0 495388 980004
49-53-88-98
(41.1)

Выход: 13:35
Возвращение: 13:37
+1

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 5

Место проведения Калининград
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Ломоносов
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Костюченко Мирославы Алексеевны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

49-53-88-98

Итоговая оценка:

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Подпись	Расшифровка подписи
12	12	12	12	12	0	0	0	60	[signature]	Артемьева А.А.
									[signature]	Шутова К.Ю.

60 (шестьдесят)

49-53-88-98 (41.1)

~~[redacted]~~ ЧИСТОВИК

~~№1~~

~~1 вр | прот.~~

~~2 защ. | 3 вр., 5 защ., 6 нап. и 3 „унив."~~

~~3 нап. | защ. нап.~~

ЧИСТОВИК

№1.

Всего может быть ровно 3 ситуации:

1) 0 выбранных защитников — универсалы

2) 1 выбр. защ. — унив.

3) 2 выбр. защ. — унив.

~~В случае 1) можем выбрать лучших: $C_3^1 \cdot C_5^2 \cdot C_8^3 = \frac{3!}{1!\cdot 2!} \cdot \frac{5!}{2!\cdot 3!} \cdot \frac{8!}{3!\cdot 5!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{2\cdot 2\cdot 3\cdot 2} = 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8 = 1680$ способами (т.к. нападающих выбираем из обычных + универсалов).~~

~~В случае 2) $C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_5^1 \cdot C_7^3 = \frac{3!}{2!\cdot 1!} \cdot \frac{3!}{2!\cdot 1!} \cdot \frac{5!}{4!\cdot 1!} \cdot \frac{7!}{3!\cdot 4!} = \frac{2\cdot 3\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = \frac{3\cdot 5\cdot 5\cdot 6\cdot 7}{2} = 3\cdot 3\cdot 5\cdot 5\cdot 7 = 9\cdot 25\cdot 7 = 25\cdot 63 = 1575$ способами~~

~~В случае 3) $C_3^1 \cdot C_3^2 \cdot C_6^3$~~

В случае 1) можем выбрать лучших $C_3^1 \cdot C_5^2 \cdot C_9^3 = \frac{3!}{1!2!} \cdot \frac{5!}{2!\cdot 3!} \cdot \frac{9!}{3!\cdot 6!} = 5\cdot 7\cdot 8\cdot 9 = 2520$ способами

В случае 2) $C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_5^1 \cdot C_8^3 = \frac{3!}{2!} \cdot \frac{3!}{2!} \cdot \frac{5!}{4!} \cdot \frac{8!}{3!\cdot 5!} =$ ~~[illegible]~~ 2520 сп.

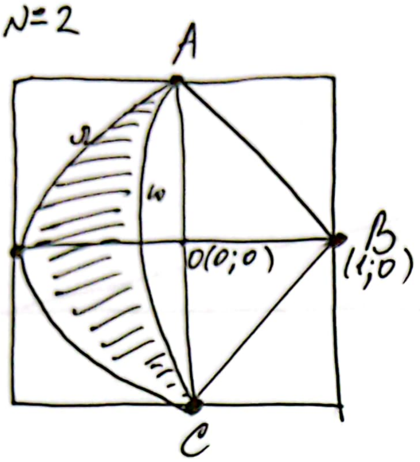
В случае 3) $C_3^1 \cdot C_3^2 \cdot C_7^3 = \frac{3!}{2!} \cdot \frac{3!}{2!\cdot 1!} \cdot \frac{7!}{3!\cdot 4!} = 315$ сп.

Т.к. возможен и выполняется ровно один из этих случаев, то всего способов: $2520 + 2520 + 315 = 5355$

Ответ: 5355

ЧИСТОВИК

№2



Обозначим окружности Ω и ω и т. A, B, C, O как на рисунке.

т.к. $OB=OA=OC=1$, то $AB=BC=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$.

При этом $AC=2=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{AB^2+BC^2}$.

По обратной т. Пифагора $\triangle ABC$ - прям. и $\angle ABC=90°$.

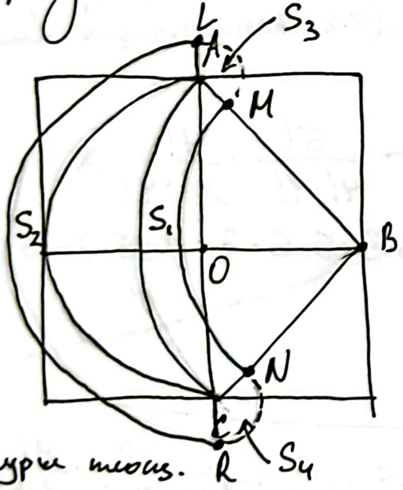
Заметим, что $r_\Omega=1$; $r_\omega=\sqrt{2}$.

Найдем $S_{до}$ - площадь фигуры до расп. краски.

$S_{до}=\frac{\pi\cdot(r_\Omega)^2}{360°}\cdot 180° - \left(\frac{\pi\cdot(r_\omega)^2}{360°}\cdot(\angle ABC) - S_{\triangle ABC}\right) = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi\cdot 2}{4} - \frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\right) =$

$= \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2}-1\right) = 1.$

Нарисуем то, какой фигура стала после.



Фигуры плош.

