0 152462 370006

15-24-62-37
(38.7)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант ______________________

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов" [redacted]
наменование олимпиады

по математике.
профиль олимпиады

Мельникова Михаила Олеговича.
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«25» [redacted] 02. 2024 года

Подпись участника

Девяносто пять

Чистовик.

№3.

$$\frac{2bc-2a^2+2a}{2a}+\frac{2ac-2b^2+2b}{2b}+\frac{2ab-2c^2+2c}{2c}=$$

$$=\frac{bc}{a}-a+1+\frac{ac}{b}-b+1+\frac{ab}{c}-c+1=\frac{bc}{a}+\frac{ac}{b}+\frac{ab}{c}-(a+b+c)+3=$$

$$=\frac{b^2c^2+a^2c^2+a^2b^2}{abc}-(a+b+c)+3$$

Докажем, что $\frac{b^2c^2+a^2c^2+a^2b^2}{abc}\geqslant a+b+c$; Домножим обе части на $abc\neq 0$, т.к по усл. $a,b,c>0$.

$$b^2c^2+a^2c^2+a^2b^2\geqslant a^2bc+b^2ac+c^2ab$$

~~Заменим bc на~~ Пусть $bc=x$; $ac=y$; $ba=z$, тогда

$$b^2c^2+a^2c^2+a^2b^2=(bc)^2+(ac)^2+(ab)^2=x^2+y^2+z^2.$$

$$a^2bc+b^2ac+c^2ab=ab\cdot bc+ab\cdot ac+ac\cdot cb=xy+yz+xz.$$

Значит надо доказать, что при любых $x,y,z>0$ (т.к $a,b,c>0$)

$$x^2+y^2+z^2\geqslant xy+yz+xz \quad |\cdot 2$$

$$2x^2+2y^2+2z^2\geqslant 2xy+2yz+2xz.$$

$$x^2-2xy+y^2+x^2-2xz+z^2+y^2-2yz+z^2\geqslant 0$$

$$(x-y)^2+(x-z)^2+(y-z)^2\geqslant 0,$$

т.к квадрат числа $\geqslant 0$, то и сумма трех квадратов $\geqslant 0$ $\Rightarrow$ и изначальное выражение верно $(x^2+y^2+z^2\geqslant xy+yz+xz)\Rightarrow b^2c^2+a^2c^2+a^2b^2\geqslant a^2bc+b^2ac+c^2ab$

$$\Rightarrow \frac{b^2c^2+a^2c^2+a^2b^2}{abc}\geqslant a+b+c$$

Значит:

$$\frac{2bc-2a^2+2a}{2a}+\frac{2ac-2b^2+2b}{2b}+\frac{2ab-2c^2+2c}{2c}=$$

$$=\frac{b^2c^2+a^2c^2+a^2b^2}{abc}-(a+b+c)+3\geqslant \cancel{(a+b+c)-(a+b+c)}+3=3$$

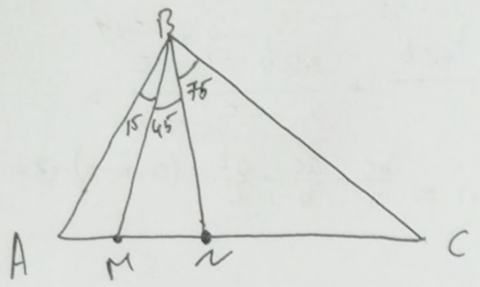
Пример: $a=b=c=1$;

$$\frac{2\cdot1\cdot1-2\cdot1^2+2\cdot1}{2\cdot1}+\frac{2\cdot1\cdot1-2\cdot1^2+2\cdot1}{2\cdot1}+\frac{2\cdot1\cdot1-2\cdot1^2+2\cdot1}{2\cdot1}=$$

$$=\frac{\cancel{2}-\cancel{2}+2}{2}+\frac{\cancel{2}-\cancel{2}+2}{2}+\frac{\cancel{2}-\cancel{2}+2}{2}=\frac{2}{2}+\frac{2}{2}+\frac{2}{2}=1+1+1=3.$$

Ответ: 3.

№5. Чистовик



Дано: $\triangle ABC$.

$M \in AC$; $\angle ABM = 15^\circ$

$N \in AC$; $\angle MBN = 45^\circ$

$\angle NBC = 75^\circ$

$S_{ABM} + S_{NBC} = 5$.

$S_{ABM} \cdot S_{NBC} = 3$

$S_{ABC} = ?$

1) $S_{ABM} = \frac{1}{2} AB \cdot BM \cdot \sin\angle ABM = \frac{1}{2} AB \cdot BM \cdot \sin 15^\circ$.

2) $S_{NBC} = \frac{1}{2} BN \cdot BC \cdot \sin\angle NBC = \frac{1}{2} BN \cdot BC \cdot \sin 75^\circ$.

