



0 201064 180008

20-10-64-18
(37.7)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант _____

Место проведения _____
город _____
Москва

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников _____
название олимпиады
*"Ломоносов" по математике*по _____
профиль олимпиады
*математике**Дарина Никиты Владимировича*

фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
20-10-64-18	80	15	15	5	15	0	15	15	

Чистовик 1 80
N 1. (восьмидесят) *Быстро*



Из 5 данных букв, две из которых повторяются, нужно составить слово из 4 букв.

Пусть буква "A" отличается друг от друга: A₁ и A₂.

Тогда получаем, сколько слов из 4 букв можно составить:
 на I место можно составить любую из 5 букв донесек
 на II место - любую из 4 оставшихся
 на III место - любую из 3 ост.
 на IV место - любую из 2 ост.

Таким образом, для различных донесек с "A" имеем

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120 \text{ слов.}$$

П.к. мы составили слова, то порядок букв важен.

~~но~~ Теперь вернемся к начальным условиям

В будущем произведем мы какое слово с буквой "A" посчитали раза (в качестве A₁ и в качестве A₂)

П.к. "A" попадает в какое слово из 4 букв, то 120 - это общее число слов, а значит

$$\frac{120}{2} = 60 \text{ слов} - \text{искаженный ответ}$$

Ответ: 60 слов.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик 1.

$$\begin{aligned} 59 \cdot 9 + 3 \cdot 19 &= \\ 59 \cdot 9 + 3 \cdot 20 &= \\ 40 \cdot 38 - 59 &= 19 \\ 450 + 81 &= 531 \end{aligned}$$

$$59 \cdot 9 + 3 \cdot 19 = 531 + 57 = 588$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 59 \\ \hline 58 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 588 - 3 \cdot 78 &= \\ 588 - 234 &= 354 \\ 60 - 6 &= 10 \\ 354 : 64 &= 59 \end{aligned}$$

$$531 \times , \text{м.к}$$

$$\begin{array}{r} 591 \\ \hline 2 \end{array}$$

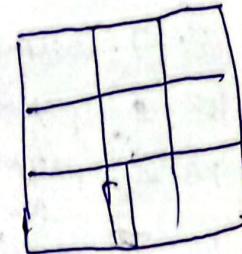
$$294$$

$$\begin{array}{r} 10 \cdot 9 + 10 \cdot 6 + 6 \cdot 9 + 3 \cdot 8 \\ 50 \cdot 9 + 8 \cdot 3 = 294 \\ 290 \quad 24 \end{array}$$

$$28 \cdot 9 + 12 \cdot 3 = 294$$

$$281 \quad 33$$

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & - & 0 & 0 & - & 0 & - & 0 & 0 \\ 4 & 0 & - & 0 & 0 & - & 0 & - & 0 & 0 \\ 5 & 0 & - & 0 & 0 & - & 0 & - & 0 & 0 \end{array}$$



$$5! \cdot (5+1) = 6! = 720$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times 12 \\ \hline 144 \\ + 72 \\ \hline 864 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111 \dots 1110 \\ \hline 111 \dots 1111 \end{array}$$

$$\checkmark \begin{array}{r} 222 \dots 221 \\ \hline 222 \dots 223 \end{array}$$

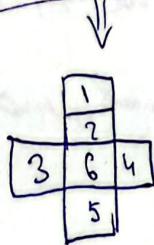
$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 222 \dots 23 \end{array} \checkmark \begin{array}{r} 3 \\ \hline 333 \dots 34 \end{array}$$

$$1 - \frac{1}{\dots} \checkmark 1 - \frac{2}{\dots}$$

$$2 \cdot 333 \dots 34 \checkmark 3 \cdot 222 \dots 23$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 222 \dots 223 \end{array} \leftarrow \begin{array}{r} 2 \\ \hline 222 \dots 22 \end{array}$$

