0 978034 340006

97-80-34-34
(37.9)

1755

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант ____________________

Место проведения г. Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Котельниковой Татьяны Николаевны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
97-80-34-34	75	15	15	0	15	0	15	15	

75 (семерка пять) 8

97-80-34-34 (37.9)

Чистовик лист 1 из 3

Задача 4

Попугай прошёл всего: $Z+T=38+40=78$ шагов или $Z+T+1=79$ шагов.

При этом вперед клювом он сделал $R=59$ шагов, значит спиной вперед он прошёл: $Z+T-R=78-59=19$ шагов или $Z+T+1-R=79-59=20$ шагов.

Пусть длина удава равна l, тогда Попугай прошёл $2l$. При этом клювом вперед он прошёл расстояние, равное $Rx=59\cdot 9$, а спиной вперед $(Z+T-R)\cdot\frac{x}{y}=19\cdot\frac{9}{3}=19\cdot 3$ или $(Z+T+1-R)\cdot\frac{x}{y}=20\cdot\frac{9}{3}=20\cdot 3$.

Запишем возможные варианты

$Rx+(Z+T-R)\cdot\frac{x}{y}=2l$ или $Rx+(Z+T+1-R)\cdot\frac{x}{y}=2l$

$59\cdot 9+19\cdot 3=2l$ $\qquad$ $59\cdot 9+20\cdot 3=2l$

$\frac{59\cdot 9+19\cdot 3}{2}=l$ $\qquad$ $\frac{59\cdot 9+20\cdot 3}{2}=l$

Заметим, что l будет являться целым числом, так как его можно представить в виде: $n\cdot x+m\cdot\frac{x}{y}$; где m - число шагов спиной вперёд ($m\in Z$), n - число шагов клювом вперед ($n\in Z$), $x=9$, $\frac{x}{y}=3$. Произведение 2 целых чисел является целым, сумма двух целых чисел тоже является целой.

Следовательно левая часть наших равенств должна быть чётной. Однако $59\cdot 9+20\cdot 3$ не является чётным числом, т.к. $59\cdot 9$ - нечетное, $20\cdot 3$ - чётное, а сумма чётного и нечётного равна нечётному $\Rightarrow$ верно другое равенство.

$\frac{59\cdot 9+19\cdot 3}{2}=l$

$\frac{3(59\cdot 3+19)}{2}=l$

$\frac{3\cdot(177+19)}{2}=l$

$\frac{3\cdot 196}{2}=l$

$3\cdot 98=l$

$l=294$ см

Ответ: 294 см

Чистовик лист 1 из 3

Задача 7

Приведём числа A, B, C к общему знаменателю, равному $n = \underbrace{111\ldots111}_{2024}\cdot\underbrace{222\ldots223}_{2024}\cdot\underbrace{333\ldots334}_{2024}$

$$A_1 = \frac{\overbrace{111\ldots10}^{2024}\cdot\overbrace{222\ldots23}^{2024}\cdot\overbrace{333\ldots34}^{2024}}{n}$$

$$B_1 = \frac{\overbrace{222\ldots21}^{2024}\cdot\overbrace{111\ldots111}^{2024}\cdot\overbrace{333\ldots34}}{n}$$

$$C_1 = \frac{\overbrace{333\ldots31}^{2024}\cdot\overbrace{111\ldots11}^{2024}\cdot\overbrace{222\ldots23}^{2024}}{n}$$

Сравним числа A_1 и B_1, домножив их на n

$$\overbrace{111\ldots10}^{2024}\cdot\overbrace{222\ldots23}^{2024}\cdot\overbrace{333\ldots34}^{2024}\cancel{n}$$

$$\overbrace{222\ldots21}^{2024}\cdot\overbrace{111\ldots111}^{2024}\cdot\overbrace{333\ldots34}^{2024}\cancel{n}$$