3) $S_{MBN} = \frac{1}{2} BM \cdot BN \cdot \sin\angle MBN = \frac{1}{2} BM \cdot BN \cdot \sin 45^\circ$

4) $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin\angle ABC = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin 135^\circ = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin 45^\circ$

5) $S_{ABM} \cdot S_{NBC} = 3 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BM \cdot \sin 15 \cdot \frac{1}{2} BN \cdot BC \cdot \sin 75 = 3$

$\frac{1}{2} AB \cdot BM \cdot \sin 15 \cdot \frac{1}{2} BN \cdot BC \cdot \sin 75 = \cancel{\frac{\frac{1}{2} BN \cdot BM \cdot \sin 45}{\sin 45^\circ} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC}$

$= \frac{\frac{1}{2} BM \cdot BN \cdot \sin 45^\circ}{\sin 45^\circ} \cdot \frac{\frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin 135^\circ}{\sin 135^\circ} \cdot \sin 15 \cdot \sin 75^\circ =$

$= \frac{S_{BMN}}{\sin 45} \cdot \frac{S_{ABC}}{\sin 135} \cdot \sin 15 \cdot \sin 75 = \frac{S_{BMN} \cdot S_{ABC} \cdot \sin 15 \cdot \sin 75}{\sin 45 \cdot \sin 45} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{S_{BMN} \cdot S_{ABC} \cdot \sin 15 \cdot \sin 75}{\sin^2 45} = 3. \Rightarrow S_{BMN} = \frac{3\sin^2 45}{S_{ABC} \cdot \sin 15 \cdot \sin 75} \quad \Big| + (S_{ABM} + S_{NBC})$

$\underbrace{S_{BMN} + S_{ABM} + S_{NBC}}_{S_{ABC}} = \frac{3\sin^2 45}{S_{ABC} \cdot \sin 15 \cdot \sin 75} + \underbrace{S_{ABM} + S_{NBC}}_{5}$

$S_{ABC} = \frac{3\sin^2 45 + 5S_{ABC} \sin 15 \sin 75}{S_{ABC} \cdot \sin 15 \cdot \sin 75}$

$S_{ABC}^2 \sin 15 \cdot \sin 75 = 3\sin^2 45 + 5 S_{ABC} \sin 15 \sin 75$.

$(\sin 15 \cdot \sin 75) \cdot S_{ABC}^2 - (5 \cdot \sin 15 \cdot \sin 75) \cdot S_{ABC} - 3\sin^2 45 = 0$.

$S_{ABC} = \frac{5\sin 15 \sin 75 \pm \sqrt{25\sin^2 15 \sin^2 75 + 4\sin^2 45 \cdot 3\sin 15 \cdot \sin 75}}{2\sin 15 \sin 75} =$

$= \frac{5\sin 15 \sin 75 \pm \sqrt{\sin^2 15 \sin^2 75 \left(25 + \frac{3 \cdot 4\sin^2 45}{\sin 15 \sin 75}\right)}}{2\sin 15 \sin 75} =$

15-24-62-37 (38.7)

Чистовик №5 (продолжение)

$= \frac{5 \cancel{\sin 15 \sin 75} \pm \cancel{\sin 15 \sin 75} \cdot \sqrt{25 + \frac{3 \cdot 4\sin^2 45}{\sin 15 \cdot \sin 75}}}{2 \cancel{\sin 15 \sin 75}} =$

$= \frac{5 \pm \sqrt{25 + \frac{3 \cdot 4\sin^2 45}{\sin 15 \cdot \sin 75}}}{2}$.

Т.к $\frac{3 \cdot 4\sin^2 45}{\sin 15 \cdot \sin 75} > 0$, то $25 + \frac{3 \cdot 4\sin^2 45}{\sin 15 \cdot \sin 75} > 25 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{25 + \frac{3 \cdot 4\sin^2 45}{\sin 15 \cdot \sin 75}} > 5 \Rightarrow$ мы выбераем знак „+", т.к $S_{ABC} > 0$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{5 + \sqrt{25 + \frac{3 \cdot 4\sin^2 45}{\sin 15 \cdot \sin 75}}}{2} = \frac{5 + \sqrt{25 + \frac{12 \cdot \sin^2 45}{\sin 15 \cdot \cos 15}}}{2} =$

~~Т.к $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$, а $\sin 75 = \cos 15 = \frac{1}{2\sqrt{2-\sqrt{3}}}$, а $\sin 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$, то~~

~~$S_{ABC} = \frac{5 + \sqrt{25 + \frac{4 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot 3}{\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2-\sqrt{3}}}}}}{2} = \frac{5 + \sqrt{25 + \frac{6}{\frac{1}{4}}}}{2} =$~~

~~$= \frac{5 + \sqrt{25 + 24}}{2} = \frac{5 + 7}{2} = \frac{12}{2} = 6$. Ответ: 6.~~

$= \frac{5 + \sqrt{25 + \frac{12\sin^2 45}{\frac{1}{2} \cdot \sin(15 \cdot 2)}}}{2} = \frac{5 + \sqrt{25 + \frac{12\sin^2 45}{\frac{1}{2}\sin 30}}}{2} = \frac{5 + \sqrt{25 + \frac{12 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}}}{2} =$

$= \frac{5 + \sqrt{25 + \frac{6}{\frac{1}{4}}}}{2} = \frac{5 + \sqrt{25 + 24}}{2} = \frac{5 + 7}{2} = \frac{12}{2} = 6$.

