



34-32-52-55  
(43.3)



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 5

Место проведения Санкт-Петербург  
город

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Олимпиада школьников Ломоносов  
наименование олимпиады

по математике  
профиль олимпиады

Кишифоровской Лия Борисовны  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

34-32-52-55

Итоговая оценка:

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Подпись	Расшифровка подписи
12	0	8	12	12	12	0	0	56		Кулешов И.А.
										Егоренков

Тестовик **56 (пятьдесят шесть)**

- 1) Каким образом мы можем набрать защитников или нападающих?  
 Два защитника могут состоять из:  $z+z$ ,  $z+y$ ,  $y+y$  ( $z$ -защитник,  $y$ -универсал)  
 Три нападающих могут состоять из:  $n+n+n$ ,  $n+n+y$ ,  $n+y+y$ ,  $y+y+y$   
 ( $n$ -нападающий,  $y$ -универсал)

Допустим, 2 защитника состоят из  $z+z$ , тогда:

$$3 \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} \left( \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} + \frac{6 \cdot 5 \cdot 3}{2} + \frac{6 \cdot 3 \cdot 2}{2} + \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{6} \right) = 3 \cdot 10 \left( \frac{20}{65} + \frac{45}{15} + 1 \right)$$

$\uparrow$  кол-во способов  $n+n+n$      $\uparrow$   $n+n+y$      $\uparrow$   $n+y+y$      $\uparrow$   $y+y+y$

$z+y$ :

$$3 \cdot \frac{5 \cdot 3}{1} \left( \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} + \frac{6 \cdot 5 \cdot 2}{2} + \frac{6 \cdot 2 \cdot 1}{2} + 0 \right) = 3 \cdot 15 (20 + 30 + 6)$$

$\uparrow$  вместо трех универсалов у нас теперь 2

$y+y$ :

$$3 \cdot \frac{3 \cdot 2}{2} \left( \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} + \frac{6 \cdot 5 \cdot 1}{2} + 0 + 0 \right) = 3 \cdot 3 (20 + 15)$$

$\uparrow$  только 1 универсал остался

$$30 (65 + 19) + 45 \cdot (50 + 6) + 9 \cdot 35 = 30 \cdot 84 + 45 \cdot 56 + 9 \cdot 35 =$$

$$\begin{array}{r} \times 84 \\ 30 \\ \hline 2520 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 56 \\ 45 \\ \hline +280 \\ 224 \\ \hline 2520 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 35 \\ 9 \\ \hline 315 \end{array}$$

$$= 2520 \cdot 2 + 315 = 5040 + 315 = \boxed{5355}$$

5)  $f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = \frac{1}{x-1}$      $f\left(1 + \frac{2}{x-1}\right) = \frac{1}{x-1}$     т.е.  $f(x) = \frac{x-1}{2}$

$$f(f(x)) = \frac{\frac{x-1}{2} - 1}{2} = \frac{x-3}{4} \quad f(f(f(x))) = \frac{\frac{x-3}{4} - 1}{2} = \frac{x-7}{8}$$

$$g(x) = \underbrace{f(f(\dots f(x)))}_{10} = \frac{x - 2^{10} + 1}{2^{10}}$$

тангенс угла наклона касательной = производная в точке

$$g' = \left( \frac{x}{2^{10}} - 1 + \frac{1}{2^{10}} \right)' = \boxed{\frac{1}{2^{10}}} \leftarrow \text{это тангенс}$$

3)  $\begin{cases} (xy + 4x - y - 4) | y - x - 8 | = (x-4) | zy + 4x - y - 4 | \\ \sqrt{y-x+10} = y-3 \leftarrow y \geq 3 \end{cases}$

$$(x-1)(y+4) | y-x-8 | = (x-4) | zy + 4x - y - 4 |$$

Заметим, что  $y+4 > 0$ , т.к.  $y \geq 3$  по условию выраж. 3 методик

Модуль всегда  $\geq 0$

Допустим, модуль  $\neq 0$  (т.е.  $x \neq 1, y \neq -4$ )