Поделим каждое из выражений на $\overbrace{333\ldots34}^{2024}\cdot\cancel{n}$, получим:

$$\overbrace{111\ldots10}^{n}\cdot\overbrace{222\ldots23}^{n} \qquad \overbrace{111\ldots111}^{n}\cdot\overbrace{222\ldots21}^{n}$$

$$\overbrace{111\ldots111}^{2024}\cdot\overbrace{222\ldots21}^{2024}=\overbrace{222\ldots21}^{2024}\cdot\overbrace{111\ldots10}^{2024}+\overbrace{2\ldots21}^{2024}\cdot 1$$

Вычтем из каждой части по $\overbrace{222\ldots21}^{2024}\cdot\overbrace{111\ldots10}^{2024}$

Получим:

$$2\cdot\overbrace{111\ldots10}^{2024} \qquad \overbrace{22\ldots21}^{2024}\cdot 1$$

$$2\cdot\overbrace{111\ldots10}^{2024}=\overbrace{222\ldots20}^{2024}$$

$$\overbrace{222\ldots20}^{2024}<\overbrace{22\ldots21}^{2024} \Rightarrow A_1<B_1 \Rightarrow A<B$$

Теперь сравним B_1 и C_1, домножив их на n

$$\overbrace{222\ldots21}^{2024}\cdot\overbrace{111\ldots11}^{2024}\cdot\overbrace{33\ldots34}^{2024}\cancel{n} \qquad \overbrace{333\ldots31}^{2024}\cdot\overbrace{111\ldots11}^{2024}\cdot\overbrace{222\ldots23}^{2024}\cancel{n}$$

Поделим выражения на $\overbrace{11\ldots11}^{2024}\cancel{n}$, получим

$$\overbrace{222\ldots21}^{2024}\cdot\overbrace{33\ldots34}^{2024} \qquad \overbrace{333\ldots31}^{2024}\cdot\overbrace{222\ldots23}^{2024}$$

$$\overbrace{333\ldots31}^{2024}\cdot\overbrace{22\ldots23}^{2024}=\overbrace{33\ldots31}^{2024}\cdot\overbrace{22\ldots21}^{2024}+\overbrace{33\ldots31}^{2024}\cdot 2$$

97-80-34-34 (37.9)

Чистовик лист 2 из 3

Задача 7 (продолжение)

Вычтем из каждой части $\overbrace{33..31}^{2024}\cdot\overbrace{22...21}^{2024}$

Получаем:

~~333 31·2~~

$\overbrace{22..21}^{2024}\cdot 3$ $\qquad$ $\overbrace{33..31}^{2024}\cdot 2$

$\overbrace{22...21}^{2024}\cdot 3=\overbrace{666...63}^{n}$ $\qquad$ $\overbrace{33...31}^{2024}\cdot 2=\overbrace{66...62}^{2024}$

$\overbrace{866...63}^{n} > \overbrace{66..62}^{n} \Rightarrow B_1 > C_1 \Rightarrow B > C$

Сравним A_1 и C_1, умноженные на n и разделенные на $\overbrace{222...23}^{2024}$ ~~$\cdot n$~~

$\overbrace{111...10}^{2024}\cdot\overbrace{33..34}^{2024}$ $\qquad$ $\overbrace{33...31}^{2024}\cdot\overbrace{111...11}^{2024}$

$\overbrace{33...31}^{2024}\cdot\overbrace{111...11}^{2024}=\overbrace{33..31}^{2024}\cdot\overbrace{11...10}^{2024}+\overbrace{33..31}^{2024}\cdot 1$

Вычтем из каждой части $\overbrace{33...31}^{2024}\cdot\overbrace{11...10}^{2024}$

Получим

$\overbrace{11..10}^{2024}\cdot 3$ $\qquad$ $\overbrace{33...31}^{2024}\cdot 1$

$\overbrace{11..10}^{2024}\cdot 3=\overbrace{33...30}^{2024}$

$\overbrace{33...30}^{2024} < \overbrace{33...31}^{2024} \Rightarrow A_1 < C_1 \Rightarrow A < C$

$\left.\begin{array}{l} A<B \\ C<B \\ A<C \end{array}\right| \Rightarrow A<C<B$

Ответ: A, C, B

Чистовик лист 2 из 3

Задача 2

Последовательность состоит из 3 возрастающих чисел от 1 до 6, то есть наименьшее из чисел не больше 4.