т.к. AB - радиус ω, то AB ⊥ касат. в т. A. Фигура после состоит из 4-х частей (см. рис.) площадей фигуры с площ. S_1, S_2, S_3 и S_4. S_3 и S_4 представляют собой секторы окружности радиуса 0,25 с углом равным $(90°+45°)=135°$.

Тогда $S_3+S_4=\frac{\pi\cdot(0{,}25)^2}{360°}\cdot 135°\cdot 2 =$

$= \frac{3\pi}{64}$

S_1 и S_2 представляют собой полосы, площади которых можно найти как разности секторов окружностей с центр. B и O и рад. BA, BM, OA и OL.

$S_1=\frac{\pi\cdot(BA)^2}{360°}\cdot 90° - \frac{\pi\cdot(BM)^2}{360°}\cdot 90°$

$AM=0{,}25 \Rightarrow BM=BA-AM=\sqrt{2}-0{,}25=\sqrt{2}-\frac{1}{4}=\frac{4\sqrt{2}-1}{4}.$

$S_1=\frac{\pi}{4}\cdot(BA^2-BM^2)=\frac{\pi}{4}\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{16}\right)$

$S_2=\frac{\pi\cdot(OL)^2}{360°}\cdot 180° - \frac{\pi\cdot(AO)^2}{360°}\cdot 180° = \frac{\pi}{2}\cdot(OL^2-AO^2)$

$AL=0{,}25 \Rightarrow OL=OA+AL=1+0{,}25=1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}.$

$S_2=\frac{\pi}{2}\cdot\frac{9}{16}$

Вся площадь фигуры $S=S_1+S_2+S_3+S_4=\frac{\pi}{4}\cdot\left(\frac{20+8\sqrt{2}}{16}\right)$

Ответ: $\frac{\pi}{4}\cdot\left(\frac{20+8\sqrt{2}}{16}\right)$

49-53-88-98 (41.1)

ЧИСТОВИК

№5

$f\left(\frac{x+1}{x-1}\right)=\frac{1}{x-1}$. Пусть $t(x)=\frac{x+1}{x-1}=t$. Значит $f(t(x))=\frac{1}{x-1}$

Тогда $\frac{x+1}{x-1}=t$; $t(x-1)=x+1$, $tx-t=x+1$, $(t-1)\cdot x=(1+t)$

$x=\frac{(1+t)}{(t-1)}$. (Очевидно, что $(t-1)\neq 0$, т.к. при $t=1$; $1+t=2$, т.е. $0\cdot x\neq 2$).

$x=t(t)=t(t(x))$.

Т.е. $f(x)=f(t(t(x)))=f(t(t))=\frac{1}{t-1}=\frac{1}{t(x)-1}=\frac{1}{\frac{x+1}{x-1}-1}\ominus$

$\ominus\ \frac{1}{\left(\frac{(x+1)-(x-1)}{(x-1)}\right)}=\frac{x-1}{2}$.

$f(f(x))=\frac{\frac{x-1}{2}-1}{2}=\frac{x-3}{4}$

$f(f(f(x)))=\frac{\frac{x-3}{4}-1}{2}=\frac{x-7}{8}$.

...

Рассуждая аналогично и далее получаем $\underbrace{f(f(f(\ldots f(x))))}_{10\text{ раз}}=\frac{x-1023}{1024}$.

Т.е. $g(x)=\frac{x-1023}{1024}$. Тангенс угла наклона касательной к графику $g(x)$ в т. x_0 — это $g'(x_0)$.

$g'(x)=\left(\frac{x-1023}{1024}\right)=\frac{1}{1024}\cdot(x-1023)'=\frac{1}{1024}$.

$\Rightarrow g'(0)=\frac{1}{1024}$

Ответ: $\frac{1}{1024}$

ЧИСТОВИК

№3

$$\begin{cases} (xy+4x-y-4)|y-x-8| = (x-4)|xy+4x-y-4| \ (1) \\ \sqrt{y-x+10} = y-3 \ (2) \end{cases}$$

ОДЗ: $\begin{cases} y-x+10 \geq 0 \\ y-3 \geq 0 \\ (xy+4x-y-4)\cdot(x-4) \geq 0 \end{cases}$ (*)

(2) $\sqrt{y-x+10} = y-3$

$y-x+10 = (y-3)^2$

$y-x+10 = y^2-6y+9$

$x = 7y+1-y^2$

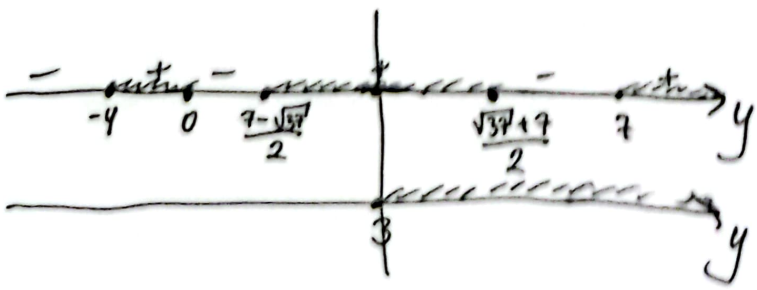
(1) $(xy+4x-y-4) = y(y+4)(7-y)$ (подставим x, подобрали корни)