Ответ: 6.

№2.

Рассмотрим все варианты результатов после первого броска кубика:

① Если на первом броске выпало 6, значит чтобы последовательность возрастала, ~~но~~ после переката кубика должно выпасть ≥ 7, что невозможно.

② На первом броске выпало 5 $\Rightarrow$ после переката должно выпасть ≥ 6, но так как все возможные очки на гранях от 1 до 6, то должно выпасть 6 $\Rightarrow$ на ~~[illegible]~~ следующем перекате кубика должно выпасть ≥ 7, что невозможно.

$\boxed{\text{Чистовик}}$ № 2 (продолжение)

③ Если после первого броска выпало 4 очка, то есть только одна возраст. последовательность начинающаяся с 4, в которой все числа ≤ 6, это 4,5,6. Заметим, что ~~[illegible]~~ перекатом кубика с грани на которой x очков, мы можем попасть на все грани кроме тех на которых x и 7−x очков (т.к грань 7−x будет противоположной для грани x) => С 4 мы можем попасть в 5, а с 5 можем попасть в 6 (т.к $4+5$ и $7-5=2 \ne 4$ $5+6$ и $7-6 \ne 5$)

Значит в этом случае только $\underline{1}$ вариант.

④ Если после первого броска выпало 3 очка. Заметим, что нам нужны все возрастающие последовательности очков (бросков) из этих начинающиеся с числа 3, где все число ≤ 6 и никакие два рядом стоящие числа не давали бы в сумме 7. (т.к иначе мы не сможем перекатить кубик с числа x на число (7−x))

Все такие последовательности:

345 не подходит $3+4=7$

346 не подходит $3+4=7$.

356 подходит $3+5=8\ne7$, $5+6=11\ne7$.

Итого: $\underline{1}$ вариант.

⑤ Если после первого броска выпало 2 очка, то напишем все возрастающие последовательности описанные в прошлом пункте, начинающиеся на 2, а не на 3:

234 – $3+4=7$ не подходит

235 – подходит $2+3=5\ne7$; $3+5=8\ne7$.

236 – подходит $2+3=5\ne7$; $3+6=9\ne7$.

245 – подходит $2+4=6\ne7$; $4+5=9\ne7$.

246 – подходит $2+4=6\ne7$; $4+6=10\ne7$.

256. – не подходит $2+5=7$.

В итоге в этом варианте 4 последовательности.

⑥ Если после первого броска выпало 1 очко, то напишем все последовательности строго возрастающие описанные в пункте 4, но начинающиеся с 1, а не с 3:

123 – подходит $1+2=3\ne7$; $2+3=5\ne7$.

124 – подходит $1+2=3\ne7$; $2+4=6\ne7$.

125 – не подходит $2+5=7$.

126 – подходит $1+2=3\ne7$; $2+6=8\ne7$.

134 – не подходит $3+4=7$.

135 – подходит $1+3=4\ne7$; $3+5=8\ne7$.

136 – подходит $1+3=4\ne7$; $3+6=9\ne7$

145 – подходит $1+4=5\ne7$; $4+5=9\ne7$

146 – подходит $1+4=5\ne7$; $4+6=10\ne7$.

156. – подходит $1+5=6\ne7$; $5+6=11\ne7$

Итог: $\underline{8}$ вариантов.

Значит всего вариантов: $1+1+4+8=14$

Ответ: 14.

это все варианты т.к я рассмотрел все возможные варианты очков после 1-ого броска и для каждого из них разобрал все варианты дальнейших очков.

15-24-62-37 (38.7)

$\boxed{\text{Чистовик}}$ №1

По теореме ~~в~~ Виета для квадратного уравнения x^2+ax+b, сумма корней равна $-a$, а произведение корней равно b. т.к по условию $\left(\frac{1}{m}-2\right)$ и $\left(\frac{1}{n}-2\right)$ – корни, то $\frac{1}{m}-2+\frac{1}{n}-2=\frac{m+n}{mn}-4=-a$. и

$\left(\frac{1}{m}-2\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)=b.$

По условию коэффициенты a и b – целые => ~~4~~ $4-a$ – также целое => т.к $\frac{m+n}{mn}=4-a$, то и $\frac{m+n}{mn}$ – целое => $m+n \vdots mn$ => т.к $m \vdots m$, ~~[illegible]~~ то $n \vdots m$; и т.к $n \vdots n$, то и $m \vdots n$. => $n \vdots m$ и $m \vdots n$; из первого следует, что $|m| \ge |n|$ => $|m|=|n|$ => $|n| \ge |m|$, а из второго следует, что числа m и n – различные =>

=> $\left[\begin{array}{l} m=n \text{ – не подходит т.к по условию} \\ m=-n \end{array}\right.$

=> $m=-n$. => $-a=\frac{m+n}{mn}-4=\frac{-n+n}{-n\cdot n}-4=0-4=-4$ => $a=4$.