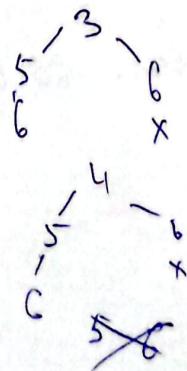
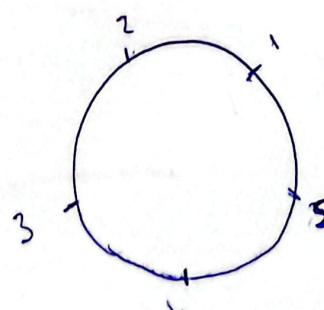
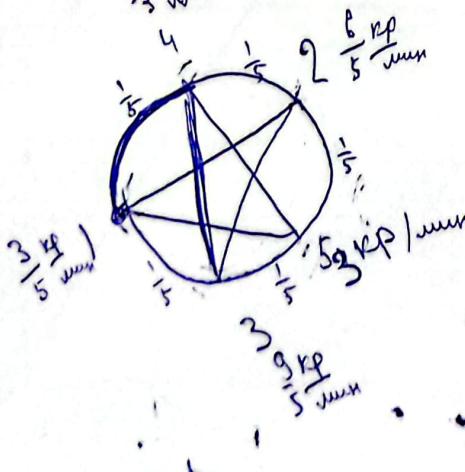
$$666 \dots 68 \checkmark 666 \dots 69$$



$$\begin{array}{ccccccc} 126 & 136 & 123 \\ 156 & 146 & 124 \\ 235 & 3 / 1 / 6 & 2 / 3 / 4 \\ 236 & 6 / 5 / 5 & 5 / 6 / 6 \\ 245 & 3 / 4 / 6 & 4 / 5 / 5 \\ 246 & 5 / 6 / 6 & 6 / 5 / 6 \end{array}$$

$$v_1 - v_5 = \frac{12}{5} \text{ км}$$

$$\begin{array}{c} 2 \\ 5 / 3 / 6 \\ 5 / 6 / 6 \end{array}$$



Числовик 2.

$$A = \frac{111\dots110}{111\dots111} \quad ; \quad \underbrace{}_{2024}$$

$$B = \frac{222\dots221}{222\dots223} \quad ; \quad \underbrace{}_{2024}$$

$$C = \frac{333\dots331}{333\dots334} \quad ; \quad \underbrace{}_{2024}$$

1) $A \vee B$

$$1 - \frac{1}{\underbrace{111\dots11}_{2024}}$$

$$\checkmark 1 - \frac{2}{\underbrace{222\dots23}_{2024}}$$

$$- \frac{1}{\underbrace{111\dots11}_{2024}}$$

$$\checkmark - \frac{2}{\underbrace{222\dots23}_{2024}}$$

$$\frac{2}{\underbrace{222\dots23}_{2024}}$$

$$\checkmark \frac{1}{\underbrace{111\dots11}_{2024}}$$

$$\parallel \cdot \underbrace{111\dots11}_{2024} \cdot \underbrace{222\dots23}_{2024}$$

$$\frac{22222\dots222}{\underbrace{2024}}$$

$$\checkmark \frac{22222\dots223}{\underbrace{2024}}$$

 $A < B$ 2) $B \vee C$

$$1 - \frac{2}{\underbrace{222\dots223}_{2024}} \checkmark 1 - \frac{3}{\underbrace{333\dots334}_{2024}}$$

$$- \frac{2}{\underbrace{222\dots223}_{2024}}$$

$$\checkmark - \frac{3}{\underbrace{333\dots334}_{2024}}$$

$$\frac{3}{\underbrace{333\dots334}_{2024}}$$

$$\checkmark \frac{2}{\underbrace{222\dots223}_{2024}}$$

$$\frac{666\dots669}{\underbrace{2024}} \checkmark \frac{666\dots668}{\underbrace{2024}}$$