$\Downarrow$ (*):

$$\begin{cases} y-x+10 \geq 0 \\ y \geq 3 \\ y(y+4)(7-y)(x-4) \geq 0 \end{cases} \xleftrightarrow{\text{подставим } x} \begin{cases} y^2-6y+9 \geq 0 \\ y \geq 3 \\ y(y+4)(y-7)\cdot\left(y-\frac{\sqrt{37}+7}{2}\right)\cdot\left(y-\frac{-\sqrt{37}+7}{2}\right) \geq 0 \end{cases}$$

$6 < \sqrt{37} < 7 \Rightarrow 6{,}5 < \frac{\sqrt{37}+7}{2} < 7$

$\Rightarrow 0 < \frac{7-\sqrt{37}}{2} < 0{,}5$

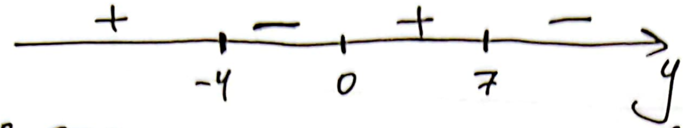


ОДЗ:

$y \in \left[3; \frac{7+\sqrt{37}}{2}\right] \cup [7; +\infty)$

49-53-88-98
(41.1)

$* \ |xy+4x-y-4| = |y(y+4)(7-y)|$ ЧИСТОВИК



В ОДЗ достаточно рассмотреть 2 случая:

1) $y\in\left[3; \frac{7+\sqrt{37}}{2}\right]$.

Тогда модуль положителен и не равен 0 ни в одной точке. Тогда:

$|y-x-8| = (x-4)$

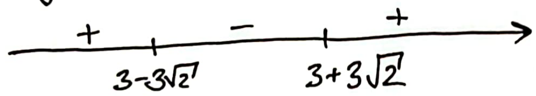
$|y-7y-1+y^2-8| = -y^2+7y+1-4$

$|y^2-6y-9| = -y^2+7y-3$

$* \ y^2-6y-9=0$

$D = 36+4\cdot 9 = 36\cdot 2 = (6\sqrt{2})^2$

$y_{1,2} = \frac{6\pm 6\sqrt{2}}{2} = 3\pm 3\sqrt{2}$.



$3-3\sqrt{2}<0$, $1{,}4<\sqrt{2}<2$ $\Rightarrow 7{,}2<3+3\sqrt{2}<8$.

$\Rightarrow \frac{7+\sqrt{37}}{2} < 3+3\sqrt{2}$ и модуль отрицателен.

$9+6y-y^2 = -y^2+7y-3$

$9+6y=7y-3$

$9+3=y$; $y=12\notin\left[3; \frac{7+\sqrt{37}}{2}\right]$. Получается, на этом отрезке решений нет.

2) $y\in[7;+\infty)$

при $y=7$ модуль равен 0, т.е. уравнение (1) верно.

$x=7\cdot 7+1-49=1$. (1; 7) — решение.

при $y>7$ модуль $|y^2-6y-9|$ раскрывается по-разному.

$-|y^2-6y-9| = -y^2+7y-3$.

2.1) $y\in(7;3+3\sqrt{2}]$. — Модуль ~~отр~~ отрицателен.

$y^2-6y-9=-y^2+7y-3$

$2y^2-13y-6=0$

$D=13^2+4\cdot 6\cdot 2=217$

ЧЕРНОВИК

$95 = 5\alpha + 43\beta + 19\gamma$

$\uparrow$ AB $\quad \uparrow$ BC $\quad \uparrow$ AC

$$\begin{cases} (xy+4x-y-4)\,|y-x-8| = (x-4)\,|xy+4x-y-4| \\ x = 1+7y-y^2 \text{ в ОДЗ.} \end{cases}$$

$\to y(y+4)(7-y)$

49-53-88-98 (41.1)

ЧИСТОВИК

$y_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{217}}{4}$.

$14 < \sqrt{217} < 15 \Rightarrow \frac{27}{4} < \frac{13+\sqrt{217}}{4} < 7$ – не лежит на отр.

$\frac{13-\sqrt{217}}{4} < \frac{13+\sqrt{217}}{4} < 7$ – не лежит на отр.

то есть на этом отрезке решений нет

2.2) $y \in [3+3\sqrt{2}; +\infty)$. – Модуль положителен.

$-y^2+6y+9 = -y^2+7y-3$

$y = 12 \in [3+3\sqrt{2}; +\infty)$ – решение.

$x = 7 \cdot 12 + 1 - 12^2 = -59$

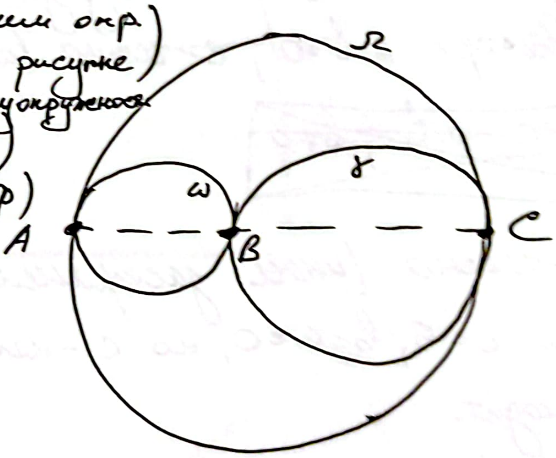
$\Rightarrow (-59; 12)$ – решение

Ответ: $(1; 7)$; $(-59; 12)$

№4

(Обозначим окр как на рисунке)

Найдем длину $\breve{AC}$. (длина полуокружности $l_{1/2} = \pi \cdot r$)



$r_\omega = \frac{26}{2\pi}$. $\Rightarrow AB = \frac{26}{\pi}$. ($AB$ – диаметр)

$r_\gamma = \frac{54}{2\pi} \Rightarrow BC = \frac{54}{\pi}$ (**)

$AC = AB + BC = \frac{80}{\pi}$.

