

0 201064 180008

20-10-64-18
(37.7)



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант _____

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов" по математике
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Марина Никиты Владимировна
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
20-10-64-18	80	15	15	5	15	0	15	15	

Чистовик 1 80
 №1. (восемьдесят) ~~80~~ ~~80~~

А	К	У	Л	А
---	---	---	---	---

 \rightarrow

I □	II □	III □	IV □
--------	---------	----------	---------

Из 5 данных букв, две из которых повторяются, нужно составить слово из 4 букв.

Пусть буквы "А" отличаются друг от друга: A_1 и A_2 .

Тогда посчитаем, сколько слов из 4 букв можно составить:

на I место можно поставить любую из 5 букв данных

на II место - любую из 4 оставшихся

на III место - любую из 3 ост.

на IV место - любую из 2 ост.

Таким образом, для различных букв "А" имеем

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120 \text{ слов.}$$

П.к. мы составили слова, то порядок букв важен.

Теперь вернемся к начальному условию

Но ~~каждое~~ в В предыдущем произведении мы каждое слово с буквой "А" посчитали два раза (в качестве A_1 и в качестве A_2)

П.к. "А" попадает в каждое слово из 4 букв, то

120 - удвоенное число слов, а значит

$$\frac{120}{2} = 60 \text{ слов - искомый ответ}$$

Ответ: 60 слов.

Черновик 1.

$59 \cdot 9 + 3 \cdot 19 =$
 $59 \cdot 9 + 3 \cdot 20 =$
 $40 \cdot 38 - 59 = 19$
 $450 + 81 = 531$

$59 \cdot 9 + 3 \cdot 19 = 531 + 57 = 588$

591 ✗ , м.к

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 59 \\ \hline 78 \end{array}$$

$588 - 3 \cdot 78 =$
 $= 588 - 234 = 354$

~~60 - 6 = 10~~

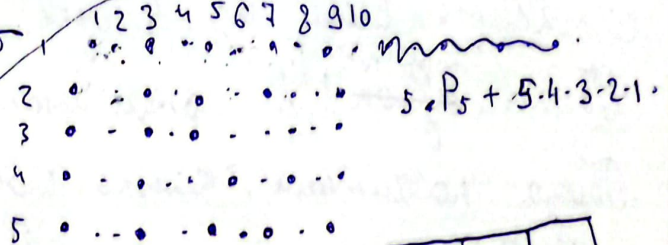
$354 : 6 = 59$

$$\frac{591}{2}$$

~~$10 \cdot 9 + 10 \cdot 6 + 19 + 3 \cdot 80$~~
 294

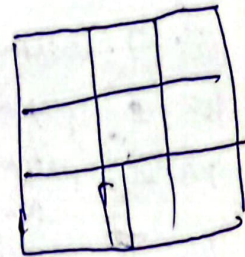
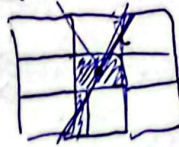
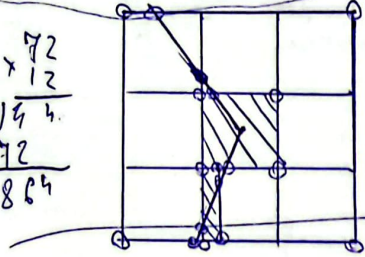
~~$30 \cdot 9 + 8 \cdot 3 = 294$~~
 $290 \quad 24$

~~$28 \cdot 9 + 12 \cdot 3 = 294$~~
 $281 \quad 33$



$5! \cdot (5+1) = 6! = 720$

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times 12 \\ \hline 144 \\ + 72 \\ \hline 864 \end{array}$$



$\frac{111 \dots 1110}{111 \dots 111}$

$\sqrt{\frac{222 \dots 220}{222 \dots 223}}$

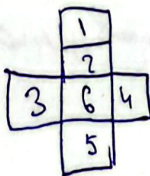
$\frac{2}{222 \dots 23} \sqrt{\frac{3}{333 \dots 34}}$