 $B > C$ 3) $A \vee C$

$$1 - \frac{1}{\underbrace{111\dots11}_{2024}}$$

$$\checkmark 1 - \frac{3}{\underbrace{333\dots334}_{2024}}$$

$$- \frac{1}{\underbrace{111\dots11}_{2024}}$$

$$\checkmark - \frac{3}{\underbrace{333\dots334}_{2024}}$$

$$\frac{3}{\underbrace{333\dots334}_{2024}}$$

$$\checkmark \frac{1}{\underbrace{111\dots11}_{2024}}$$

$$\parallel \cdot \underbrace{111\dots11}_{2024} = \underbrace{333\dots334}_{2024}$$

$$\frac{333333\dots33}{\underbrace{2024}} < \frac{333\dots334}{\underbrace{2024}}$$

 $A < C$ Ответ: $A < C < B$

Числовик 3.

N4.

- 1) $9 : 3 = 3$ (см) - шаг ногула спиною вперёд
 2) $59 \cdot 3 = 531$ (см) - столько ~~шагов~~^{всего} прошёл ногула кильям вперёд.

✗ Если от головы до хвоста ногула сделан 40 шагов, то
 3) $38 + 40 = 78$ (шагов) - общее число шагов.
 4) $78 - 59 = 19$ (ш) - шагов спиной вперёд (всего).
 5) $19 \cdot 3 + 531 = 588$ (ш) - весь путь ногула, который равен двум длинам Удава.

$\frac{588}{2} = 294$ (см) - длина Удава, но
 каждый шаг ногула - натуральное число см, т.е.
 ногула с длиной ~~такие~~ Удава - натуральное число —
 противоречие, значит такого быть не может.

Если от головы до хвоста ногула сделан 40 шагов, то
 3) $38 + 40 = 78$ (ш) - общее число шагов ногула
 4) $78 - 59 = 19$ (ш) - всего шагов спиной вперёд.
 5) $19 \cdot 3 + 531 = 588$ (ш) - весь путь ногула, который по условию равен 2 длинам Удава.

$$\frac{588}{2} = \boxed{294 \text{ (см)}} - \text{длина Удава}$$

Пример:

- 1) От хвоста до головы ~~ногула~~^{Погула прошёл} 30 шагов кильям вперед и 8 шагов спиной вперед в любом порядке
 $30 \cdot 9 + 8 \cdot 3 = \boxed{294}$ см
- 2) от головы до хвоста ~~ногула~~^{Погула прошёл} 29 шагов кильям вперед и 11 шагов спиной вперед.
 $29 \cdot 9 + 11 \cdot 3 = \boxed{294}$ см

Ответ: длина Удава равна 294 см

Числовик 4

№ 6.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10.
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1) Выберем места, на которых сидят девочки:

Они могут сидеть на местах с номерами

①	I	II	III	IV	V
1	1	3	5	7	9
②	1	3	5	4	10
③	1	3	5	8	10
④	1	3	6	8	10
⑤	1	4	6	8	10
⑥	2	4	6	8	10

Т.о., имеем в вариантах выбора места для девочек.

на I мест может сидеть любую из 5 девочек

на II - любую из 4 оставшихся

на III - любую из 3 ост.

на IV - любую из 4 ост.

на V - последнюю, оставшуюся

Мы имеем $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$ способов выбора места девочек.

А значит, всего способов рассадить девочек: $6 \cdot 5! = 6!$.

2) На оставшиеся 5 мест есть 5 различных объектов:

3 мальчика, учительница и пустое место.

Пройдем по всем местам ~~и от первого до последнего~~

~~все это будут занять, то второе на~~

на первом месте ~~может сидеть~~ разместить один из 5 объектов.

на втором свободном - один из 4 оставшихся

на третьем - один из 3 ост.

на четвертом - один из 2 ост.

на пятом - последний ост.

Таким образом, разместить учительницу и мальчиков можно $5!$ способов.