т.е. $\breve{AC} = 40$ (мм). (***)

(**) Зная длину полуокружности диаметр ищем как $d = 2r = 2 \cdot \frac{l_{1/2}}{\pi}$.

(***) Зная диаметр, длину полуокружности ищем как $l_{1/2} = \frac{d}{2} \cdot \pi$.

Всего он ехал $60+35 = 95$ мин.

Пусть по $\breve{AB}$ он проехал a раз, по $\breve{BC}$ – b раз, по $\breve{AC}$ – c раз.

$\Rightarrow 5a + 13b + 19c = 95$.

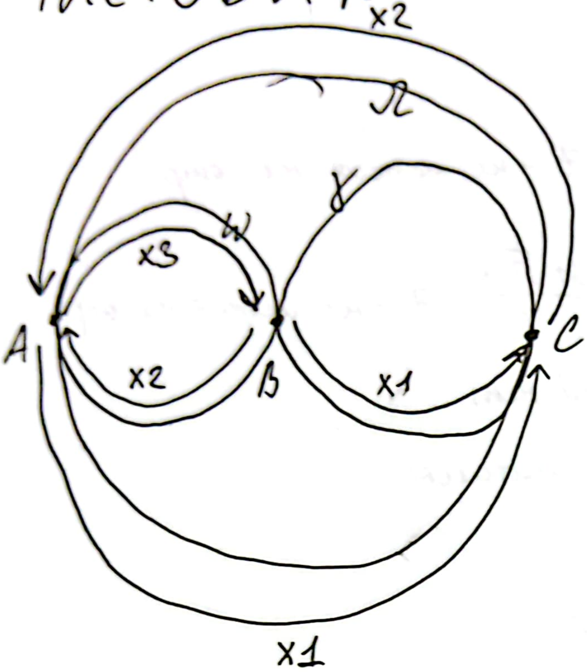
Оценкой получаем $a \in [0; 19]$; $b \in [0; 7]$; $c \in [0; 5]$.

Т.к. $95 \vdots 5$ и $5a \vdots 5$, то $(13b + 19c) \vdots 5$. При этом $13b + 19c \le 95$.

Подбором получаем, что единственные подходящие b и c (*):

$b = 1$; $c = 3$. Тогда $a = 5$. Пример такого движения:

ЧИСТОВИК



Сначала он едет по дуге AB, огибая окружность ω 2 раза, потом доезжает до B, едет по BC, потом по AC, огибая окружность Ω 1 раз и потом по AC возвращается в A.

Проехал он: $13км \cdot 5 + 27км \cdot 1 + 40км \cdot 3 = 212км$.

Ответ: 212км.

(*) Другие b и c не подходят, так как из логики задачи •при $a \cdot b = 0$; c–четно (иначе не вернемся в A)

~~при $a \neq 0$, $b \neq 0$ при~~

•$(a+b)$–четно (иначе застрянем в т. B)

Так, при $c=5$, $b=a=0$, но c–нечетно, т.е. такой вариант не подходит.

ЧЕРНОВИК

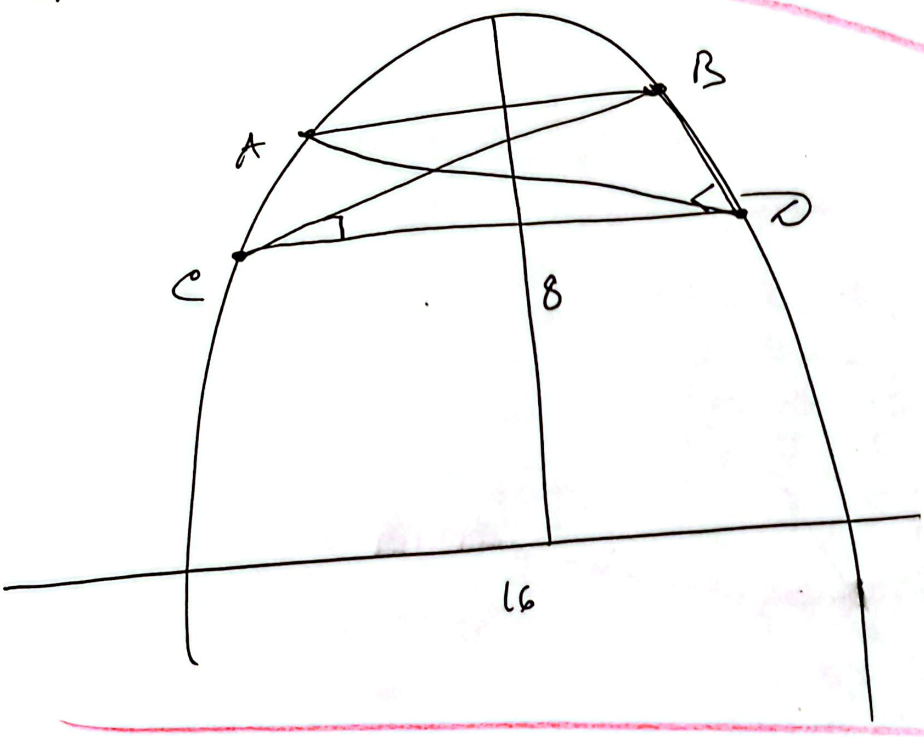
$$\begin{array}{r} \times\ 13 \\ 5 \\ \hline 65 \end{array}$$