$1 - \frac{1}{\dots} \sqrt{1 - \frac{2}{\dots}}$

$2 \cdot 333 \dots 34 \sqrt{3 \cdot 222 \dots 23}$

$\frac{2}{222 \dots 223} \sqrt{\frac{2}{222 \dots 22}}$

$666 \dots 68 \sqrt{666 \dots 69}$

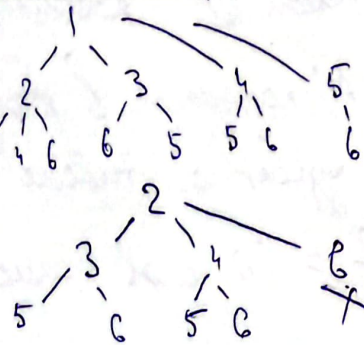


- 126
- 156
- 235
- 236
- 245
- 246

- 136
- 146

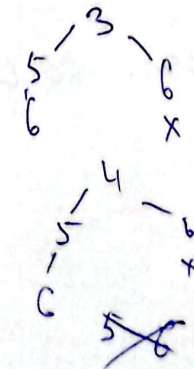
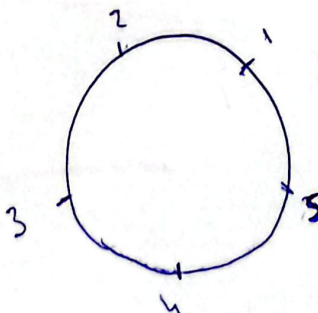
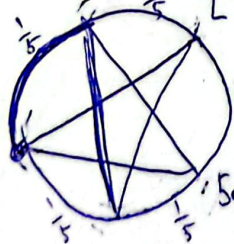
- 123
- 124

$\sqrt{1 - \frac{2}{5}} = \frac{12 \text{ кр}}{5 \text{ мин}}$



$\frac{12 \text{ кр}}{5 \text{ мин}}$

$2 \frac{6 \text{ кр}}{5 \text{ мин}}$



Задача 2.

$$A = \frac{\overbrace{111 \dots 110}^{2024}}{\underbrace{111 \dots 111}_{2024}}; \quad B = \frac{\overbrace{222 \dots 221}^{2024}}{\underbrace{222 \dots 223}_{2024}}; \quad C = \frac{\overbrace{333 \dots 331}^{2024}}{\underbrace{333 \dots 334}_{2024}}$$

1) $A < B$

$$1 - \frac{1}{\underbrace{111 \dots 11}_{2024}} < 1 - \frac{2}{\underbrace{222 \dots 23}_{2024}}$$

$$-\frac{1}{\underbrace{111 \dots 11}_{2024}} < -\frac{2}{\underbrace{222 \dots 23}_{2024}}$$

$$\frac{2}{\underbrace{222 \dots 23}_{2024}} < \frac{1}{\underbrace{111 \dots 11}_{2024}} \quad || \cdot \underbrace{111 \dots 11}_{2024} = \underbrace{222 \dots 23}_{2024}$$

$$\underbrace{22222 \dots 223}_{2024} < \underbrace{22222 \dots 223}_{2024}$$

$A < B$

2) $B < C$

$$1 - \frac{2}{\underbrace{222 \dots 223}_{2024}} < 1 - \frac{3}{\underbrace{333 \dots 334}_{2024}}$$

$$-\frac{2}{\underbrace{222 \dots 223}_{2024}} < -\frac{3}{\underbrace{333 \dots 334}_{2024}}$$

$$\frac{3}{\underbrace{333 \dots 334}_{2024}} < \frac{2}{\underbrace{222 \dots 223}_{2024}} \quad || \cdot \underbrace{222 \dots 23}_{2024} = \underbrace{333 \dots 34}_{2024}$$

$$666 \dots 669 > 666 \dots 668$$

$B < C$

3) $A < C$

$$1 - \frac{1}{\underbrace{111 \dots 11}_{2024}} < 1 - \frac{3}{\underbrace{333 \dots 334}_{2024}}$$

$$-\frac{1}{\underbrace{111 \dots 11}_{2024}} < -\frac{3}{\underbrace{333 \dots 334}_{2024}}$$

$$\frac{3}{\underbrace{333 \dots 334}_{2024}} < \frac{1}{\underbrace{111 \dots 11}_{2024}} \quad || \cdot \underbrace{111 \dots 11}_{2024} = \underbrace{333 \dots 334}_{2024}$$

$$\underbrace{333333 \dots 33}_{2024} < \underbrace{333 \dots 334}_{2024}$$

$A < C$

Ответ: $A < C < B$

Числовик 3.

N4.

- 1) $9 \cdot 3 = 3$ (см) - шаг попуаа спиной вперёд
 2) $59 \cdot 9 = 531$ (см) - столько ~~шагов~~ ^{всего} ~~длина~~ ^{прошёл} попуаа киван вперёд.