$\Downarrow$ $\left(\frac{1}{m}-2\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)=b$

$b=\left(\frac{1}{m}-2\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)=\left(-\frac{1}{n}-2\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)=-\left(\frac{1}{n}+2\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)=-\frac{1}{n^2}+4$. =>

=> $b=-\frac{1}{n^2}+4$. т.к по условию b – целое => и $(b-4)$ – целое =>

=> т.к $(b-4)=-\frac{1}{n^2}$ то $-\frac{1}{n^2}$ – целое => $\frac{1}{n^2}$ – целое => $1 \vdots n$ => $n=\pm1$

① $n=1$ => $m=-1$ => $b=\left(\frac{1}{m}-2\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)=\left(\frac{1}{-1}-2\right)\left(\frac{1}{1}-2\right)=(-3)\cdot(-1)=3$ =>

$-a=\frac{1}{m}-2+\frac{1}{n}-2=\frac{1}{-1}+\frac{1}{1}-4=-1+1-4=-4$ => $a=4$

=> $a+b=7$.

② $n=-1$ => $m=1$ => $b=\left(\frac{1}{1}-2\right)\left(\frac{1}{-1}-2\right)=(-1)\cdot(-3)=3.$ =>

$a=-\left(\frac{1}{m}-2+\frac{1}{n}-2\right)=-\left(\frac{1}{1}-2+\frac{1}{-1}-2\right)=-(-4)=4.$

=> $a+b=7$

Ответ: $a+b=7$.

№4.

Предположим, что между какими-то двумя девочками ~~[illegible]~~ ≥3 мест на которых нет ни одной девочки

Значит на оставшиеся 5 мест надо посадит 3 девочки и т.к $3 > \frac{5}{2}=2{,}5$, то какие-то две девочки будут сидеть рядом => между каждыми двумя девочками будет ≤ 2 места без девочек.

Предположим мы расcадили девочек => на оставшиеся 5 мест нам надо рассадить 3 мальчиков, 1 учителя, вариантов это сделать – 5! => чтобы посчитать кол-во способов рассадить учеников надо кол-во способов рассадить девочек умножить на 5!. Посчитаем кол-во способов рассадить девочек т.к между любыми двумя девочками ~~[illegible]~~ ≤2 места без девочек ~~[illegible]~~ ~~в каждой рассадке девочек обязательно будут 2 места подряд без девочек.~~ Предположим противное.

Приведу все рассадки девочек, не учитывая различия девочек и т.к девочек всего 5, то в конце все эти рассадки надо будет умножить на ~~3!~~

Чистовик №4 (продолжение)

5! :

•	•	•	•	•	•	•	•	•	• места
9	*	9		9		9		9	
9			9		9		9		9.
9		9			9		9		9.
9		9		9			9		9
9		9		9		9			9.
~~9~~	9		9		9		9		9.

Итого: всего 6 вариантов =)

$\Rightarrow$ Ответ: $5! \cdot 5! \cdot 6 = 120^2 \cdot 6$.

№ 6.

Докажем по индукции, что ~~на [illegible]~~ после i-того доливание ~~шаге~~ кол-во воды в кувшине равно ~~$\frac{3}{2^i}+10$~~. $10-\frac{3}{2^i}$

База: $i=1 \Rightarrow$ ~~10~~ $10-\frac{3}{2^1}=8{,}5$ и правда на первом шаге ~~[illegible]~~ из 7 литров выпили половину и долили 5 литров значит в кувшине осталось $\frac{7}{2}+5=3{,}5+5=8{,}5$ литров.

Переход: пусть ~~[illegible]~~ сразу после i наливаний в кувшине стало $10-\frac{3}{2^i}$ докажем, что ~~[illegible]~~ сразу после $i+1$ наливаний в кувшине статет $10-\frac{3}{2^{i+1}}$. После i-ого наливание из кувшина в котором $10-\frac{3}{2^i}$ литров выпили половину и долили 5 литров $\Rightarrow$ в кувшине стало ~~$10-\frac{3}{2^i}$~~ $\frac{10-\frac{3}{2^i}}{2}+5=$

$= 5-\frac{3}{2^{i+1}}+5=10-\frac{3}{2^{i+1}}$, что и требовалось доказать.

Значит нам надо найти такой объём кувшина $-x$ литров, что при любом i $10-\frac{3}{2^i}<x \,\Big|\cdot 2^i$ $\quad 10\cdot 2^i-3<x\cdot 2^i \Rightarrow$

$\Rightarrow 10\cdot 2^i - x\cdot 2^i < 3 \Rightarrow 2^i(10-x)<3$. Предположим, что $x<10 \Rightarrow$
$\Rightarrow 10-x>0 \Rightarrow$ мы можем взят такое большое i, что $2^i(10-x)$ было бы ≥ 3. $\Rightarrow x \geq 10 \Rightarrow$ ~~[illegible]~~ В пункте а

Ответ: 10 литров.