27

$$\begin{array}{r} \times\ 40 \\ 3 \\ \hline 120 \end{array}$$

$120+65=185$

$$\begin{array}{r} +\ 185 \\ 27 \\ \hline 212 \end{array}$$



ЧЕРНОВИК

$\gamma \in \{0,1,2,3,4,5\}$

$\beta \in \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$

$\alpha \in \{0,1,\dots,19\}$

$13 \times 5 = 65$

$120 + 65 + 27 = 212$

$5\alpha + 13\beta + 19\gamma = 85$

$(13\beta + 19\gamma) \vdots 5$

$(\beta + \gamma) \vdots 2$

$54 \times 30 = 1680$ $\quad$ $315 + 1260 = 1575$

$2\cdot9=18$ $\quad$ $2\cdot3=6$ $\quad$ $2\cdot3=6$

$3\cdot9=27$ $\quad$ $2\cdot4=8$ $\quad$ $3\cdot3=9$

$4\cdot9=36$ $\quad$ $3\cdot4=12$

$5\cdot9=45$ $\quad$ $13+15=28$ $\quad$ $13+14=27$ $\quad$ $2\cdot5=15$

$1\cdot9=9$ $\quad$ $3\cdot6=18$

$0\cdot9=0$ $\quad$ $3\cdot7=21$

$3\cdot1=3$

$3\cdot0=0$

пример:

2 множ.

$\{0, 8, 6, 8\}$

$0, 6, 2,$ — не подх.

$\times1 \quad \times3 \quad \times5 \quad \times7$

$\{9, 7, 5, 1\}$

$3, 9, 5, 1$

$5\gamma + 5\beta$ (1)

$3\gamma + \beta$ (2)

$\gamma + 7\beta$ (3)

(1) очев. нет., т.к. $5\cdot\gamma = 85$.

(2) $3\cdot\gamma + \beta = 3\cdot19 + 13 = 70$ минус.

$19 \times 3 = 57$ $\quad$ $57 + 13 = 70$

$\alpha = 5$

$\gamma = 3$

$\beta = 1$

(3) $19 + 7\cdot13$ — очев. нет.

$2520 + 2520 + 315 = 5355$

72×35: $360 + 216 = 2520$

$3\cdot3\cdot5\cdot7\cdot8 = 9\cdot8\cdot35$

$$\frac{8!}{3!\cdot5!} = \frac{6\cdot7\cdot8}{6} = 7\cdot8$$

$45 \times 7 = 315$

$63 \times 40 = 2520$

$36\cdot35\cdot8$ $\quad$ $1260 \times 8 = 10080$

36×35: $180 + 108 = 1260$

$$\frac{3!}{2!}\cdot\frac{5!}{2!\cdot3!}\cdot\frac{9!}{3!\cdot6!} = \frac{\cdots 7\cdot8\cdot9}{\cdots} = 5\cdot7\cdot8\cdot9$$

$$\frac{3!}{2!}\cdot\frac{3!}{2!}\cdot\frac{5!}{4!}\cdot\frac{8!}{3!\,5!} = \frac{2\cdot3\cdots5\cdot6\cdot7\cdot8}{\cdots} = 6\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8$$

$$3\cdot3\cdot\frac{5\cdot6\cdot7}{2\cdot3} = 9\cdot5\cdot7$$

ЧЕРНОВИК

⑤ $y=f(x)$ $\quad f\left(\frac{x+1}{x-1}\right)=\frac{1}{x-1}$ $\quad f(t(x))=\frac{1}{x-1}$

пусть $t(x)=\frac{x+1}{x-1}$. $\quad t(0)=\frac{1}{-1}=-1$ $\quad y-7y-1+y^2+10\geq 0$

пусть $t(x)=t$.

$\Rightarrow t=\frac{x+1}{x-1}$ $\quad t(x-1)=x+1$ $\quad y^2-6y+9\geq 0$

$tx-t=x+1$

$x(t-1)=1+t$

$x=\frac{1+t}{t-1}$. т.е. $t(t(x))=x$. $\quad f(x)=f(t(t(\overset{t}{\overset{\shortparallel}{x}})))=f(t(t))=\frac{1}{t-1}$,

где $t=t(x)$. т.е. $f(x)=\frac{1}{\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{1}}=\frac{1}{\left(\frac{(x+1)-(x-1)}{(x-1)}\right)}=\frac{(x-1)}{x+1-x+1}$ ⊜

⊜ $\frac{(x-1)}{2}$.