3) Для каждого из вариантов ^{с!} выбора рассадки девочек имеется

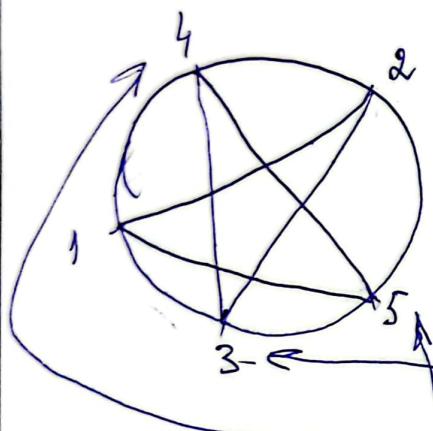
Чистовик 5

5! способов расставки спичек, значит, всего раскладок:

$$6! \cdot 5! = 720 \cdot 120 = 86400 \text{ способов.}$$

Ответ: 86400 различных способов расставки имеется.

№3



Пусть местонахождение 1 будет таким, которое отмечено на рис.
т.к. 1 светит на 2, то
Без ограничений общности пусть 2 будет ~~таким, каким отмечен на рис.~~
~~одинаковым~~
2 светит на 3, значит, 3 находится
здесь
здесь 3 светит на 4, значит, 4.
здесь 4 светит на 5, значит, 5 здесь.

т.к. Звезда правильная, то расстояние между её ^{соседними} ~~концами~~ равна, а значит и дуги, заключающие эти расстояния, равны.
тогда ~~длина дуги от 1 до 4~~ равна длине дуги от 0 до $\frac{2\pi}{5}$
~~равна~~ т.к. длина дуги окружности от 1° до 4° , от 1° до 2° ,
от 2° до 5° , от 5° до 3° и от 3° до 1° равна $\frac{1}{5} \cdot 360^{\circ}$

По условию,

$$\begin{cases} v_1 = 3 \frac{\text{круга}}{5 \text{мин}} \\ v_2 = 6 \frac{\text{кругов}}{5 \text{мин}} \\ v_3 = 9 \frac{\text{кругов}}{5 \text{мин}} \\ v_4 = 12 \frac{\text{кругов}}{5 \text{мин}} \\ v_5 = 15 \frac{\text{кругов}}{5 \text{мин}} \end{cases} \quad *$$



$$\begin{cases} v_1 = \frac{3}{5} \frac{\text{круг}}{\text{мин}} \\ v_2 = \frac{6}{5} \frac{\text{круг}}{\text{мин}} \\ v_3 = \frac{9}{5} \frac{\text{круг}}{\text{мин}} \\ v_4 = \frac{12}{5} \frac{\text{круг}}{\text{мин}} \\ v_5 = \frac{15}{5} \frac{\text{круг}}{\text{мин}} = 3 \frac{\text{круг}}{\text{мин}}. \end{cases}$$

т.к. $v_5 = 3 \in \mathbb{Z}$, то после каждого мигания 5 зажгут свечи, которые оказываются в начальной точке, т.е. на рисунке 5 свечек в начальной точке. Тогда получаем, сколько миг дадут для зажигания кампаний, чтобы оказаться в данной точке

Чистовик 6.

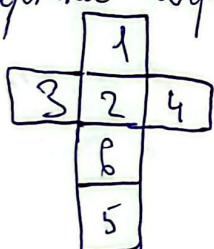
- 1 - 4 мин
2 - 4 мин
3 - 4 мин
4 - 4 мин

Нетрудно понять, что минимум через 4 мин сформируется
Образцом звезды.

Ответ: 4 мин

развертка игральной кости

№ 2.
кости



1) Если игралико выпало 1, то для возрастания следующий разворот перекат кубика можно привести в 2, 3, 4 или 5.

если 2, то из 2 ма можно перекинуть в 3, 4 или 6
(для возрастания).

3 по следовательности из искалью

если 3, то дальше ма можно перекинуть в 5 или 6
(с возрастанием)

2 искалью по следовательности

если 4, то дальше для возрастания можно перекинуть
в 5 или в 6

2 косы

если 5, то дальше можно перекинуть только в 6.

