 \cdot 24 + 3 \cdot 12 = 24 + 36 = 60$  слов  
Ответ: 60.

Если каждый жук ~~светит~~ светит на  
 и того, у кого номер на 1 больше, а конеч-  
 ный светит на начального, а жуков всего  
 5, то расстояния между жуками согласо-  
 вательными номерами равны  $\frac{2}{5}$  или  $\frac{3}{5}$ . Если 1  
 жук проползает за 5 минут ~~3~~  $\frac{3}{5}$  круга, то  
 за минуту он проползёт  $\frac{3}{5}$  круга. За мину-  
 ту 2 жук проползёт  $\frac{6}{5}$  круга, т.е. уйдёт  
 в отрыв от 1 на  $\frac{3}{5}$  круга или  $\frac{3}{5}$  кр. / мин. 3 жук ползёт  
 $\frac{9}{5}$  кр. / мин  $\Rightarrow$  отрыв от 2 =  $\frac{3}{5}$  кр. / мин и т.д.  
 Заметим, что через минуту отрыв между каж-  
 дыми 2 жуками с соседними номерами бу-  
 дет такое же расстояние, как и в звезде.  
 Значит жуки сформируют звезду  
 через 1 мин., но не первую, т.к. жуки за  
 40 сек. делают отрыв в  $\frac{2}{5}$  круга, что  
 такое же равно расстояние между жу-  
 ками в звезде. Вот эта звезда и будет  
 первой.

Ответ: 40 сек.

7.

$$A = 1 - \frac{1}{\underbrace{111\dots 1}_{2024}} \quad B = 1 - \frac{2}{\underbrace{222\dots 23}_{2024}} \quad C = \frac{3}{\underbrace{333\dots 34}_{2024}}$$

$$\frac{2}{\underbrace{222\dots 23}_{2024}} = \frac{1}{\underbrace{111\dots 11,5}_{2024}} < \frac{1}{\underbrace{111\dots 11}_{2024}} \Rightarrow A > B \quad \frac{1}{\underbrace{111\dots 11}_{2024}} > \frac{1}{\underbrace{111\dots 11,3}_{2024}} \Rightarrow$$

$$\frac{3}{\underbrace{333\dots 34}_{2024}} = \frac{1}{\underbrace{111\dots 11,3}_{2024}} > \frac{1}{\underbrace{111\dots 11,5}_{2024}} \Rightarrow C < B \quad \Rightarrow A < C < B$$