$f(x)=\frac{(x-1)}{2}$. $\quad f(f(x))=\left(\frac{\frac{(x-1)}{2}-1}{2}\right)=\frac{(x-1)-2}{4}=\frac{x-3}{4}$

$f(f(f(x)))=\frac{\frac{(x-3)}{4}-1}{2}=\frac{x-3-4}{8}=\frac{x-7}{8}$ $\quad 7y+1-4-y^2$ ⊜

т.е. $\underbrace{f(f(f(\ldots f(x)))\ldots)}_{n\text{ раз}}=\frac{x-(2^n-1)}{2^n}=\frac{x+1-2^n}{2^n}$ $\quad$ ⊜ $-y^2+7y-3\geq 0$

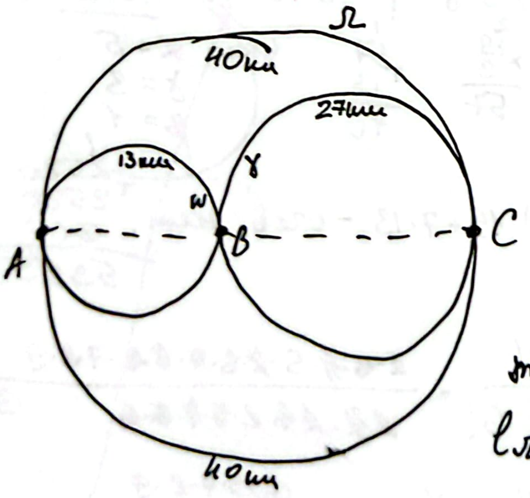
$D=49-4\cdot 3=37$

т.е. $g(x)=\frac{x+1-1024}{1024}=\frac{x+1}{1024}-1$. $\quad (x^1)'=\cancel{x}\ 1\cdot x^0=1$. $\quad y_{1,2}=\frac{-7\pm\sqrt{37}}{2}$

tg угла наклона в т. 0 это $g'(0)$

$g'(x)=\left(\frac{x+1}{1024}-1\right)'=\frac{1}{1024}\cdot(x+1)'=\frac{1}{1024}\cdot 1=\frac{1}{1024}$.

$g'(0)=\frac{1}{1024}$



длина окр. $l=2\pi r$.

$l_\omega=26$; $l_\gamma=54$

$\times\begin{array}{r}27\\2\\\hline 54\end{array}$ $\quad +\begin{array}{r}54\\26\\\hline 80\end{array}$

$\Rightarrow r_\omega=\frac{l_\omega}{2\pi}=\frac{26}{2\pi}=\frac{13}{\pi}$. $\Rightarrow AB=\frac{26}{\pi}$.

$\Rightarrow r_\gamma=\frac{l_\gamma}{2\pi}=\frac{54}{2\pi}=\frac{27}{\pi}\Rightarrow BC=\frac{54}{\pi}$

тогда $AC=\frac{26}{\pi}+\frac{54}{\pi}=\frac{80}{\pi}$. $\Rightarrow r_\Omega=\frac{40}{\pi}$

$l_\Omega=2\pi\cdot\frac{40}{\pi}=80$.

$v_{AB}=\frac{13\text{км}}{5\text{мин}}=\frac{13}{5}$ км/мин; $\quad v_{BC}=\frac{27}{13}$ км/мин; $\quad v_{AC}=\frac{40}{19}$ км/мин

ЧЕРНОВИК

$$\begin{cases}(xy+4x-y-4)|y-x-8| = (x-4)\cdot|xy+4x-y-4| \quad (1)\\ \sqrt{y-x+10} = y-3\end{cases}$$

ОДЗ: $\begin{cases}y-x+10\geq 0\\ y-3\geq 0\\ (xy+4x-y-4)(x-4)\geq 0\end{cases}$ $\begin{cases}x-y\leq 10\\ y\geq 3\end{cases}$

$(xy+4x-y-4)(x-4)\geq 0$

$169+48=217$

$28\cdot 4=112$, $112+9=121$

$15\cdot 15=225$

$1{,}3\cdot 3=3{,}9$

$1{,}4\cdot 3=4{,}2$

$D=9+4\cdot 28=11^2$

$y_1=\frac{-3+11}{-2}=-4$

$y_2=\frac{-3-11}{-2}=7$

$\sqrt{y-x+10}=(y-3)$

$y-x+10=(y-3)^2=y^2-6y+9$

$y^2-7y+x+9-10=0$

$y^2-7y+x-1=0$

$x=1+7y-y^2$

$y(1+7y-y^2)+4(1+7y-y^2)-y-4 =$

$-y^3+7y^2+y+4+28y-4y^2-y-4 =$

$= -y^3+3y^2+28y=y(-y^2+3y+28) =$

$= y(y+4)(7-y)$

$45\cdot 3$

$\frac{\pi}{16}\cdot 2\cdot\frac{135}{360} =$

$45\cdot 8$

$= \frac{\pi}{8}\cdot\frac{3}{8}=\frac{3\pi}{64}$

$y^2-3y-28=0=(y+4)(y-7)$

$y_1=-4$

$y_2=7$

$y-1-7y+y^2-8=y^2-6y-9=$

$D=36+4\cdot 9=72=36\cdot 2=(6\sqrt{2})^2$

$1+7y-y^2-4=-y^2+7y-3$

y^2-7y+3

$D=49-4\cdot 3=49-12=37$

(1) $y(y+4)(7-y)\cdot|y^2-6y-9|=$

продолжение №4

прошло $(60+35)=95$ минут. пусть он α раз проехал по $\breve{AB}$; β по $\breve{BC}$ и γ по $\breve{AC}$.