Запишем переходы (от меньшего к большему), которые невозможны, так как числа расположены на противоположных гранях:

1→6 , 2→5 , 3→4

Теперь рассмотрим все ~~возможные~~ различные возрастающие комбинации и выберем, какие из них возможны

Возможны	Не возможны
4→5→6	3→4→5
3→5→6	3→4→6
2→3→5	2→3→4
2→3→6	2→5→6
2→4→5	1→2→5
2→4→6	1→3→4
1→2→3	
1→2→4	
1→2→6	
1→3→5	
1→3→6	
1→4→5	
1→4→6	
1→5→6	

Всего возможных комбинаций – 14

Ответ: 14.

Задача 6 Чистовик. лист 3 из 3

Сначала рассмотим скольками способами девочки могут занять места.

Есть 6 вариантов рассадки, где девочки не седят рядом. Тогда они занимают места:

1,3,5,7,9	Вариантов, как посадить
1,3,5,7,10	девочек при каждом типе
1,3,5,8,10	рассадки: 5! = 120
1,3,6,8,10	Теперь рассмотим, как
1,4,6,8,10	можно рассадить остальных.
2,4,6,8,10	Это можно сделать 5! = 120

способами.

То есть при каждом типе рассадки есть $120 \cdot 120 = 14400$ вариантов.

Так как всего типов рассадки 6, то всего есть $14400 \cdot 6 = 86400$ различных способов рассадки.

Ответ: 86400 способов.

Чистовик лист 3 из 3

Задача 1

Посчитаем сколько можно было бы составить 4-буквенных слов, если бы у нас было всего 4 дощечки с буквами А, К, У, Л.

Таких способов - 4! = 24.

Теперь посчитаем, сколько было бы способов составить слово, если бы у нас было 5 различных букв.

Таких способов - 5! = 120.

~~Посчитаем спосо~~

120-24=96

Задача 1.

Посчитаем, сколько было бы способов составить слово, если бы было 5 различных букв.

Таких способов - 5! = 120.

Однако у нас буква „А" повторяется 2 раза, то есть мы рассматрели случаи, когда буквы „У", „К", „Л" стоят одинаково, а меняются лишь дощечки с буквой „А". То есть каждое слово мы посчитали дважды.

Тогда на самом деле слов: 120:2=60

~~Ответ: 60слов~~

Ответ: 60 слов

Черновик лист 1 из 2

1, 2, 3, 4

Невозможны:

1→6 2→5 3→4

4→5→6

3→5→6

~~2→3→4~~ 2→3→5

~~2→~~ 2→3→6

2→4→5

2→4→6

6

100

1→2→3

1→2→4

1→2→6

1:40 | 20

$5\cdot4\cdot3\cdot2=120$

$120\cdot6=720$

1→3→5

1→3→6

1→4→5

1→4→6

1→5→6

1 3 5 7 9

1 3 5 7 10

1 3 5 8 10

1 3 6 8 10

1 4 6 8 10

2 4 6 8 10

$240\cdot6=1440$

120

$$\begin{array}{r} 240 \\ \times\ 6 \\ \hline 1440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 720 \\ \times\ 120 \\ \hline 14400 \\ +\ 72 \\ \hline 86400 \end{array}$$

5 мест

_ _ _ _ _

$5\cdot4\cdot3\cdot2=120$

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times\ 120 \\ \hline 2400 \\ 12 \\ \hline 14400 \\ \times\ 6 \\ \hline 86400 \end{array}$$

Черновик лист 2 из 2

$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

XX - XX

$24 \cdot 5 = 120$

60

$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 | 2$ 12

$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120 | 2$ 60

121

1

$120 - 24 = 96 | 2 = 48 + 24 = 72$

3

1 2 3 4 5 $\frac{3}{5} \cdot x$ $\frac{6}{5} x$

$38 + 40 = 78$ или 79

5 3 6 9 12 15

$\frac{3}{5} x$

$v = \frac{3}{5}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{9}{5}$ $\frac{12}{5}$ 3