Тогда у  $x-1$  и  $x-4$  должен быть один знак

То есть  $(x-1)(x-4) > 0$

$$x \in (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$$

$$y-x+10 = y^2-by+9 \quad D = 36+36=72 \quad \frac{6 \pm 6\sqrt{2}}{2} = 3 \pm 3\sqrt{2}$$

$$y-x-8 = y^2-by-9 = (y-3-3\sqrt{2})(y-3+3\sqrt{2})$$

$$(x-1)(y+4) | y^2-by-9 | = (x-4) | (x-1)(y+4) |$$

Пусть  $x > 4$  и  $y \geq 3$  и  $y \leq 3+3\sqrt{2}$

$$(x-1)(y+4)(y-3+3\sqrt{2})(3+3\sqrt{2}-y) = (x-4)(x-1)(y+4)$$

$$y(3+3\sqrt{2}) - y^2 + \underbrace{(3\sqrt{2}-3)(3+3\sqrt{2})}_{=9} - y(3\sqrt{2}-3) = by - y^2 + 9$$

$$-y^2 + by + 9 = x-4$$

$$-(y^2-by-9) = x-4$$

с другой стороны

$$x \rightarrow y-x+10 = y^2-by+9$$

$$y^2-7y+9 = -x+10$$

$$x = -y^2+7y+1$$

$$x-4 = -y^2+7y-3$$

$$-y^2+7y-3 = -y^2+by+9$$

$$y = 12 \text{ не покр.} > 3+3\sqrt{2}$$

Пусть  $x > 4$  и  $y \geq 3+3\sqrt{2}$

$$(x-1)(y+4)(y-3-3\sqrt{2})(y-3+3\sqrt{2}) = (x-4)(x-1)(y+4)$$

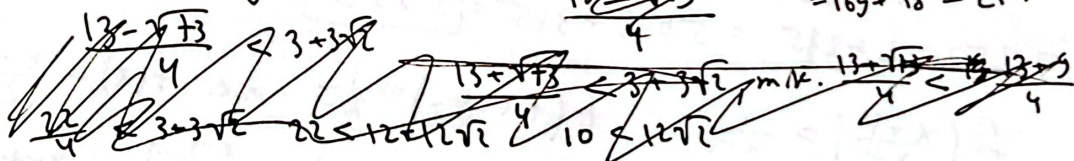
$$x-4 = y^2-by-9$$

$$y^2-by-9 = -y^2+7y-3$$

$$2y^2-13y+6 = 0$$

$$D = 169 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 169 - 48 = 121$$

$$D = 169 + 4 \cdot 6 \cdot 2 = 169 + 48 = 217$$



не покр.

Пусть  $x < 1$  и  $y \geq 3+3\sqrt{2}$

$$(x-1)(y+4)(y-3-3\sqrt{2})(y-3+3\sqrt{2}) = (x-4)(1-x)(y+4)$$

$$y^2-by-9 = 4-x$$

$$y^2-by-9 = y^2-7y+3$$

$$y = 12$$

$$144 - 72 - 9 = 4 - x$$

$$144 - 81 = 4 - x$$

$$63 = 4 - x$$

$$x = 4 - 63$$

$$x = -59$$

Числовые (прог. 3)

$x > 4$  и  $y > 3 + 3\sqrt{2}$

$D = 169 + 4 \cdot 6 \cdot 2 = 217$

$\frac{13 \pm \sqrt{217}}{4}$   $\frac{13 + \sqrt{217}}{4}$  не год  $> 3 + 3\sqrt{2}$

$x = y^2 - 6y - 5$   
 $x = \left(\frac{13 + \sqrt{217}}{4}\right)^2 - 6 \left(\frac{13 + \sqrt{217}}{4}\right) - 5 > 4$

$\frac{169 + 2 \cdot 13\sqrt{217} + 217}{16} - \frac{78 + 6\sqrt{217}}{4} > 4$

$169 + 2 \cdot 13\sqrt{217} + 217 - 78 \cdot 4 - 24\sqrt{217} > 16 \cdot 5$

$169 + 217 + 2\sqrt{217} > 16 \cdot 5 + 78 \cdot 4$   
 $386 \quad 144 \quad 312$

$2\sqrt{217} > 456$   
 $\sqrt{217} > 35 \times$  не год.