$\Rightarrow \alpha\cdot 5+\beta\cdot 13+\gamma\cdot 19=95$

$(\beta\cdot 13+\gamma\cdot 19):5$ вообще заметим, что

$13\cdot 7=91$

$19\cdot 5=95$ $\Rightarrow \gamma\in[0;\dots;5]$

$\Rightarrow \beta\in[0;7]$

$\alpha\in[0;19]$

$2-\left(\sqrt{2}-\frac{1}{4}\right)^2 =$

$= 2-\left(2+\frac{1}{16}-2\cdot\frac{1}{4}\cdot\sqrt{2}\right) =$

$= 2-2-\frac{1}{16}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{16}$

ЧЕРНОВИК

$S_{л} = \pi \cdot (r_{л})^2 = \pi$

$\frac{S_{л}}{2} = \frac{\pi}{2}$. $S_{сектора\ \omega}$ – ? угол $\angle ABC = 90°$, т.к. $AB = BC = \sqrt{2}$; $AC = 2$.

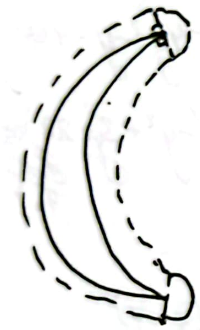
$\Rightarrow 2 = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{2+2} = \sqrt{4} = 2$.

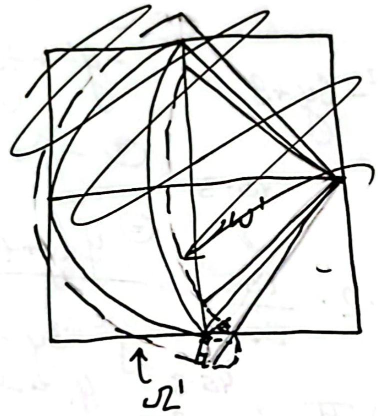
$\Rightarrow S_{сектора\ \omega} = \frac{\pi \cdot (\sqrt{2})^2}{360°} \cdot 90° = \frac{\pi \cdot 2}{4} = \frac{\pi}{2}$.

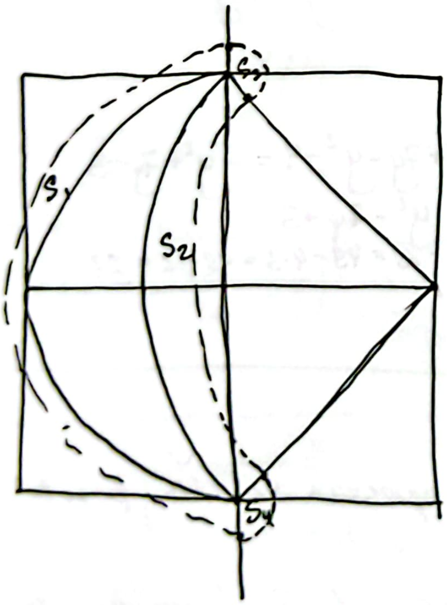
$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 1$.

Т.о. $S_{до} = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) = 1$.

$S_{после}$ – ?







S_1 и S_2 находим как разность секторов, S_3 и S_4 как сектора с радиусом 0,25 и углом $90° + 45° = 135°$.

$$\left(\frac{5}{4}\right)^2 - 1 = \frac{25}{16} - 1 = \frac{25-16}{16} = \frac{9}{16}$$

$64 : 4 = 16$

$$\frac{2}{16} + \frac{9}{8} = \frac{2}{16} + \frac{18}{16} = \frac{20}{16}$$

$$\frac{3\pi}{64} + \frac{9\pi}{32} + \frac{\pi}{4}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{16}\right) =$$

$$= \frac{\pi}{4}\left(\frac{3}{16} + \frac{9}{8} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{16}\right) = \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{20}{16} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \left(\frac{20 + 8\sqrt{2}}{16}\right) \cdot \frac{\pi}{4}$$

~~И это мне~~ Нет. ЧЕРНОВИК

3 бр.; 5 дамы; 6 нап; 3 ун. 1 бр; 2 дамы; 3 нап.

~~① не выбрали ун: $C_3^1 \cdot C_5^2 \cdot C_6^3$~~

② выбрали 1 дамц. из универсалов: $C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_5^2 \cdot C_8^3$ (1)

③ выбрали 0 дамц. из универсалов: $C_3^1 \cdot C_5^2 \cdot C_9^3$ (2)

③ выбрали 2 дамц. из универсалов: $C_3^1 \cdot C_3^2 \cdot C_7^3$ (3)

$\times \frac{12}{7}$, 84

85

Итого:

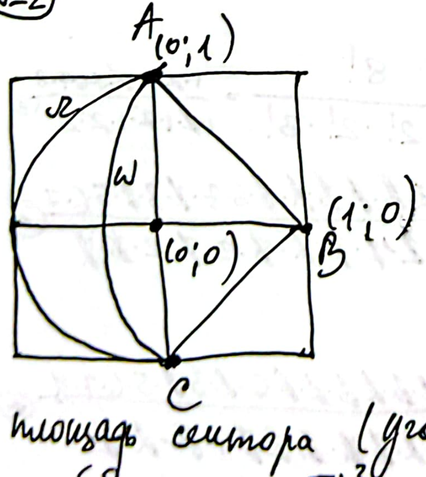
(1) $C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_5^2 \cdot C_8^3 = \frac{\cancel{3!}}{2!} \cdot \frac{\cancel{3!}}{2!} \cdot \frac{\cancel{5!}}{2! \cdot \cancel{3!}} \cdot \frac{8!}{\cancel{5!} \cdot \cancel{3!}} = \frac{\cancel{2} \cdot 3 \cdot \cancel{4} \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} =$