В пункте (б) надо найти такой шаг i, что кол-во воды в кувшине $\geq$ чем 99,9% от объема кувшина т.е от 10 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ т.к на i-том шаге в кувшине $10-\frac{3}{2^i}$ литров воды, то

$10-\frac{3}{2^i} \geq 0{,}999\cdot 10 \Rightarrow$ ~~0,01~~ $0{,}01 \geq \frac{3}{2^i}$ ~~[illegible]~~ $\Rightarrow 2^i \geq \frac{3}{0{,}01} \Rightarrow 2^i \geq 300$.

И т.к i-целое число, то минимальное i – 9 т.к $2^8=256$, что $<300 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Ответ на пункт б 10 дней т.к i-тое ~~добавление~~ доливание происходит на $i+1$ день.

Чистовик №7.

~~Пусть через какую-то и~~ Пусть в сумме через дуги AB он проехал x раз, через дуги BC – y раз через дуги AC – z раз $\Rightarrow$ т.к 1 час 25 мин = 85 мин, то надо найти решение уравнение в ~~[illegible]~~ натуральных числах

$$7x+11y+17z=85.$$

1) Верно записано уравнение, но не решено

2) Не исключена чётные решения.

3) Нет ответа

(1) $z=1 \Rightarrow 7x+11y=58$; (0) $y=0 \Rightarrow 7x=58$, но $58 \not\vdots 7$
(1) $y=1 \Rightarrow 7x=47$, но $47 \not\vdots 7 \Rightarrow$ не подходит
(2) $y=2 \Rightarrow 7x=36$, но $36 \not\vdots 7 \Rightarrow$ не подходит
(3) $y=3 \Rightarrow 7x=25$, но $25 \not\vdots 7 \Rightarrow$ не подходит
(4) $y=4 \Rightarrow 7x=14 \Rightarrow x=2 \Rightarrow$ решение это $x=2$; $y=4$; $z=1$.
(5) $y=5 \Rightarrow 7x=3$, но $3 \not\vdots 7 \Rightarrow$ не подходит. Если $y>5$, то $x<0 \Rightarrow$ не подходит.

(2) $z=2 \Rightarrow 7x+11y=41$
$y=0 \Rightarrow 7x=41$, но $41 \not\vdots 7$.
$y=1 \Rightarrow 7x=30$, но $30 \not\vdots 7$.
$y=2 \Rightarrow 7x=19$, но $19 \not\vdots 7$
$y=3 \Rightarrow 7x=8$, но $8 \not\vdots 7$. Если $y>3$, то $x<0 \Rightarrow$ не подходит.

(3) ~~$y=3 \Rightarrow$~~ $z=3 \Rightarrow 7x+11y=24$
$y=0 \Rightarrow 7x=24$, но $24 \not\vdots 7$.
$y=1 \Rightarrow 7x=13$, но $13 \not\vdots 7$.
$y=2 \Rightarrow 7x=2$, но $2 \not\vdots 7$
Если $y>2$, то $x<0 \Rightarrow$ не подходит.

(4) Если $z>3$, то $7x+11y<0 \Rightarrow x<0$ или $y<0 \Rightarrow$ не подходит

Пример на решение $x=2$; $y=4$; $z=1$.

т.к. Его нет

(5) Если $z=0$, то $7x+11y=85$. ~~решение~~ – если посмотрим по $\equiv_7$
$7x+11y \equiv_7 4y$ а $85 \equiv_7 1 \Rightarrow 4y \equiv_7 1 \Rightarrow$
$\Rightarrow y=$ ~~1; 2~~ 2 – подходит $\Rightarrow$
$\Rightarrow z$ ~~= 0 x=[illegible] y=2 z=[illegible]~~ $z=0$; $y=2$; $x=9$.
При $y=8$, $x<0 \Rightarrow$ не подходит

Пример на решение $z=0$ $y=2$ $x=9$.

~~A→B→C→B→A→B→A→B→A→B→A→B~~

Его нет.

Черновик.

$x \quad \dfrac{\frac{x+10}{2}+10}{2} =$ $\quad 6 \to \frac{3+5}{8} \to 9 \to 9{,}5$

$6 \to \dfrac{6+10}{2} \to \dfrac{6+10+20}{4} \to$

$\dfrac{\frac{x-10}{2^i}+10+10}{2} = \quad x \quad \dfrac{6+10}{4}+10 \quad \dfrac{6-10}{8}+10.$

$16 \cdot 16 = 96 + 16 = 256$

$x \to \dfrac{x+10}{2} \to \dfrac{\frac{x+10}{2}+10}{2} = \dfrac{x+10+20}{2^2} \to$

$60+25=85 \quad 65 \quad 28 \quad 57$

$\dfrac{\frac{x+10+20}{4}+10}{2} = \dfrac{x+10+20+40}{8} \to \dfrac{x+10+20+40+80}{16}$

на i-том шаге.