$x < 1$  и  $y \leq 3 + 3\sqrt{2}$

$(x-1)(y+4)(-y^2+6y+5) = (x-1)(1-x)(y+4)$

$-y^2+6y+5 = 1-x$

$-y^2+6y+9 = y^2-7y+3$

$2y^2-13y-6=0$   $D = 169 + 4 \cdot 2 \cdot 6 = 217$

$\left(\frac{13 - \sqrt{217}}{4}\right)^2 - 7 \left(\frac{13 - \sqrt{217}}{4}\right) + 3 < 1$

$\begin{array}{r} \times 28 \\ \times 13 \\ \times 84 \\ \hline 28 \\ \hline 364 \end{array}$

$\frac{169 - 26\sqrt{217} + 217}{16} - 7 \frac{13 - \sqrt{217}}{4} + 3 < 1$

$169 - 26\sqrt{217} + 217 - 7 \cdot 13 \cdot 4 + 7 \cdot 4\sqrt{217} + 3 \cdot 16 < 1$

$169 + 217 + 2\sqrt{217} - 28 \cdot 13 + 3 \cdot 16 - 1 < 0$   
 $376$

$12 + 48 + 2\sqrt{217} - 1 > 0$  не год.

Таким образом,  $y = 12$ ,  $x = -59$

Остаток переобратить signs с корнями

Какие есть корни?  $x = 1$ ,  $y = 3$ ,  $y = 3 + 3\sqrt{2}$ ,  $x = 4$   
 $y = 3$   $3 - 3\sqrt{2} < 3$

$x = 1$ ,  $y = 3 + 3\sqrt{2}$ ,  $x = 4$

$x = 1 \quad \begin{cases} 0 = 0 \\ \sqrt{y-1} + 10 = y - 3 \end{cases} \quad y + 5 = y^2 - 6y + 9 \quad y^2 - 7y = 0$   
 $y(y-7) = 0$   
 $y = 0$  не год  
 $y = 7$  год

$x = 4 \quad 3(y+4)(y^2-6y-5) = 0$   
 $y = 3 + 3\sqrt{2}$ , иное не год.

Ответ:  $x = -59, y = 12$   
 $x = 1, y = 7$   
 $x = 4, y = 3 + 3\sqrt{2}$

4. 13 км дуга AB - 5 минут =  $\pi r_1$  дуга Штабелки  
 27 км дуга BC - 13 минут =  $\pi r_2$  дуга  
 дуга AC - 19 минут

дуга AC =  $\pi(r_1 + r_2) = \pi r_1 + \pi r_2 = 40$  км

1 час 35 минут = 95 минут

$95 = 5k + 13l + 19m$

$5 \cdot 19 = 5k + 13l + 19m$

$13l + 19m : 5$

$5k + 13l : 19$

Пусть  $m=0$

$95 = 5k + 13l$

$13l : 5$

$l=0 \quad k=19$   
 $l=5 \quad k=6$

$(m=0, l=0, k=19)$

$(m=0, l=5, k=6)$

Пусть  $m=1$

$4 \cdot 19 = 5k + 13l$

$76 = 5k + 13l$

$13l \leq 76$

$l \leq \frac{76}{13}$

$l \leq 5$

$l \neq 5$

$l=4 \quad 76-52$

$l=3 \quad 76-39 \neq X$

$l=2 \quad 76-26=50 \quad k=10$

$l=1 \quad X \quad l=0 \quad X$

$(m=1, l=2, k=10)$

$m=2: 3 \cdot 19 = 5k + 13l$

$57 = 5k + 13l$

$13l < 57$

$l \leq 4$

$l=4 \quad 57-52 \quad k=1$

$l=3 \quad 57-39 \quad X$

$l=2 \quad 57-26 \quad X$

$l=1 \quad X$

$(m=2, l=4, k=1)$

$m=3: 38 = 5k + 13l$

$l \leq 2$

$l=2 \quad X$

$l=1 \quad 25=5k, k=5$

$(m=3, l=1, k=5)$

$m=4: 19 = 5k + 13l$

$l=1 \quad X$

$l=0 \quad X$

$m=5: 0 = 5k + 13l$

$k=0, l=0$

$(m=5, l=0, k=0)$

Уточнение:

$m=0, l=0, k=19$

← k нечетное, не вернется в A, не ноги

$m=0, l=5, k=6$

← не ноги, т.к. l нечетное, не вернется в B, значит и в A

$m=1, l=2, k=10$

← не ноги не сходимся по радиусам

$m=2, l=4, k=1$

← не ноги

✓  $m=3, l=1, k=5$

← ноги

$m=5, l=0, k=0$

← не ноги, m нечетное

$m=3, l=1, k=5$

~~$19 \cdot 3 + 13 + 5 \cdot 5$~~   ~~$40 \cdot 3$~~   $40 \cdot 3 + 1 \cdot 27 + 5 \cdot 13 =$

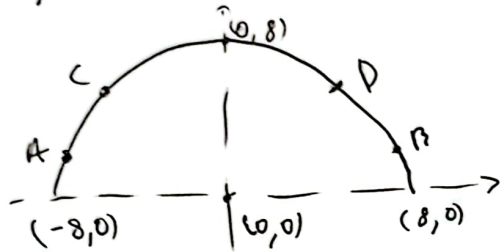
$= 120 + 27 + 65 =$

$= 147 + 65 = \boxed{212}$

Ответ: 212

Задача

б)



$$y = a - bx^2$$

$$0 = a - b \cdot 8^2$$

$$8 = a - 0 \quad a = 8$$

$$b = \frac{1}{8}$$

$$y = 8 - \frac{1}{8}x^2$$

$$A \left(-x_0, 8 - \frac{x_0^2}{8}\right) \quad C \left(-x_1, 8 - \frac{x_1^2}{8}\right)$$

$$B \left(x_0, 8 - \frac{x_0^2}{8}\right) \quad D \left(x_1, 8 - \frac{x_1^2}{8}\right)$$

$$AC^2 + CB^2 = AB^2$$

$$AD^2 + DB^2 = AB^2$$

$$(-x_0 + x_1)^2 + \left(8 - \frac{x_0^2}{8} - 8 + \frac{x_1^2}{8}\right)^2 + (-x_1 - x_0)^2 = \left(8 - \frac{x_1^2}{8} - 8 + \frac{x_0^2}{8}\right)^2 =$$

$$= (-x_0 - x_0)^2 + \left(8 - \frac{x_0^2}{8} - 8 + \frac{x_0^2}{8}\right)^2$$

$$(-x_0 + x_1)^2 + (-x_1 - x_0)^2 + 2 \left(\frac{x_1^2}{8} - \frac{x_0^2}{8}\right)^2 = 4x_0^2$$

$$x_0^2 + x_1^2 - 2x_0x_1 + x_1^2 + x_0^2 + 2x_0x_1 + 2 \left(\frac{x_1^2 - x_0^2}{8}\right)^2 = 4x_0^2$$

$$2x_1^2 + 2x_0^2 + 2 \left(\frac{x_1^2 - x_0^2}{8}\right)^2 = 4x_0^2$$

$$2x_1^2 + 2x_0^2 + \frac{(x_1^2 - x_0^2)^2}{2} = 4x_0^2$$

$$\left(\frac{x_1^2 - x_0^2}{8}\right)^2 = x_0^2 - x_1^2$$

$$x_0^2 - x_1^2 = z$$

$$\frac{z^2}{64} = z \quad z^2 = 64z$$

$$z(z - 64) = 0$$

$$x_0^2 - x_1^2 = 0 \quad x_0^2 = x_1^2 \text{ не подходит}$$

$$x_0^2 - x_1^2 = 64$$

$$x_0^2 - x_1^2 = 64$$

нужно

$$\left| 8 - \frac{x_0^2}{8} - 8 + \frac{x_1^2}{8} \right| = \left| \frac{x_1^2 - x_0^2}{8} \right| = 8$$

Ответ: 8

2. Был круг с радиусом 1 и центром (0, 0)

Был круг с радиусом  $\sqrt{2}$  и центром (1, 0)

точки пересечения

линей будет ограничен двумя новыми кругами:

$$r_1 = 1 - 0,25 \text{ центр } (0, 0) \quad x^2 + y^2 = 0,75^2$$

$$r_2 = \sqrt{2} + 0,25 \text{ центр } (1, 0) \quad (x-1)^2 + y^2 = (\sqrt{2} + 0,25)^2$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 0,75^2 \\ (x-1)^2 + y^2 = (\sqrt{2} + 0,25)^2 \end{cases}$$