$= 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$

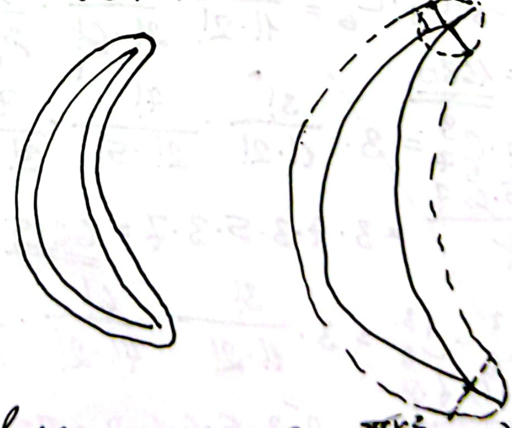
$144 - 85 = 59$

$59 + 85 = 144$

№2



радиус — 1.
радиус ω — $\sqrt{2}$.



площадь сектора (угол α):

$S_\alpha = \frac{S_{окр.}}{360°} \cdot \alpha = \frac{\pi r^2}{360°} \cdot \alpha$ (если в радианах, то $S_\alpha = \frac{\pi r^2}{2\pi} \cdot \alpha = \frac{r^2}{2} \alpha$)

~~Sфигуры~~

$S_{ф} =$ ~~Sсектора~~ $\frac{S}{2} - (S_{сектора\ \omega} - S_{\triangle ABC})$

Черновик

1вр.; 2защ; 3нап.

варианты:

- 3вр.
- 5защ
- 6нап
- 3 универ. → защ. / нап.

$$\begin{array}{r} 1680 \\ +\ 6615 \\ \hline 8295 \\ +\ 7560 \\ \hline 15855 \\ +\ 2520 \\ \hline 18375 \end{array}$$

способов?

~~1) без универсалов: $C_3^1 \cdot C_5^2 \cdot C_6^3$~~

~~2) защ~~

$3 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 =$

$= 3^3 \cdot 7^2 \cdot 5 =$

$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6^2 \cdot 7 =$

$= 6 \cdot 5 \cdot 6^2 \cdot 7 =$

$= 30 \cdot 36 \cdot 7$

У1 У2 У3

$5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 30 \cdot 56$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times\ 27 \\ \hline 343 \\ +\ 98\ \ \\ \hline 1823 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 56 \\ \times\ 30 \\ \hline 1680 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 56 \\ \times\ 30 \\ \hline 1680 \end{array}$$

варианты:

1) все У-защ.

тогда:

$C_3^1 \cdot C_8^2 \cdot C_6^3 = \cancel{3 \cdot \frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot \frac{6!}{3! \cdot 3!}}$

$$\begin{array}{r} 1323 \\ \times\ 5 \\ \hline 6615 \end{array}$$

2) 2 У-защ., 1-нап. (таких вариантов 3)

тогда:

$3 \cdot C_3^1 \cdot C_7^2 \cdot C_7^3$ (?)

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times\ 30 \\ \hline 1080 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1080 \\ \times\ 7 \\ \hline 7560 \end{array}$$

3) ~~2~~ 1 У-~~нап~~ защ., 2-~~защ~~ нап. (таких вариантов тоже 3)

тогда:

$3 \cdot C_3^1 \cdot C_6^2 \cdot C_8^3$ (?)

$35 \cdot 72$

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times\ 35 \\ \hline 360 \\ +\ 216\ \ \\ \hline 2520 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 45 \\ \times\ 56 \\ \hline 270 \\ +\ 225\ \ \\ \hline 2520 \end{array}$$

4) все 3 У-нап.

$C_3^1 \cdot C_5^2 \cdot C_9^3$

Итого: 1) $C_3^1 \cdot C_8^2 \cdot C_6^3 = \frac{3!}{1! \cdot 2!} \cdot \frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} =$

$= 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = \underline{\underline{1680}}$

2) $3 \cdot C_3^1 \cdot C_7^2 \cdot C_7^3 = 3 \cdot \frac{3!}{1! \cdot 2!} \cdot \frac{7!}{2! \cdot 5!} \cdot \frac{7!}{3! \cdot 4!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} =$

$= \frac{6 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 2} = 3 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 = \underline{\underline{6615}}$

3) $3 \cdot C_3^1 \cdot C_6^2 \cdot C_8^3 = 3 \cdot \frac{3!}{1! \cdot 2!} \cdot \frac{6!}{4! \cdot 2!} \cdot \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} =$

$= \frac{6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{4} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 7 = \underline{\underline{7560}}$

4) $C_3^1 \cdot C_5^2 \cdot C_9^3 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot \frac{9!}{3! \cdot 6!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} =$

$= 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = \underline{\underline{2520}}$

Итого: 18375