*) Если от головы до хвоста попуаа прошёл 41 шаг, то

3) $38 + 41 = 79$ (шагов) - общее число шагов.

4) $79 - 59 = 20$ (ш) - шагов спиной вперёд (всего).

5) $20 \cdot 3 + 531 = 591$ (см) - весь путь попуаа, который равен двум длинам Удава.

$$\frac{591}{2} = 295,5 \text{ (см)} - \text{длина Удава, но}$$

каждый шаг попуаа - натуральное число см, т.е.

попуаа с длина ~~как~~ Удава - натуральное число - противоречие, значит такого быть не могло.

Если от головы до хвоста попуаа сделали 40 шагов, то

3) $38 + 40 = 78$ (ш) - общее число шагов попуаа

4) $78 - 59 = 19$ (ш) - всего шагов спиной вперёд.

5) $19 \cdot 3 + 531 = 588$ (см) - весь путь попуаа, который по условию равен 2 длинам Удава.

$$\frac{588}{2} = \boxed{294 \text{ (см)}} - \text{длина Удава}$$

Пример:

1) От хвоста до головы ^{Попуаа прошёл} ~~прошёл~~ 30 шагов киван вперёд и 8 шагов спиной вперёд в любом порядке

$$30 \cdot 9 + 8 \cdot 3 = \underline{294 \text{ см}}$$

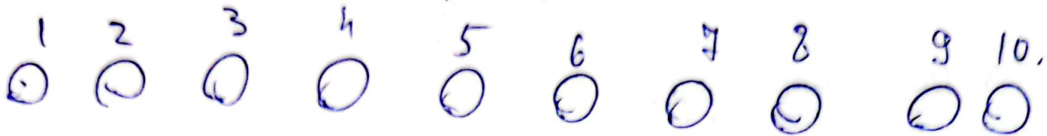
2) от головы до хвоста Попуаа прошёл 29 шагов киван вперёд и 11 шагов спиной вперёд.

$$29 \cdot 9 + 11 \cdot 3 = \underline{294 \text{ см}}$$

Ответ: длина Удава равна 294 см

Чистовик 4

№ 6.



1) Выберем места, на которых сидят девочки:

Они могут сидеть на местах с номерами

	I	II	III	IV	V
①	1	3	5	7	9
②	1	3	5	4	10
③	1	3	5	8	10
④	1	3	6	8	10
⑤	1	4	6	8	10
⑥	2	4	6	8	10

Т.е., имеем 6 вариантов выбора мест для девочек.

на I мы можем посадить любую из 5 девочек

на II - любую из 4 оставшихся

на III - любую из 3 ост.

на IV - любую из 4 ост.

на V - последнюю оставшуюся

Мы имеем $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$ способов выбора места девочкам.

А значит, всего способов рассадить девочек: $6 \cdot 5! = 6!$

2) На оставшихся 5 мест есть 5 различных объектов:

3 мальчика, учительница и пустое место.

Проидём по всем местам ~~и от первого до десятого~~ ^{свободными} ~~и от первого до десятого~~

~~если оно будет занято, то мы прошли на~~

на первом таком месте ~~посадим~~ разместим один из 5 объектов

на втором свободном - один из 4 оставшихся

на третьем - один из 3 ост.

на ~~пятом~~ ^{четвёртом} - один из 2 ост.

на пятном - последний ост.

Таким образом, разместить учительницу и мальчиков можно $5!$ способами.

3) Для каждого из вариантов выбора рассадки девочек имеем $6!$

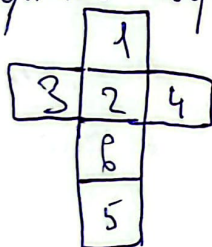
Числовик 6.

- 1 - 4 мин
- 2 - 4 мин
- 3 - 4 мин
- 4 - 4 мин

Нетрудно понять, что минимизи через 4 мин светлячки образуют звезду.

Ответ: 4 мин

развертка правильной кости №2



1) Если изначально выпало 1, то для возрастания следующей разворот перекаст кубика может привести в 2, 3, 4 или 5.

если 2, то из 2 мы можем перекастить в 3, 4 или 6 (для возрастания).

если 3, то дальше мы можем перекастить в 5 или 6 (с возрастанием)

если 4, то дальше для возрастания можем перекастить в 5 или 6

если 5, то дальше можно перекастить только в 6.

1 шаг

$3+2+2+1=8$ исковых последовательностей.