← отсюда найдем две точки пересечения

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 = (\sqrt{2} + 0,25)^2$$

$$0,75^2 = (\sqrt{2} + 0,25)^2 - 1 + 2x$$

$$0,75^2 = 2 + 2\sqrt{2} \cdot 0,25 + 0,25^2 - 1 + 2x$$

$$0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} \quad \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{9}{16} = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{16} - 1 + 2x$$

$$\frac{10}{16} = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} + 2x$$

$$\frac{10 - 32 - 8\sqrt{2}}{16} = 2x \quad \frac{-22 - 8\sqrt{2}}{32} = x$$

$$x^2 + y^2 = \frac{9}{16}$$

$$y^2 = \frac{9}{16} - \frac{(22 + 8\sqrt{2})^2}{32^2} = \frac{3}{16} - \frac{(11 + 4\sqrt{2})^2}{16^2}$$

$$= \frac{9 \cdot 16 - 11^2 - 88\sqrt{2} - 32}{16^2} = \frac{144 - 121 - 32 - 88\sqrt{2}}{16^2}$$

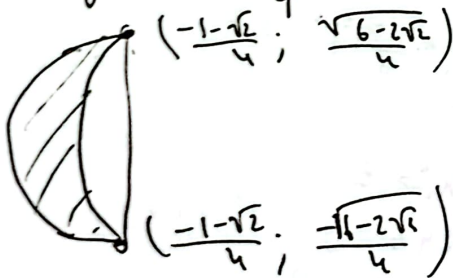
$$= \frac{-9 - 88\sqrt{2}}{16^2}$$

$$\frac{8}{16} - 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = 2x$$

$$\frac{1 - 2 - \sqrt{2}}{2} = 2x \quad 2x = \frac{-1 - \sqrt{2}}{2} \quad x = \frac{-1 - \sqrt{2}}{4}$$

$$y^2 = \frac{9}{16} - \left(\frac{1 + \sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{9 - 1 - 2\sqrt{2} - 2}{16} = \frac{6 - 2\sqrt{2}}{16}$$

$$y = \pm \frac{\sqrt{6 - 2\sqrt{2}}}{4} = \pm \sqrt{42\sqrt{2}}$$



можно посчитать через формулу сектора круга т.е. для одного круга, для другого и вывести не успеваю расписать

7) Можно отметить, что  $n$  должно делиться на 9 ~~или 3~~, т.к. если нет, то при  $9 \cdot n$  сумма цифр будет делиться на 9, но сумма цифр  $n$  не будет

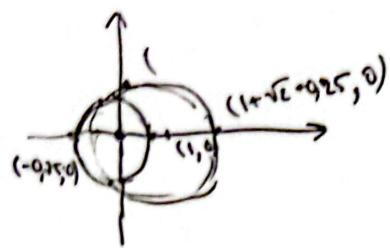
$4n : 9$

Итого  
прог. 2

чертёнок

$$r_1 = 1 \quad O_1 = (0,0) \Rightarrow r_2 = 1 - 0,25 = 0,75$$

$$r_2 = \sqrt{2} \quad O_2 = (1,0) \Rightarrow r_2 = \sqrt{2} + 0,25$$



$$(x-1)^2 + (y-0)^2 = (\sqrt{2} + 0,25)^2$$

$$(x-1)^2 + y^2 = (\sqrt{2} + 0,25)^2$$

$$2 + 2\sqrt{2} \cdot 0,25 + 0,25^2 - 1$$

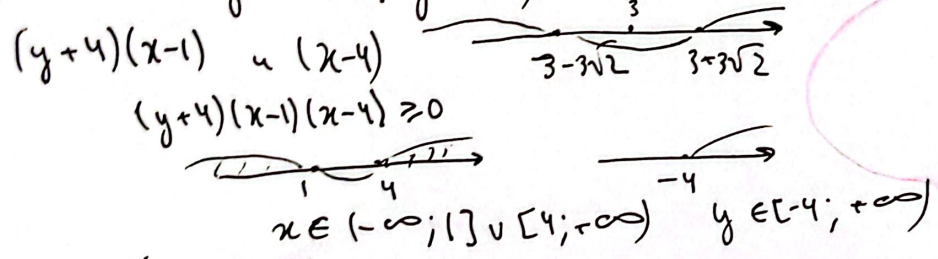
$$(2y + 4x - y - 4) |y - x - 8| = (x - 4) |xy + 4x - y - 4|$$