$59 \cdot 3 = 177$

$98 \cdot 3 = 294$

59↑ 19 или 20↓

$177 + 19 = 196$

$196 \cdot 3 = 588$

$588 : 2 = 294$

$59 \cdot \cancel{22} + 12$

$$\begin{cases} 59 \cdot 3y + 19 \cdot y = 2l \\ 59 \cdot 3y + 20y = 2l \end{cases}$$

$59 \cdot 9 + 20 \cdot 3$

$59 \cdot 9 + 19 \cdot 3 = 2l$

$l = \frac{3(59 \cdot 3 + 19)}{2}$

$\frac{222\ldots23 \cdot 111\ldots10}{222\ldots21 \cdot 111\ldots11}$

$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$

$222\ldots23 \cdot 11\ldots0 - 222\ldots21 \cdot 11\ldots0$

_ _ _ _ _

_ _ _ _ _

$1111\ldots10 \cdot 2 = 2222\ldots20$

$\frac{111\ldots10 \cdot 222\ldots23 \cdot 3333\ldots34}{n}$

$\frac{333\ldots31 \cdot 111\ldots11 \cdot 222\ldots23}{n}$

$\frac{222\ldots21 \cdot 11\ldots111 \cdot 3333\ldots4}{n}$

$3 \cdot 111\ldots10 = 333\ldots30$

$\frac{333\ldots31 \cdot 222\ldots23}{333\ldots34 \cdot 222\ldots21}$

$B > A$ $C > A$

$C > B > A$

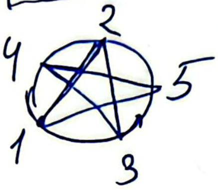
$222\ldots21 \cdot 3$

$222\ldots23 \cdot 3$

Черновик лист 2 из 2

$\frac{3}{5}x \quad \frac{6}{5}x \quad \frac{9}{5}x \quad \frac{12}{5}x \quad \frac{15}{5}x$

$\frac{3x}{5y} \quad \frac{6x}{5y} \quad \frac{3yx}{5} \quad \boxed{\frac{15yx}{5\cdot y}}$ $9x = 5e - 3x + 2$



$5 - 12x = 5e + 2$

$12x = \cancel{15x} - 12$

$\frac{3\cancel{x}}{\cancel{5}}x \quad e - a \quad \boxed{3x}$

1-2 $\frac{6y}{5}x - \frac{3y}{5}x = \frac{3y}{5}x = \frac{3yx}{5} - y\cdot a$

2-3 $\frac{9yx}{5} - \frac{6yx}{5} = \frac{3yx}{5} - y b$ $\quad a = \frac{3x-2}{5}$

$3x - 2 = 5a$

3-4 $\frac{3yx}{5} - y\cdot c$

$\frac{3yx}{5} - ya = \frac{2}{5}y$

4-5 $\frac{3yx}{5} - y\cdot d$

$3x - 5a = 2$

$x = \frac{2+5a}{3}$

5-1 $\frac{12yx}{5} - y\cdot e$

$e = 3x$

$a = \frac{3}{5}x \quad \frac{12}{5}x$

$y(3x - 5b) = y(3x -$

$\frac{12y\cancel{x}}{5}$

$y(12x - 5e) = y(3x - 5a)$

$12xy - 5ey = 3xy - 5ya$

$x = \frac{5}{9}(e - a)$

$9xy = 5ey - 5ya$

$\frac{2+5a}{3} = \frac{5}{9}(e-a) \;|\cdot 9$

$9x = 5(e - a)$

$x = \frac{5(e-a)}{9}$

$6 + 15a = 5e - 5a$

$20a = 5e - 6$

$a = \frac{5e-6}{20}$

$x = \frac{5}{9}e - \frac{\cancel{5}}{9}\cdot\frac{3x-2}{\cancel{5}} \quad |\cdot 9$

$\cancel{9x = e}$

$x = \frac{5e - 3x + 2}{9}$