1 коса

$3+2+2+1=8$ искалью по следовательности.

2) Если игралико выпало 2, то в следующем перекате можно достичь 3, 4 или 6.

если 3, то или 5, или 6 - 2 косы.

если 4, то или 5, или 6 - 2 косы

если 5, то возрастанием искалью достичь нет.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик 7

- $2+2=4$ искомая наследственность, наследующаяся
- 3) Если изначально 3, то следующее или 5, или 6
 если 5, то следующее 6 - 1 хос.
 если 6, то искомая наследственность или
 $1+0=1$ искомая наследственность
- 4) Если изначально 4, то следующее или 5, или 6.
 если 5, то следующее 6 - 1 хос.
 если 6, то следующее невозможно - 0 хос
 $1+0=1$ искомая наследственность
- 5) Если исходно изначально больше 5 или 6, то
 возрастаниях наследственности из 3 нет, т.к.
 больше 5 только 1 раз - 6, а больше 6 чисел на кости
 нет.

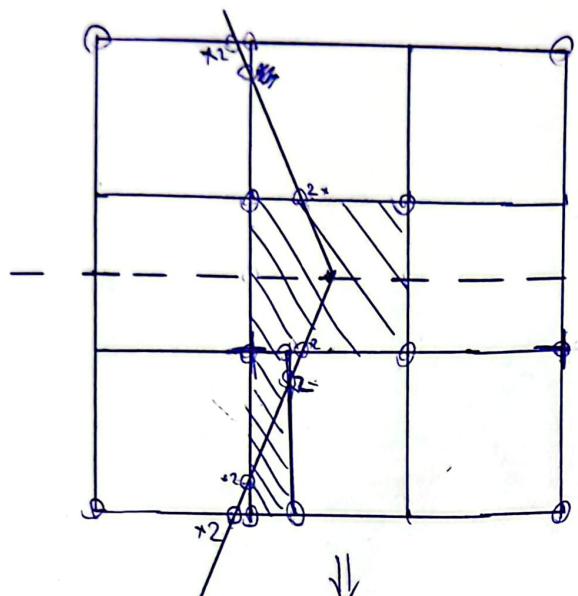
Таким образом, всего возрастаний иных наследственностей
 из 3 чисел изначальной кости можно научити

$$8+4+1+1 = 14$$

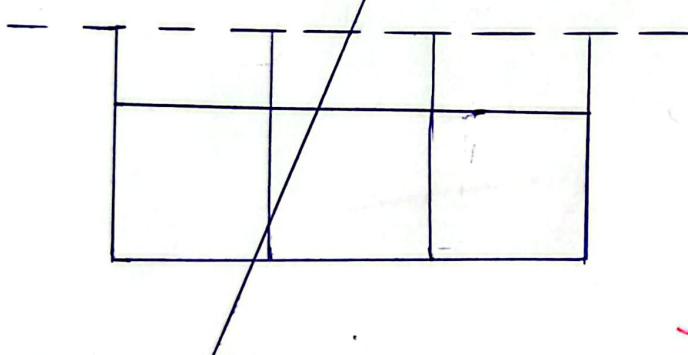
Ответ: 14

Чистовик 8.
N5.

Ответ: 16 уча.



— часть не в фигуре
--- линии перегиба

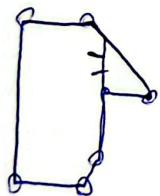


— линии разреза



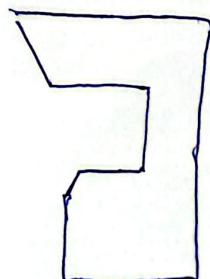
Ответ: 22 уча.

Полученные части:



- 7 уча

△
▽



Зучев

- 3 уча

- 3 уча

$$7 + 3 + 3 + 8 = 22 \text{ уча}$$