$$(y + 4) (2x - 1) |y - x - 8| = (x - 4) |(y + 4)(x - 1)|$$

$$y \geq 3 \quad y - x + 10 = y^2 - 6y + 9$$

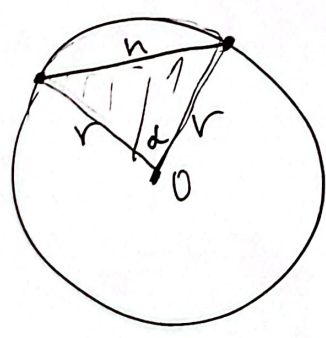
$$y - x - 8 = y^2 - 6y - 9 \quad D = 36 + 4 \cdot 9 = 72$$

$$(y - 3 - 3\sqrt{2}) (y - 3 + 3\sqrt{2}) \quad \frac{6 \pm \sqrt{72}}{2} = \frac{6 \pm 6\sqrt{2}}{2} = 3 \pm 3\sqrt{2}$$



$$(x-1)(x-4)$$

22    10    220  
22



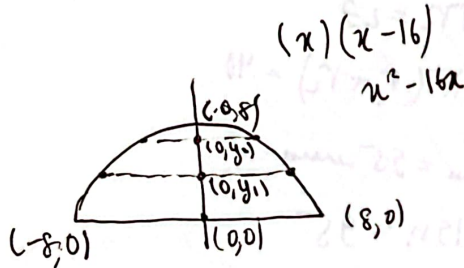
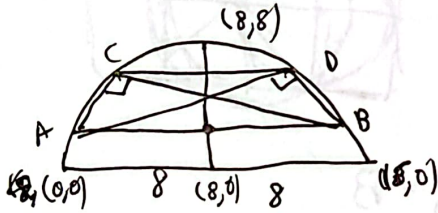
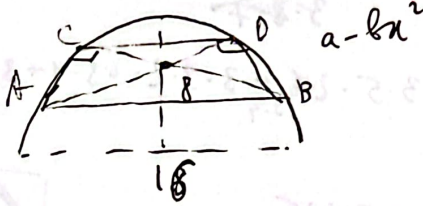
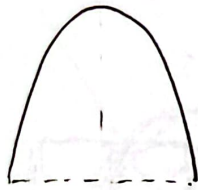
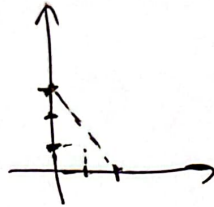
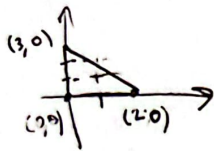
$$\frac{\pi r^2}{2\pi} \cdot d$$

$$\frac{2r^2}{2} - \frac{r^2 \sin \alpha}{2} =$$

$$= \frac{dr^2}{2} - r^2$$



Черновики



$$a - bx^2$$

$$a - 0 = 0$$

$$a = 0$$

$$0 - b \cdot 16^2 = 0$$

$$a - bx^2 = 0$$

$$a = bx^2$$

$$\frac{a}{b} = x^2$$

$$a - b \cdot 8^2 = 0$$

$$a - b \cdot 0^2 = 8 \quad a = 8$$

$$y_1 = 8 - \frac{1}{8}x^2$$

$$8 - \frac{1}{8}x^2 = y$$

$$\frac{1}{8}x^2 + y_1 - 8 = 0$$

$$x = \pm \sqrt{4 - \frac{1}{2}y_1} = \pm 4\sqrt{4 - \frac{1}{2}y_1} = \pm \sqrt{64 - 8y_1}$$

$$\begin{cases} (xy - 4x - y - 4) | y - x - 8 | = (x - 4) | xy + 4x - y - 4 | \\ \sqrt{y - x + 10} = y - 3 \end{cases}$$