$\dfrac{x+10(2^0+2^1+2^2+\dots+2^{i-1})}{2^i} \quad \dfrac{x+10(2^i-1)}{2^i} =$

$\frac{1}{3} \quad 1 \quad 3. \quad K_{AC}. \quad K_{AC}\text{-}17+$

$\frac{3}{4} \quad 58. = \dfrac{x-10}{2^i}+10.$

$\dfrac{x-10}{2^i} - \dfrac{x-10}{2^{i+1}} \quad 85-17=68 \quad 7k+11p=58. \quad \dfrac{x-10}{2^{i+1}}+10$

$\dfrac{2x-20-x+10}{2^{i+1}} = \dfrac{x-10}{2^{i+1}} \quad 7k+11p+17r=58. \quad 7k+11p=58.$

$\dfrac{x-10}{2^i}+10. \quad 7 \to 8{,}5 \to$

$10 - \dfrac{3}{2^i} \geq 9{,}99.$

$0{,}01 \geq \dfrac{3}{2^i} \qquad \dfrac{-3}{2^i}+10 < x$

$0{,}01 \cdot 2^i \geq 3.$

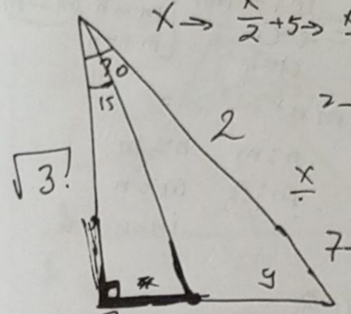
$2^i \geq \dfrac{3}{0{,}01} \quad 10^{-2} \quad -3+2^i \cdot 10 < 2^i x.$

$2^i \cdot 10 - 3 < 2^i x$

$2^i \geq 300. \quad 2^i(10-x) < 3 \quad x=10.$

$i \geq \log \quad x<10 \quad >0$

Черновик.



$x \to \dfrac{x}{2}+5 \to \dfrac{x+10}{2} \to \dfrac{\frac{x+10}{2}+10}{2} \quad 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$

$= \dfrac{x+30}{4} \quad \dfrac{x}{y} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}. \quad \dfrac{18{,}5}{2} = 9{,}25 \quad \dfrac{19{,}25}{2}$

$\dfrac{x}{1-x} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \quad 2x = \sqrt{3} - \sqrt{3}x.$

$7 \to 8{,}5 \to 9{,}25 \quad (2+\sqrt{3})x = \sqrt{3} \quad 2^4-1=15 \quad 1+2+4+8 = 2^{i+1}-1$

$2\sqrt{3}-3 \quad 1 \quad i. \ \dfrac{x+10(2^i-1)}{2^i} = \quad x = \dfrac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}-3}{4-3}$

$= \dfrac{x-10}{2^i}+10 \quad 1+\operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} \quad 2\sqrt{3}-3$

$\operatorname{tg} 15 = \dfrac{2\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3} \quad \dfrac{x-10}{4}+10.$

$\dfrac{7-10}{2}+10 \quad 1+(2-\sqrt{3})^2 = \dfrac{1}{\cos^2 15.} \quad \dfrac{x-10}{8}+10 \quad \dfrac{x+70}{8}$

$\dfrac{x-10}{4} \quad \dfrac{x-10}{8}. \quad 1+4+3-4\sqrt{3} = \dfrac{1}{\cos^2 15.}$

$\sin 15 \cdot \cos 15 \quad \sin(2 \cdot 15) \quad \sin 15 \cdot \cos 15 \quad \sin(2 \cdot 15) = 2\sin 15 \cdot \cos 15 \quad 56-48 \quad 2+6=8.$

$\cos 15 = \dfrac{1}{\sqrt{8-4\sqrt{3}}} = \dfrac{1}{2\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

$\sin 15 = \sqrt{1-\cos^2 15} = \sqrt{1-\dfrac{1}{4\cdot(2-\sqrt{3})}}$

$64-48=16$

$= \sqrt{\dfrac{8-4\sqrt{3}-1}{8-4\sqrt{3}}} = \sqrt{\dfrac{7-4\sqrt{3}}{8-4\sqrt{3}}} =$

$= \sqrt{\dfrac{(7-4\sqrt{3})(8+4\sqrt{3})}{64-16\cdot 3}} = \sqrt{\dfrac{56+28\sqrt{3}-32\sqrt{3}-48}{64-48.}} =$

$= \dfrac{\sqrt{8-4\sqrt{3}}}{4} = \dfrac{2-\sqrt{3}}{2} \quad \dfrac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}.$

$\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

$5+\sqrt{25+\dfrac{12 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2\sqrt{2-\sqrt{3}}} \cdot \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}}} = 5+\sqrt{25+\dfrac{6}{\frac{1}{4}}} = \dfrac{5+\sqrt{49}}{2} = \dfrac{5+7}{2} = \dfrac{12}{2} = 6.$

Черновик.

$\left(\frac{1}{m}-2\right) \quad \frac{1}{n}-2$

$\frac{m+n}{mn} = 4-a \qquad a=4$

$|m| \geq |n|$, $|n| \geq |m|$, $|m| = |n|$, $m=n$, $m=-n$

$\frac{1}{m}-2+\frac{1}{n}-2=-a.$

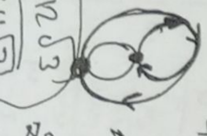
$m+n = mn$

$\frac{1}{mn} - \frac{2}{m} - \frac{2}{n} + 4 = b.$

$n = k$, $m = n = k$.