2) Если изначально выпало 2, то в следующий перекаст может быть 3, 4 или 6.

если 3, то или 5, или 6 - 2 хода

если 4, то или 5, или 6 - 2 хода

если 6, то возрастания последовательностей нет.

$2+2=4$ исконая последовательностей, начинающихся с 2

3) Если указано 3, то следующие или 5, или 6
 если 5, то следующие 6 - 1 кость.
 если 6, то исконая последовательностей нет

$1+0=1$ исконая последовательность

4) Если указано 4, то следующие или 5, или 6.

если 5, то следующие 6 - 1 кость

если 6, то следующие невозможно - 0 кость

$1+0=1$ исконая последовательность

5) Если ~~указано~~ указано больше 5 или 6, то

возрастающих последовательностей из 3 нет, т.к.

больше 5 только одно число - 6, а больше 6 чисел на кости нет.

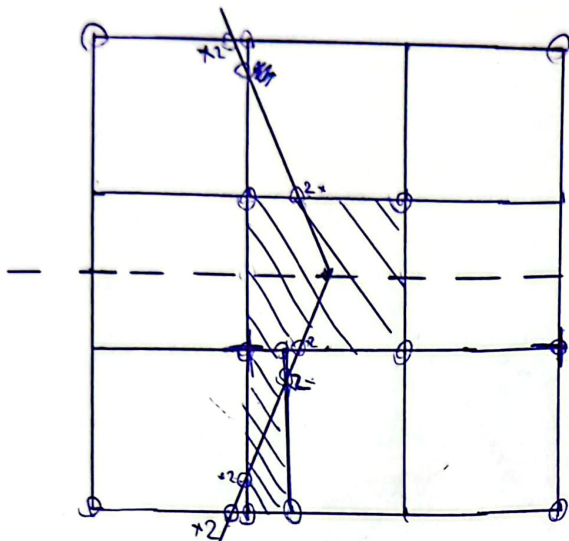
Таким образом, всего возрастающих последовательностей из 3 чисел игральной кости можно получить

$$8+4+1+1=14$$

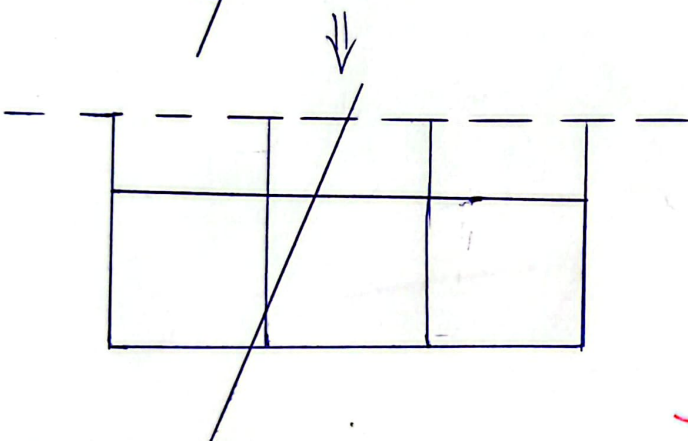
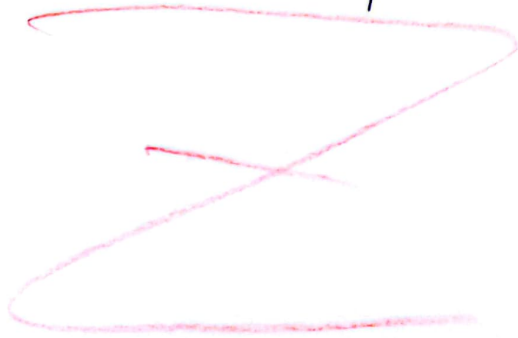
Ответ: 14

Чистовик 8.
N5.

Ответ: 16 ушб.



▣ - часть не в фигуре
-- линия перегиба

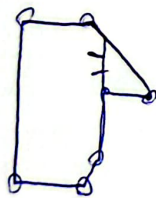


/ - линия разреза



Ответ: 22 уша.

Геометрические части:



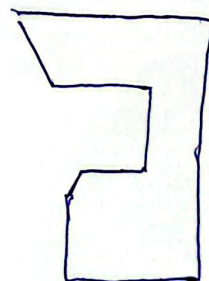
- 7 ушб



- 3 уша



- 3 уша



9 ушб

$$7 + 3 + 3 + 9 = 22 \text{ уша}$$