$$y - x + 10 = y^2 - 6y + 9$$

$$2 | y - x - 8 | = (x - 4) | 2 |$$

$$y - y^2 + 6y = x - 10 + 9$$

$$-y^2 + 7y + 1 = x$$

$$-x + 10 = y^2$$

$$y - x - 8 = y^2 - 6y - 9$$

$$x - 4 = y^2 + 8y - 3$$

$$xy - 4x - y - 4 = x(y + 4) - (y + 4) = (x - 1)(y + 4)$$

$$(x - 1)(y + 4) | y^2 - 6y - 9 | = (-y^2 + 7y - 3) | (x - 1)(y + 4) |$$

$$3 \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} \left( \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} + \frac{6 \cdot 5 \cdot 3}{2} - \frac{6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6} + \frac{6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6} \right)$$

$$3 \cdot 5 \cdot 3 \left( \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} + \frac{6 \cdot 5 \cdot 2}{2} - \frac{6 \cdot 2 \cdot 1}{2} \right)$$

$$3 \cdot \frac{3 \cdot 2}{2} \left( \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} + \frac{6 \cdot 5 \cdot 1}{2} \right)$$

- z:
- z = z
  - z + y
  - y = y
- κ:
- 3κ
  - 2κ + y
  - κ + 2y
  - 3y

Черновики  
одна вр.  
два закл.  
три нап.

презентация  
3 вр.  
5 закл.  
6 нап.  
3 универсала → закл  
                          → нап

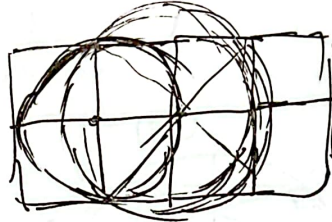
вр.  $\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{3}{9}$      $3 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 7$   
 $\frac{1}{8} \cdot 2 \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{3}{9}$      $3 \cdot 8 \cdot 7$

$3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 + 3 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 + 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6 \dots$

2)  $(0; 0) \quad r=1$   
 $(1; 0) \quad r=\sqrt{2}$

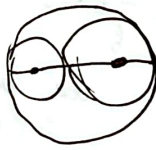


$(0, 0) \quad r=1-0,25$   
 $(1, 0) \quad r=\sqrt{2}+0,25$   
 $\pi r^2$



4

$27 - 13$   
 $13 - 5$   
 $AC - 19$   
 $27 - 13 \text{ мм}$   
 $13 - 5 \text{ мм}$   
 $40 - 19 \text{ мм}$



$\pi r_1 = 3$   
 $\pi r_2 = 27$   
 $\pi(r_1 + r_2) = 40$

$12 \cdot 35 \text{ мм} = 95 \text{ мм}$   
 $13k + 5m + 19n = 95$

$95 : 5$   
 $95 : 19$   
 $13 \equiv 3$   
 $19 \equiv 4$

$13k + 19n : 5$   
 $13k + 5m : 19$   
 $3k + 4n : 5$   
 $13k + 5m : 19$   
 ~~$43k$~~

$y = f(x) \quad f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = \frac{1}{x-1}$   
 $f\left(1 + \frac{2}{x-1}\right) = \frac{1}{x-1}$

$1 f(x) = \frac{x-1}{2} \quad 2 f\left(\frac{x-1}{2}\right) = \frac{\frac{x-1}{2}-1}{2} = \frac{x-3}{4}$   
 $3 f\left(\frac{x-3}{4}\right) = \frac{\frac{x-3}{4}-1}{2} = \frac{x-7}{8} \quad f\left(\frac{x-7}{8}\right) = \frac{\frac{x-7}{8}-1}{2} = \frac{x-15}{16}$   
 $10 f\left(\frac{x-15}{16}\right) = \frac{x-2^{\cdot 10}+1}{2^{10}} \quad f'(x) = \frac{1}{2^{10}}$   
 $f(x) = \frac{1}{2^{10}} x - 1 + \frac{1}{2^{10}}$

7)  $S(mn) = S(n)$      $1 \leq m \leq n$     3, 9  
 $n : 9$

$\frac{13+5}{4} ? 3 + 3\sqrt{2}$      $\frac{22}{4} ? 3 + 3\sqrt{2}$   
 $22 ? 12 + 12\sqrt{2}$   
 $10 ? 12\sqrt{2}$