$\frac{2k}{k^2} = 4-a.$

$2 = 4k - ak.$



$\frac{1}{k^2}-\frac{2}{k}-\frac{2}{k}+4=b.$

$1-2k-2k+4k^2=bk^2$

$1-4k+4k^2=bk^2$

$bk^2-4k^2+4k-1=0$

$ak-4k+2=0$

$a=\frac{2-4k}{k}=\frac{2}{k}-4.$

$b=\frac{4k^2-4k+1}{k^2}=4-\frac{4}{k}+\frac{1}{k^2}$

$a+b=\frac{2}{k}-\frac{4}{k}+\frac{1}{k^2}$

$a+b=\frac{2k-4k+1}{k^2}=\frac{1-2k}{k^2}$

$a^2b^2+b^2c^2+a^2c^2 \geq a^2bc+b^2ac+c^2ab$

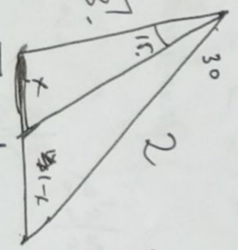
$ab=x$, $bc=y$, $ac=z$

$x^2+y^2+z^2 \geq xy+yz+xz.$

$x^2-2xy+y^2+y^2-2yz+z^2$

$2^{i+1}\cdot 10-10+x$

$2:k.$ $k=1;\ 2;\ -1;\ -2$

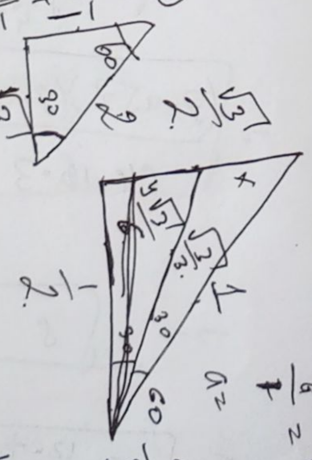


$\angle x = \sqrt{3}-\sqrt{3}\cdot x.$

$\frac{x}{1-x}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$x(2+\sqrt{3})=\sqrt{3}$

$x=\frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

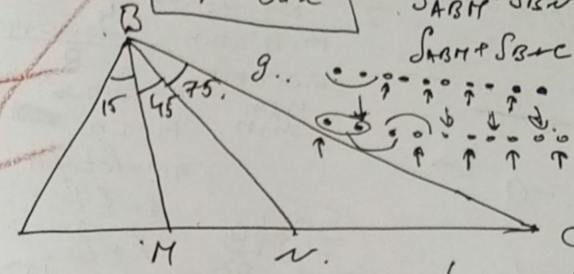


$\frac{1}{2\cos 30}$

$=\cos 30.$

$\frac{1}{\sqrt{3}}$

Черновик



$S_{ABM}\cdot S_{BNC}=3 \quad (1)$

$S_{ABM}+S_{BNC}=5.$

$\frac{1}{2}AB\cdot BM\cdot\sin 15^\circ \cdot BN\cdot BC\cdot\frac{1}{2}\cdot\sin 75^\circ=3.$

$\frac{S_{ABC}}{\sin 135^\circ}=\frac{S_{ABC}}{\sin 45^\circ}$

$\frac{S_{BMN}}{\sin 45^\circ}.$

$\frac{S_{ABC}\cdot S_{BMN}\cdot\sin 75^\circ\cdot\sin 15^\circ}{\sin^2 45^\circ}=3.$

$S_{BMN}=\frac{3\sin^2 45^\circ}{S_{ABC}\cdot\sin 75^\circ\cdot\sin 15^\circ}$

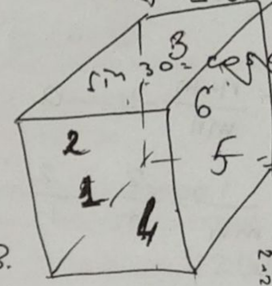
$S_{ABC}=\frac{3\sin 45^\circ+5S_{ABC}\cdot\sin 75\cdot\sin 15}{S_{ABC}\cdot\sin 75\cdot\sin 15}$

$S^2_{ABC}\cdot(\sin 75\cdot\sin 15) - S_{ABC}\cdot(5\sin 75\cdot\sin 15)-3\sin^2 45=0.$

$=\frac{5\sin 75\cdot\sin 15\pm\sqrt{25\sin^2 75\sin^2 15+12\sin 75\sin 15\cdot\sin^2 45}}{2\sin 75\sin 15}$

$\frac{5\pm\sqrt{25+\frac{12\sin^2 45}{\sin 75\cdot\sin 15}}}{2}$

$\frac{5\pm\sqrt{25+\frac{12\sin^2 45}{\sin 15\cdot\cos 15}}}{2}$



$4\to5\to6$

$3\to4\to6$

$5\to6$

$\frac{abc}{b^2c^2+c^2a^2+a^2b^2}\geq a+b+c.$

$b^2c^2+c^2a^2+a^2b^2 \geq a^2bc+b^2ac+c^2ab$

$b\leq c\leq a$

$\frac{bc}{a}-a+1+\frac{ca}{b}-b+1+\frac{ab}{c}-c+1 \geq$

$\frac{bc}{a}+\frac{ca}{b}+\frac{ab}{c}-(a+b+c)+3$

$ac\geq bc$

$ab\geq bc.$

$ab\geq bc.$

$a\geq b\geq c.$

$\frac{1}{a}\leq\frac{1}{b}\leq\frac{1}{c}.$

$\frac{bc}{3}\leq\frac{ac}{2}.$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

на i тагe $\quad x+\Sigma$

Черновик. $\quad \frac{x}{2}+5 \to x \to \frac{x+10}{2} \to \frac{x+10+20}{4} \to \frac{x+10+20+40}{8} \to x+10+20$

$\frac{1}{m}-2 \qquad \frac{1}{n}-2 \qquad x \to \frac{x+10}{2} \quad \frac{x+10}{2}$

$m+n \vdots mn$

$\cancel{m+n \vdots mn}$

$n \vdots m \qquad n = km$

$m \vdots n. \qquad m = tn.$

$\cancel{nm = ktmn}$

$99{,}9 = 0{,}999 \cdot 10 \cdot$

$= 9{,}99\,n$

$i \to$

$\frac{1}{m}-2+\frac{1}{n}-2=-a$

$1 = kt.$

$k = \frac{1}{t}.$

$\frac{m+n}{mn} = 4-a$

ДZ.

$\left(\frac{1}{m}-2\right)\left(\frac{1}{n}-2\right) = b.$

$\boxed{\begin{matrix} n = \frac{m}{t} \\ m = tn \end{matrix}}$

$4-\frac{m+n}{mn} = a$

$nm = mn.$

$$\begin{cases} \frac{n+m}{mn} - 4 = -a \\ \frac{1}{mn} - \frac{2}{m} - \frac{2}{n} + 4 = b. \end{cases}$$

$m+n \vdots mn$

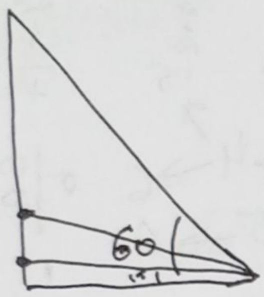
$\vdots m \ \vdots m \ \vdots m$

$m \vdots n \qquad m = kn.$

$n \vdots m.$

$10\,(1+2+4+8\ldots$

$(2-1)(2^0+2^1+2^2+2^3+\ldots+2^i) = 2^{i+1}-1$

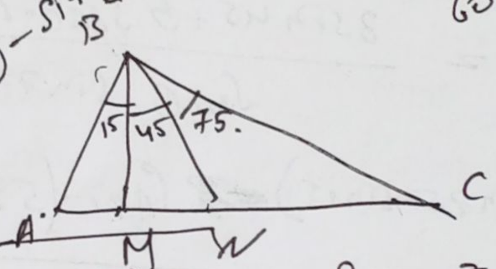


$8+\frac{1}{mn}-\frac{m+n}{mn}-\frac{2}{m}-\frac{2}{n} = b+c\,2^{i+1}-1$

$8+\frac{1}{mn}-$

$\sin^2 45 = 0$

$\begin{array}{r} 75 \\ +60 \\ \hline 135 \end{array}$



$S_{ABC}(5\sin 15 \sin 75) -$

$S_{ABC}^2(\sin 15 \sin 75) -$

$S_{MBN} = \frac{1}{2} BM \cdot BN \cdot \sin 45.$

$S_{ABC} = \frac{5\sin 15 \sin 75 \pm \sqrt{25\sin^2 15 \sin^2 75 + 4\sin^2 45 \sin 15 \sin 75}}{2\sin 15 \sin 75}. \quad S_{ABM} \cdot S_{BNC} = 3$

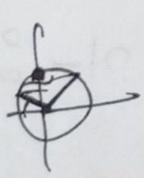
$\frac{1}{2} BM \cdot BN = \frac{S_{MBN}}{\sin 45}.$

$S_{ABM} + S_{BNC} = 5.$

$S_{ABM} = AB \cdot BM \cdot \sin 15°$

$S_{NBC} = BN \cdot BC \cdot \sin 75°.$

$\frac{1}{4} AB \cdot BM \cdot BN \cdot BC \cdot \sin 15 \cdot \sin 75° = 3.$



$\frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \frac{S_{MBN}}{\sin 45} \cdot \sin 15 \cdot \sin 75° = 3.$

$\frac{S_{ABC}}{\sin 135} \cdot \frac{S_{MBN}}{\sin 45} \cdot \sin 15 \cdot \sin 75 = 3.$

$\frac{S_{ABC} \cdot S_{MBN}}{\sin^2 45} \cdot \sin 15 \cdot \sin 75 = 3.$

$S_{ABC} = \frac{\sin^2 45}{\sin 15 \sin 75 \cdot S_{ABC}} + 5$

$S_{ABC}^2 \cdot \sin 15 \cdot \sin 75 = \sin^2 45 + 5\sin 15 \sin 75\, S_{ABC}.$